

## Анализ влияния дисперсии метаматериалов в цилиндрической линзе Люнеберга с вынесенным фокусом

Ю.Г. Пастернак<sup>1,2,3</sup>, Е.А. Rogozin<sup>2</sup>, Р.Е. Rogozin<sup>1</sup>, С.М. Федоров<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Воронежский государственный технический университет  
394006, Россия, г. Воронеж,  
ул. 20-летия Октября, 84

<sup>2</sup> ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени  
профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»  
394064, Россия, г. Воронеж,  
ул. Старых Большевиков, 54а

<sup>3</sup> АО «ИРКОС»  
129085, Россия, г. Москва,  
Звездный бульвар, 21

*Аннотация* – Цилиндрические линзы Люнеберга позволяют осуществлять азимутальное сканирование в широком секторе углов. В статье рассматривается цилиндрическая линза Люнеберга с вынесенным фокусом из параллельных печатных плат из тонкого стеклотекстолита (FR-4) с вытравленной Н-образной структурой метаматериала. Показано распределение электрического поля в азимутальной плоскости при падении линейно-поляризованной плоской волны на поверхность линзы параллельно печатным платам. Приведена зависимость фокусного расстояния от частоты. Сделаны выводы о влиянии дисперсии на величину фокусного расстояния. Для уточнения величины фокусного расстояния рассмотрены направленные характеристики антенной системы при изменении фокусного расстояния. Исследованы направленные характеристики при повороте облучателя в азимутальной плоскости. Результаты, представленные в статье, планируются использовать при создании широкополосных линз Люнеберга из метаматериалов.

*Ключевые слова* – цилиндрическая линза Люнеберга, метаматериалы, дисперсия.

### Введение

Классическая сферическая линза Люнеберга фокусирует плоскую падающую волну в фокальной точке на противоположной стороне линзы за счет радиально изменяющегося показателя преломления ( $n_r$ ) по закону [1]:

$$n_r = \sqrt{2 - (r/R)^2}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус линзы;  $r$  – расстояние до центра линзы.

Благодаря сферической симметрии линзы Люнеберга позволяют формировать большое число сканирующих лучей с любыми значениями угла места и азимутального угла при сохранении формы диаграммы направленности (ДН). В радиолокации линзы Люнеберга используют в качестве радиолокационного отражателя [2]. Для этого поверхность линзы частично металлизуют [2].

При сканировании только в азимутальной плоскости используют цилиндрические линзы Люнеберга, фокусирующие плоскую падающую волну в фокальной линии на противоположной стороне линзы. В этом случае в (1):  $R$  – радиус цилиндра;  $r$  – расстояние до оси цилиндра. При большом

радиусе линзы, когда перемещение облучателей вдоль поверхности линзы может быть весьма затруднительно, применяется модифицированная линза Люнеберга с фокусом, расположенным внутри линзы на окружности меньшего радиуса, чем радиус линзы [3]. Модифицированные линзы Люнеберга изготавливают цилиндрическими, поскольку реализация сферической линзы создает значительные конструктивные трудности [3].

Создание материалов с непрерывно изменяющимся коэффициентом преломления практически невозможно, поэтому непрерывный закон изменения коэффициента преломления дискретизируется. Один из наиболее распространенных способов реализации линзы Люнеберга – реализация из сферических [4] или цилиндрических оболочек [5] с разным показателем преломления. Такой способ изготовления линз довольно сложный из-за высоких требований к точности изготовления оболочек, а также к их совмещению без воздушных зазоров. В настоящее время существуют различные технологии изготовления линз Люнеберга: из диэлектрика переменной толщины в волноводе [4; 6]; из перфорированного диэлектрика [7]; на основе

радиальных лепестков переменной толщины [8]; с применением технологии трехмерной печати [9]; с использованием печатных плат [10; 11].

