

## Синтез линзы Люнеберга с плоской поверхностью с использованием квазиконформных оптических преобразований

А.В. Лазарев, А.Ю. Киселев, А.М. Бобрешов, Г.К. Усков

Воронежский государственный университет  
394018, Россия, г. Воронеж,  
Университетская пл., 1

*Аннотация* – В современных средствах радиолокации, навигации и связи с каждым годом ужесточаются требования, предъявляемые к антеннам, а именно: работа в широком диапазоне частот, возможность производить перестройку направления главного лепестка диаграммы направленности. Антенные системы, обладающие похожими характеристиками, могут быть построены с использованием диэлектрических структур формирующих диаграмму направленности антенны. Одной из таких структур является линза Люнеберга, особенность которой состоит в ее сферической симметрии. Однако изогнутая поверхность данной линзы значительно усложняет размещение вдоль нее приемно-передающих элементов, что увеличивает сложность построения всей антенной системы. В данной работе предложен алгоритм построения линзы Люнеберга с плоской поверхностью. Синтез линзы произведен с использованием метода квазиконформных оптических преобразований (QSTO), математический алгоритм которого также описан в данной работе. В работе также приведены результаты математического моделирования антенной системы с использованием линзы Люнеберга с плоской поверхностью при различных положениях излучателя относительно центра линзы, а также различных углах среза. Результаты моделирования показывают, что синтезированная линза может быть использована для построения многолучевой антенной системы, позволяющей производить перестройку направления главного лепестка диаграммы направленности антенны в широком диапазоне углов.

*Ключевые слова* – линза Люнеберга, переменная диэлектрическая проницаемость, квазиконформные преобразования, диаграмма направленности.

### Введение

С развитием современных технических средств все большую актуальность приобретает использование сверхширокополосных систем радиолокации, навигации и связи, неотъемлемым элементом которых являются антенны, удовлетворяющие ряду критериев:

- а) работать в широком диапазоне частот;
- б) осуществлять перестройку направления главного лепестка диаграммы направленности.

Подобные системы могут быть построены с использованием диэлектрических структур, формирующих диаграмму направленности антенны. Такие структуры могут представлять собой диэлектрические (с однородным или неоднородным распределением диэлектрической проницаемости) или металловоздушные линзы [1]. Одной из наиболее известных диэлектрических линз с неоднородным распределением диэлектрической проницаемости является линза Люнеберга [2]. Ее особенность состоит в том, что она обладает сферической симметрией. Это позволяет использовать ее для построения многолучевых антенных систем. Однако шарообразная форма линзы усложняет практическую реализацию подобной системы.

В данной работе предложена диэлектрическая структура, представляющая собой линзу Люнеберга с плоской поверхностью. Подобная структура позволит реализовать простую систему с электронным управлением диаграммой направленности, состоящую из линзы и массива излучателей, расположенных вдоль плоской стороны линзы.

### 1. Метод квазиконформных оптических преобразований

Синтез предлагаемой линзы был проведен с использованием метода квазиконформных оптических преобразований.

Суть метода состоит в осуществлении преобразования из так называемого *виртуального* пространства в *реальное*. При этом в виртуальном пространстве мы можем расположить диэлектрическую структуру с заранее известными свойствами, а преобразование это должно быть подобрано таким образом, чтобы волновой фронт в апертуре антенны в реальном пространстве соответствовал необходимым нам условиям.

Однако диэлектрическая проницаемость новой структуры, полученной в результате преобразования, требует пересчета.

Пусть задано преобразование

$$\begin{cases} x = x'(x), \\ y = y'(y). \end{cases} \quad (1)$$

Тогда, согласно [3], свойства среды в реальном пространстве будут рассчитываться как

$$\varepsilon^{i',j'} = \varepsilon^{i,j} \Lambda_i^i \Lambda_j^j \det(\Lambda_i^i)^{-1}, \quad (2)$$

$$\mu^{i',j'} = \mu^{i,j} \Lambda_i^i \Lambda_j^j \det(\Lambda_i^i)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\Lambda_i^i$  – оператор преобразования.

Если основания, обозначенные индексами  $i$  и  $i'$ , являются координатным базисом, оператор преобразования будет выглядеть как

$$\Lambda_i^i = \frac{\partial x_i'}{\partial x_i} \quad (4)$$

для функции преобразования координат

$$x_i' = x_i'(x_i). \quad (5)$$

Таким образом, мы можем трансформировать исходную диэлектрическую структуру в новую при помощи произвольных преобразований координат (1). Однако, согласно (2) и (3), диэлектрическая и магнитная проницаемость материала преобразованной линзы может стать анизотропной. При этом физическая реализация материалов с анизотропной диэлектрической проницаемостью на настоящий момент является достаточно сложной задачей.

Решить данную проблему помогает методика квазиконформного преобразования – QCTO, которая для некоторых преобразований может позволить синтезировать линзу со свойствами, идентичными стандартным преобразованиям, линза при этом может быть изготовлена из изотропных материалов.

Суть методики состоит во введении в изначальные преобразование свободных параметров и их оптимизации. Целевой функцией для минимизации в таком случае является

$$\mathbf{K}(x, y) = \frac{1}{2} \left( K + \frac{1}{K} \right) = \frac{\text{tr}(\Lambda^T \Lambda)}{2|\Lambda|} \geq 1, \quad (6)$$

где  $K = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \geq 1$ ,  $\lambda_1(x, y) \geq \lambda_2(x, y)$  – собственные числа матрицы  $\Lambda \Lambda^T$ .

В некоторых случаях существует возможность избежать подобных ресурсоемких вычислений. Так, согласно [4], для плоской волны (ТЕМ) или поперечной волны (ТЕ) с вертикальной поляризацией показатель преломления может быть аппроксимирован по следующей формуле:

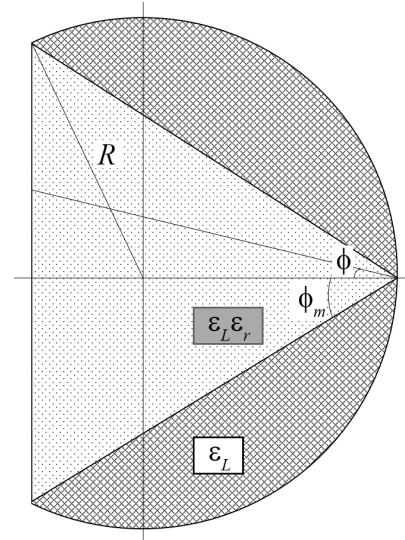


Рис. 1. Построение линзы Лунеберга с плоской поверхностью  
 Fig. 1. Construction of a Luneburg lens with a flat surface

$$n' = n \cdot \text{tr} \left( \frac{\Lambda^T \Lambda}{2|\Lambda|} \right). \quad (7)$$

## 2. Линза Лунеберга с плоской поверхностью

Классическая линза Лунеберга представляет собой шарообразную структуру с распределением диэлектрической проницаемости, зависящим только от расстояния от центра линзы [5]:

$$\varepsilon_L(r) = 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2. \quad (8)$$

где  $r$  – расстояние до центра линзы;  $R$  – радиус линзы.

Для того чтобы сделать одну из поверхностей линзы плоской, было использовано координатное преобразование:

$$\begin{cases} x' = kx, \\ y' = ky, \\ z' = kz, \end{cases} \quad (9)$$

где  $k = \frac{\cos \phi_m}{\cos \phi}$  (см. рис. 1).

Изменяя угол  $\phi_m$ , мы можем задавать положение «среза» на плоской стороне линзы.

Согласно (2):

$$\hat{\varepsilon}' = \Lambda \Lambda^T \det(\Lambda)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{x^2}{x^2 + y^2} & \frac{xy}{x^2 + y^2} \\ \frac{xy}{x^2 + y^2} & \frac{x^4 + 3y^2x^2 + y^4}{x^4 + y^2x^2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

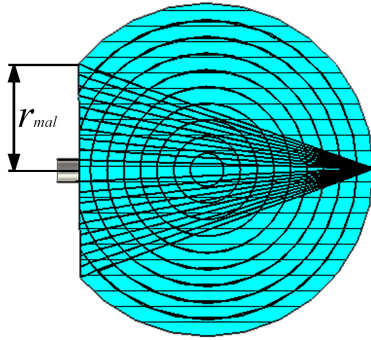


Рис. 2. Улучшенная квазиконформная линза Лунеберга с расположенным на ее срезе возбуждающим волноводом  
Fig. 2. Improved quasi-conformal Luneberg lens with an exciting waveguide located at its cut

Используя (7), получим:

$$\varepsilon_r = \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi_m}. \quad (11)$$

На основании (11) можно построить модель с изотропными параметрами.