Во многих технологиях изготовления линзы Лüneберга широко используются метаматериалы, позволяющие создавать искусственные среды с градиентным показателем преломления. Линзы, изготовленные с использованием метаматериалов, могут иметь различные формы, обладать меньшей массой, быть технологически проще в изготовлении. Несмотря на свои достоинства, метаматериалы имеют ряд недостатков: анизотропию, дисперсию, ограниченный частотный диапазон. В работе [11] описано влияние дисперсии метаматериалов на цилиндрическую линзу Лüneберга с фокусом на поверхности. Однако используются и линзы Лüneберга с вынесенным фокусом. Целью данной статьи является исследование влияния дисперсии метаматериалов на цилиндрическую линзу Лüneберга с вынесенным фокусом на основе параллельных печатных плат из стеклотекстолита FR-4 с вытравленной структурой метаматериала.

### 1. Разработка цилиндрической линзы

Для создания цилиндрической линзы Лüneберга используется метаматериал Н-образной структуры с геометрическими параметрами, как и в [11], т. е. сторона куба периодической структуры метаматериала составляет 3,33 мм, толщина FR-4 – 0,2 мм. Длина металлических проводников метаматериала является переменной величиной  $w$ , изменение которой позволяет управлять эффективными параметрами среды. Более подробное описание эффективных параметров Н-образной структуры приведено в [12]. Эффективные параметры метаматериала рассчитываются использованием S-параметров [13; 14]. Зависимость действительной части эффективного коэффициента преломления  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  от  $w$  для построения линзы выполнена на 10 ГГц [15].

Поскольку минимальное значение  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  на частоте 10 ГГц составляет 1,109 [11], то для создания цилиндрической линзы Лüneберга используется общее решение, учитывающее как наличие внешнего слоя, так и вынесенный фокус [15]:

$$n(\rho) = \frac{1}{a} e^{q(\rho, F) - Q(\rho)}, \quad (2)$$

$$Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_a^1 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-\rho^2}{P(R)^2-1}}\right) \frac{dR}{R}, \quad (3)$$

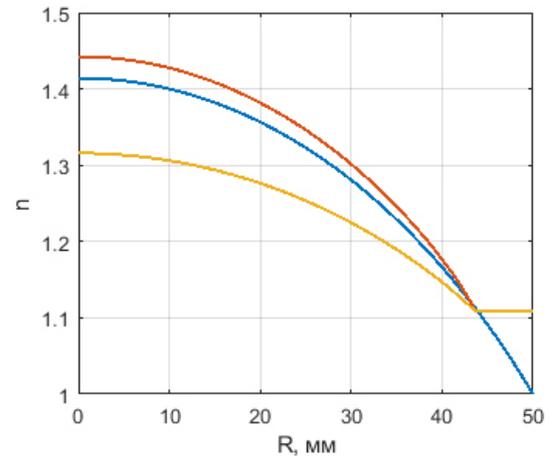


Рис. 1. Закон изменения коэффициента преломления линзы Лüneберга: синяя линия – классическая линза; красная линия – линза из [11]; желтая линия – исследуемая линза  
 Fig. 1. The law of change in the refractive index of the Luneberg lens: blue line - classical lens; red line - lens from [11]; yellow line - investigated lens

$$P(R) = n_{ob} R, \quad (4)$$

$$q(\rho, a) = \frac{1}{\pi} \int_a^1 \frac{\arcsin(t/a)}{\sqrt{t^2 - \rho^2}} dt, \quad (5)$$

$$\arcsin\left(\frac{1}{F}\right) \geq \int_a^1 \frac{dR}{R\sqrt{P(R)^2 - 1}}, \quad (6)$$

$$a = r_{ob} / R, \quad (7)$$

где  $F$  – фокусное расстояние;  $r_{ob}$  – радиус линзы под оболочкой;  $n_{ob}$  – коэффициент преломления внешнего слоя.

Исследуемая цилиндрическая линза Лüneберга представляет собой 30 печатных плат ( $R = 100$  мм), высота линзы составляет 10 ячеек метаматериала, т. е. 33,3 мм [11]. Отношение  $r_{ob}$  к  $R$  радиусу линзы составляет 0,9021, теоретическое фокусное расстояние –  $1,3R$ . На рис. 1 представлены различные законы изменения коэффициента преломления линзы Лüneберга для нескольких случаев.

Анализ полученных зависимостей показывает, что наличие внешнего слоя при расположенном фокусе на поверхности приводит к повышению коэффициента преломления в центре линзы. Наличие вынесенного фокуса приводит к снижению коэффициента преломления в центре линзы.

В отличие от линзы с фокусом на поверхности из [11], у исследуемой линзы величина коэффициента преломления в центре меньше на 0,1. Следовательно, меньше  $w$  в центре линзы. Это приводит к снижению дисперсии [11]. На рис. 2 представлена частотная зависимость  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  при разных значениях  $w$ .

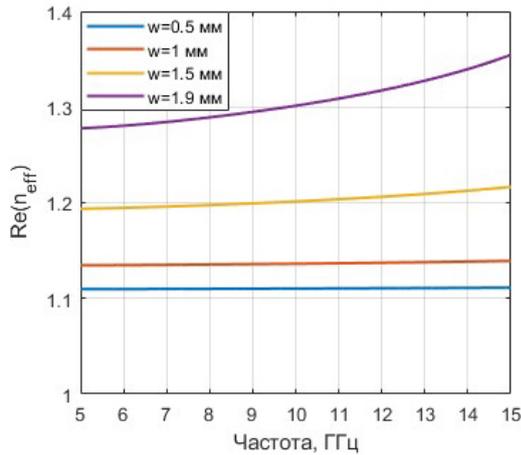


Рис. 2. Частотная зависимость  $Re(n_{eff})$  при разных значениях  $w$   
 Fig. 2. Frequency dependence  $Re(n_{eff})$  at different values  $w$

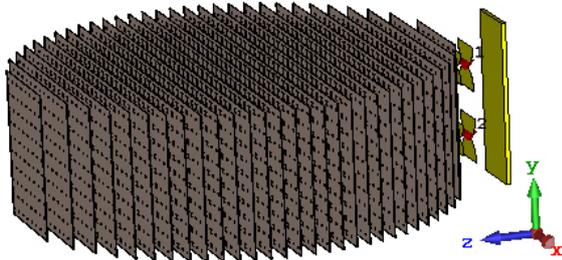


Рис. 3. Внешний вид исследуемой линзы  
 Fig. 3. Appearance of the lenses under investigation

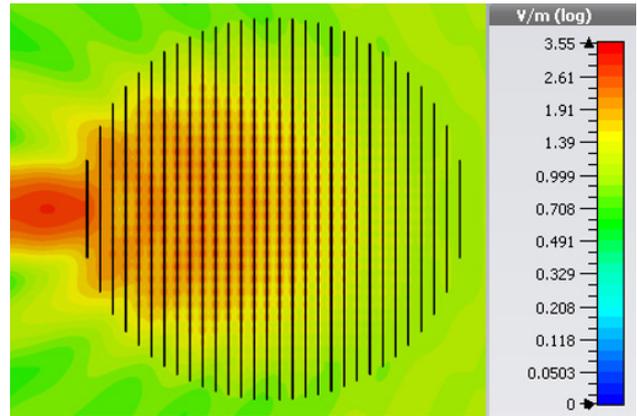
На рис. 3 показана исследуемая линза в среде CST STUDIO SUITE 2020. В качестве облучателя используются два вибратора с рефлектором и директором. Дальнейшее моделирование осуществляется в среде CST STUDIO SUITE 2020.