Физическая реализация подобной модели возможна с использованием технологии 3D-печати. Структура с неоднородной диэлектрической проницаемостью может быть получена за счет неоднородности материалов, из которых она изготовлена. Неоднородность диэлектрического заполнения при печати может быть достигнута с неоднородностью самого заполнения (чередования диэлектрика и воздушных прослоек), например с применением технологии, предложенной в работах [6–8]. Соотношение воздушных прослоек и диэлектрика рассчитывается с использованием формулы Лихтенекера [9].

### 3. Результаты моделирования

Геометрические размеры модели были выбраны, исходя из рабочей частоты в 8 ГГц, при этом радиус линзы составил  $R = 300$  мм.

Модель представляет собой классическую линзу Лунеберга, один край которой срезан, исходя из выбранного угла  $\phi_m$ , и перпендикулярно срезу структура линзы изменена таким образом, чтобы распределение диэлектрической проницаемости соответствовало формуле

$$\varepsilon = \varepsilon_L \varepsilon_r, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_L$  – диэлектрическая проницаемость классической линзы Лунеберга,  $\varepsilon_r$  рассчитана согласно (11).

На основании данных предыдущих исследований [10] количество слоев в линзе было выбрано равным 10 (рис. 2).

Одним из важных параметров построения данной линзы является угол  $\phi$ , от него зависит, какой диапазон сканирования мы получим при том или ином значении  $\phi$ . В эксперименте будет использоваться параметр  $\phi = 20^\circ$ , а также  $\phi = 30^\circ$ . Линза с параметром  $\phi = 20^\circ$  является более стабильной и устойчивой, так как при увеличении среза увеличивается и величина боковых лепестков на диаграмме направленности.

На рис. 3 видно, что полученный диапазон сканирования достигает  $\pm 36^\circ$  при угле среза линзы  $\phi = 20^\circ$ . Ключевым результатом стоит отметить низкий уровень боковых лепестков по сравнению с главным, а также отсутствие граничных эффектов на краях линзы. Помимо того, это также свидетельствует о том, что угол среза линзы может

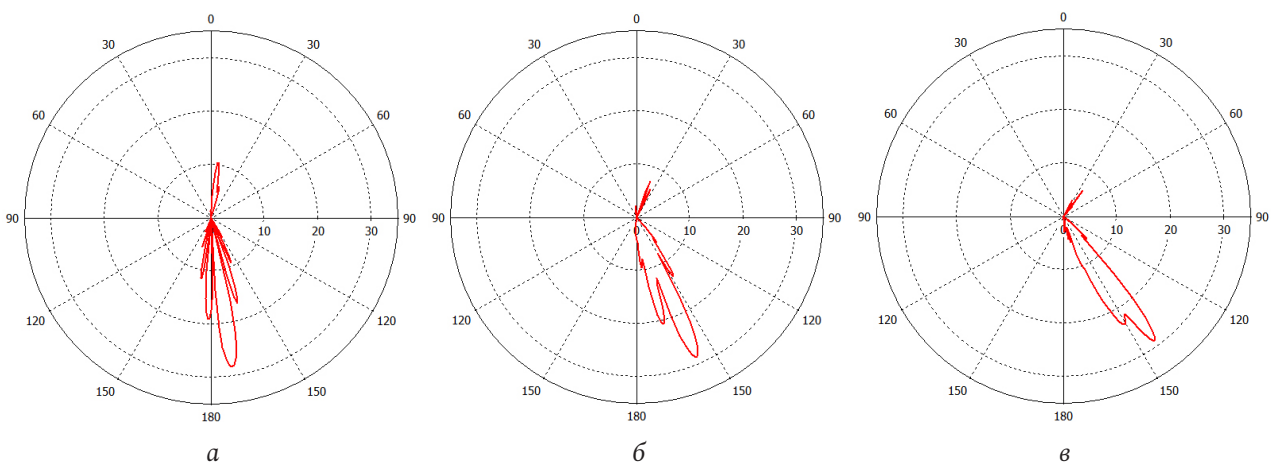


Рис. 3. Диаграмма направленности линзовой антенны для случаев возбуждения волноводом, расположенным на различных расстояниях относительно центра: а –  $\frac{1}{6}r_{mal}$ ; б –  $\frac{3}{6}r_{mal}$ ; в –  $\frac{5}{6}r_{mal}$