## 2. Результаты моделирования фокусного расстояния

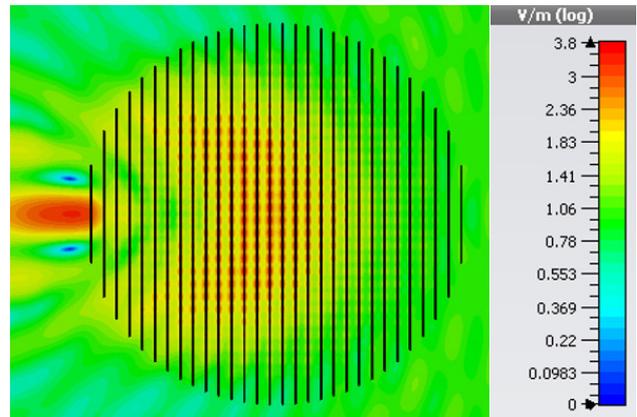
Для изучения зависимости фокусного расстояния от частоты рассматривается распределение электрического поля в азимутальной плоскости при падении линейно-поляризованной плоской волны на поверхность линзы параллельно печатным платам. На рис. 4 представлено распределение электрического поля на частотах 10 ГГц и 15 ГГц.

На рис. 5 приведена зависимость фокусного расстояния от частоты.

Анализ рис. 5 показал, что на частоте 10 ГГц фокусное расстояние равняется 60 мм – несовпадение с расчетным (65 мм). Если учесть, что центр крайней платы расположен на расстоянии 48,39 мм от центра линзы, то расхождение с теоретическим составит 2,1 мм. Возможная причи-



а



б

Рис. 4. Распределение электрического поля в азимутальной плоскости на частоте 10 ГГц (а) и 15 ГГц (б)  
 Fig. 4. Electric field distribution in azimuthal plane at a frequency 10 GHz (a) and 15 GHz (b)

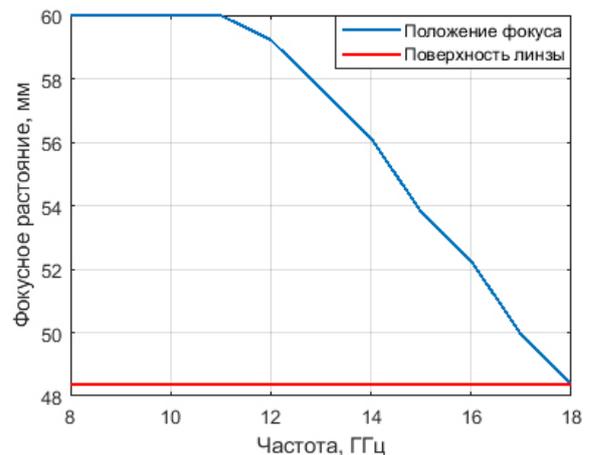


Рис. 5. График зависимости фокусного расстояния от частоты  
 Fig. 5. Plot of focal length versus frequency

на расхождения связана с тем, что методика [11] слабо учитывает анизотропию, изменение эффективных параметров при наклонном падении волны, взаимного влияния соседних ячеек периодической структуры. С ростом частоты фокусное расстояние уменьшается (рис. 4 и рис. 5), а на ча-