Fig. 3. Radiation pattern of the lens antenna for cases of excitation by a waveguide located at different distances from the center: а –  $\frac{1}{6}r_{mal}$ ; б –  $\frac{3}{6}r_{mal}$ ; в –  $\frac{5}{6}r_{mal}$

Таблица. Параметры диаграмм направленности для различных расположений возбуждающего волновода  
 Table. Parameters of radiation patterns for different locations of the exciting waveguide

Расстояние от волновода относительно центра линзы	Угол отклонения главного лепестка относительно центрального направления, °	Уровень главного лепестка, dBi	Уровень побочного излучения, dB	Ширина главного лепестка по уровню -3dB
0	0	28,5	13,2	5,6
$\frac{1}{6}r_{mal}$	8	28,2	18,9	5,4
$\frac{2}{6}r_{mal}$	16	28,3	19,9	5,4
$\frac{3}{6}r_{mal}$	23	28,5	20,6	5,2
$\frac{4}{6}r_{mal}$	30	28,5	21,5	4,9
$\frac{5}{6}r_{mal}$	36	28,7	23,1	4,5
$r_{mal}$ (волновод на краю среза)	38	28,5	23,8	4,5

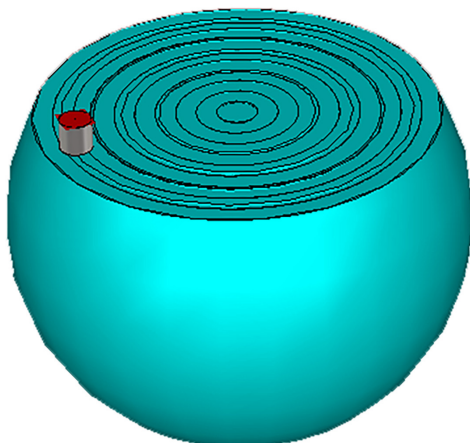


Рис. 4. Улучшенная линза для случая волновода, расположенного на краю плоской поверхности линзы с углом среза  $\theta$   
 Fig. 4. Improved lens for the case of a waveguide located on the edge of a flat lens surface with a cut angle  $\theta$

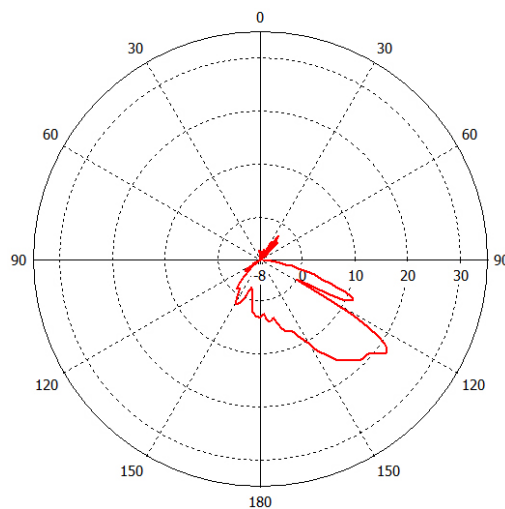


Рис. 5. Диаграмма направленности улучшенной линзы для случая волновода, расположенного на краю плоской поверхности линзы с углом среза  $\theta$   
 Fig. 5. Radiation pattern of the improved lens for the case of a waveguide located on the edge of a flat lens surface with a cut angle  $\theta$

быть увеличен для получения больших углов сканирования.

Все результаты зафиксированы при частоте 8 ГГц.

Параметры диаграмм направленности для случаев возбуждения волноводом, расположенным на расстояниях относительно центра, представлены в таблице.

Из полученных результатов следует линейная зависимость угла отклонения главного лепестка диаграммы от смещения волновода относительно центра линзы. Данную линзу можно продолжить «раскрывать», увеличивая угол среза  $\theta$ . На рис. 4

представлена модель линзы с углом сканирования вплоть до  $\pm 60$  градусов. Однако это существенно повышает уровень боковых лепестков по отношению к главному с ростом угла отклонения, что можно наблюдать на рис. 5.

### Заключение

В ходе работы синтезирована линза Люнеберга с плоской поверхностью с использованием метода квазиконформных оптических преобразований.

С помощью полученной линзы возможно построить сканирующую систему на основании линзы и массива излучателей, расположенных вдоль плоского края линзы.

Однако, углы сканирования данной системы ограничены геометрией линзы, чем больший мак-

симальный угол сканирования мы выбираем, тем существеннее становится влияние боковых лепестков на диаграмму направленности. Решение данной проблемы является целью будущих исследований.

### Список литературы

1. Зелкин Е.Г., Петрова Р.А. Линзовые антенны. М.: Советское радио, 1974. 280 с.
2. Ахияров В.В., Калошин В.А., Никитин Е.А. Исследование широкополосных планарных линз Люнеберга // Журнал радиоэлектроники. 2014. № 1. С. 1–16. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.html>.
3. Leonhardt U., Philbin T.G. Chapter 2 Transformation Optics and the Geometry of Light // Progress in Optics. 2009. Vol. 53. P. 69–152. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0079-6638\(08\)00202-3](https://doi.org/10.1016/S0079-6638(08)00202-3).
4. Luneburg R.K., Herzberger M. Mathematical theory of optics. Oakland: University of California Press, 1964. 484 p.
5. Li J., Pendry J.B. Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101, No. 20. P. 203901. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.203901>.
6. Investigation of 3D printed dielectric structure for microwave lens prototyping / G.K. Uskov [et al.] // 2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT). 2017. P. 294–296, DOI: <https://doi.org/10.1109/ICATT.2017.7972647>.
7. Biconical antenna with inhomogeneous dielectric lens for UWB applications / A.M. Bobreshov [et al.] // Electronics Letters. 2020. Vol. 56, No. 17. P. 857–859. DOI: <https://doi.org/10.1049/el.2020.1098>.
8. Ultrawideband TEM horn with inhomogeneous dielectric medium / A.M. Bobreshov [et al.] // Microwave and Optical Technology Letters. 2020. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.32622>.
9. Dankov P.I. Characterization of dielectric properties, resultant isotropy and anisotropy of 3D printed dielectrics // 2018 48th European Microwave Conference (EuMC). 2018. P. 823–826. DOI: <https://doi.org/10.23919/EuMC.2018.8541621>.
10. Лазарев А.В., Усков Г.К., Кретов П.А. Оценка количества слоев дискретной линзы Люнеберга для случая ее малого относительного диаметра // XXIV Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь» (RLNC\*2018): сб. тр. 2018. С. 227–231.

### References

1. Zelkin E.G., Petrova R.A. *Lens Antennas*. Moscow: Sovetskoe radio, 1974, 280 p. (In Russ.)
2. Ahijarov V.V., Kaloshin V.A., Nikitin E.A. Study of broadband planar lenses of Luneburg. *Zhurnal radioelektroniki*, 2014, no. 1, pp. 1–16. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.html>. (In Russ.)
3. Leonhardt U., Philbin T.G. Chapter 2 Transformation Optics and the Geometry of Light. *Progress in Optics*, 2009, vol. 53, pp. 69–152. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0079-6638\(08\)00202-3](https://doi.org/10.1016/S0079-6638(08)00202-3).
4. Luneburg R.K., Herzberger M. *Mathematical Theory of Optics*. Oakland: University of California Press, 1964, 484 p.
5. Li J., Pendry J.B. Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 101, no. 20, pp. 203901. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.203901>.
6. Uskov G.K. et al. Investigation of 3D printed dielectric structure for microwave lens prototyping. *2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT)*, 2017, pp. 294–296. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICATT.2017.7972647>.
7. Bobreshov A.M. et al. Biconical antenna with inhomogeneous dielectric lens for UWB applications. *Electronics Letters*, 2020, vol. 56, no. 17, pp. 857–859. DOI: <https://doi.org/10.1049/el.2020.1098>.
8. Bobreshov A.M. et al. Ultrawideband TEM horn with inhomogeneous dielectric medium. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2020, pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.32622>.
9. Dankov P.I. Characterization of dielectric properties, resultant isotropy and anisotropy of 3D printed dielectrics. *2018 48th European Microwave Conference (EuMC)*, 2018, pp. 823–826. DOI: <https://doi.org/10.23919/EuMC.2018.8541621>.
10. Lazarev A.V., Uskov G.K., Kretov P.A. Estimation of the number of layers of a discrete Luneberg lens for the case of its small relative diameter. *XXIV Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferentsija «Radiolokatsija, navigatsija, svjaz» (RLNC\*2018)*: sb. tr., 2018, pp. 227–231. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2020, vol. 23, no. 4, pp. 68–73

### Synthesis of a Luneburg lens with a flat surface using quasi-conformal transformation optics



## Andrey V. Lazarev, Andrey Yu. Kiselev, Anatoly M. Bobreshov, Grigory K. Uskov

Voronezh State University  
1, Universitetskaya Square,  
Voronezh, 394018, Russia

*Abstract* – In modern systems of radiolocation, navigation and communication, the requirements for antennas are becoming higher requirements every year, namely: operation in a wide frequency range, the ability to change of direction of the main lobe of the radiation pattern. Antenna systems with similar characteristics can be built using dielectric antenna beamforming structures. One of these structures is the Luneberg lens, the peculiarity of which is its spherical symmetry. However, the curved surface of this lens significantly complicates the placement of transmitting and receiving elements along it, which increases the complexity of constructing the entire antenna system. This paper proposes an algorithm for constructing a Luneberg lens with a flat surface. The lens was synthesized using the method of quasi-conformal optical transformations, the mathematical algorithm of which is also described in this work. The paper also presents the results of mathematical modeling of the antenna system using a Luneberg lens with a flat surface at different positions of the emitter relative to the center of the lens, as well as different cut angles. The simulation results show that the synthesized lens can be used to construct a multi-beam antenna system that allows the direction of the main lobe of the antenna radiation pattern to be rearranged over a wide range of angles. However, the scanning angles of this system are limited by the lens geometry, the larger the maximum scanning angle we choose, the more significant the influence of the side lobes on the radiation pattern becomes.

*Keywords* – Luneberg lens, inhomogeneous dielectric conduction, quasi-conformal transformation optics, directional pattern.

### Информация об авторах

**Лазарев Андрей Витальевич**, аспирант кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* сверхширокополосные системы связи и радиолокации, антенны и антенные решетки для сверхширокополосных систем связи.

*E-mail:* an.lasarev@gmail.com

**Киселев Андрей Юрьевич**, студент кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* сверхширокополосные системы связи и радиолокации, антенны и антенные решетки для сверхширокополосных систем связи.

*E-mail:* kise.andrey2011@yandex.ru

**Бобрешов Анатолий Михайлович**, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой электроники Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* нелинейные явления во входных твердотельных приборах, автоматизированные измерительные системы научных исследований, хаотические системы связи, сверхширокополосные системы локации и связи.

*E-mail:* bobreshov@phys.vsu.ru

**Усков Григорий Константинович**, доктор физико-математических наук, доцент кафедры электроники Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* нелинейные явления в усилительных каскадах, генерация сверхкоротких импульсов, сверхширокополосные системы связи и радиолокации, антенны и антенные решетки для сверхширокополосных систем связи.

*E-mail:* uskov@phys.vsu.ru

### Information about the Authors

**Andrey V. Lazarev**, post-graduate student of the Department of Electronics, Physics Faculty, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* ultra-wideband communication and radar systems, antennas and antenna arrays for ultra-wideband communication systems.

*E-mail:* an.lasarev@gmail.com

**Andrey Yu. Kiselev**, student of the Department of Electronics, Physics Faculty, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* ultra-wideband communication and radar systems, antennas and antenna arrays for ultra-wideband communication systems.

*E-mail:* kise.andrey2011@yandex.ru

**Anatoly M. Bobreshov**, Doctor of Physics and Mathematics, Head of the Department of Electronics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* nonlinear phenomena in input solid state devices, automated measuring systems for scientific research, chaotic communication systems, ultra-wideband systems for location and communication.

*E-mail:* bobreshov@phys.vsu.ru

**Grigory K. Uskov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Electronics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* nonlinear phenomena in amplifying stages, generation of ultra-short pulses, ultra-wideband communication and radar systems, antennas and antenna arrays for ultra-wideband communication systems.

*E-mail:* uskov@phys.vsu.ru