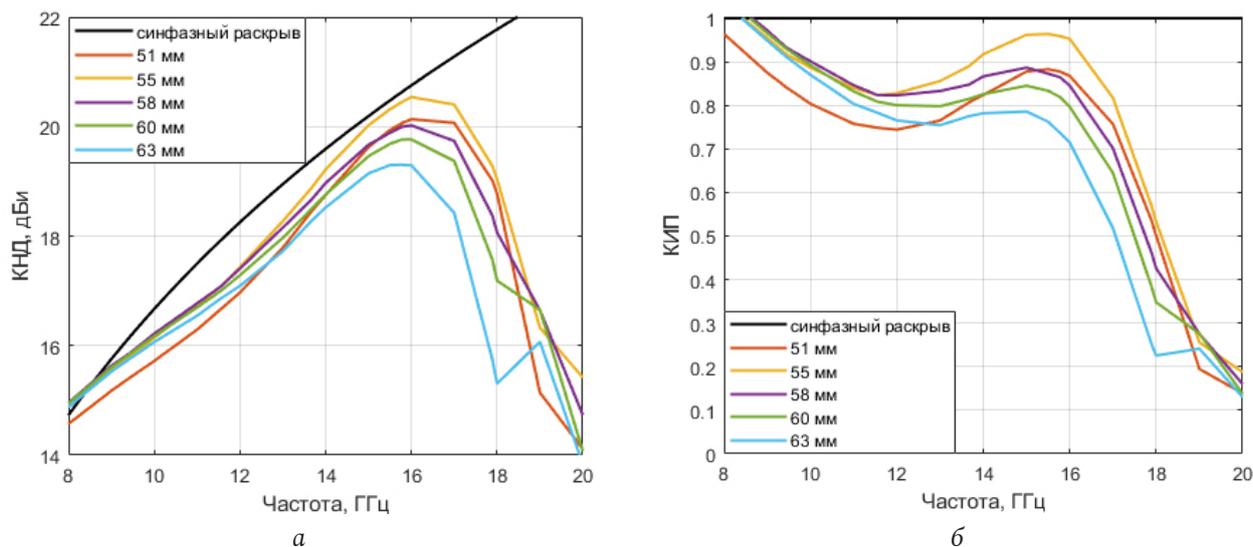


Рис. 6. Зависимость КНД (а) и КИП (б) от частоты при разном фокусном расстоянии  
 Fig. 6. Frequency dependence of directivity (a) and aperture efficiency (b) at different focal distance

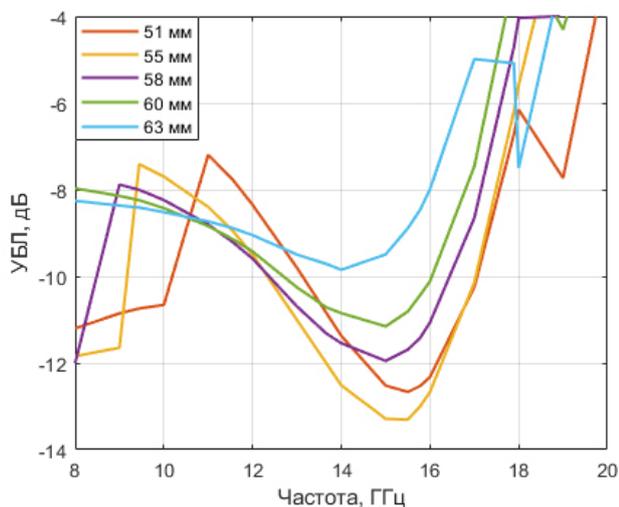


Рис. 7. Зависимость УБЛ от частоты при разном фокусном расстоянии  
 Fig. 7. Frequency dependence of side lobe level at different focal distance

стоте 18 ГГц фокус расположен на крайней плате. Анализ зависимостей (2)–(7) и рис. 1 показывает, что при постоянном коэффициенте преломления внешнего слоя уменьшение фокусного расстояния способствует повышению коэффициента преломления в центре.

Для уточнения фокусного расстояния целесообразно оценить направленные характеристики при изменении фокусного расстояния. На рис. 6 и 7 показаны зависимости коэффициента направленного действия (КНД), коэффициента использования поверхности (КИП), уровня боковых лепестков (УБЛ) от частоты. Теоретическая зависимость КНД (для синфазного равно-амплитудного раскрыва от частоты), расчет которой произведен в [3], представлена на рис. 6

При фокусном расстоянии, равном 55 мм, в диапазоне 12,3–17 ГГц выше величина КНД и КИП, а также ниже УБЛ (рис. 6 и 7) по сравнению с другими фокусными расстояниями. Поэтому дальнейшее моделирование линзы при повороте облучателя в азимутальной плоскости (далее – поворот облучателя) осуществляется при фокусном расстоянии 55 мм.

### 3. Практические результаты моделирования направленных характеристик при разном повороте облучателя

Направленные характеристики исследуются при повороте облучателя в одну сторону относительно центрального положения из-за симметричной конструкции исследуемой линзы относительно плоскости  $zoy$  (рис. 3). На рис. 8 и 9 показаны зависимости КНД, КИП, ширины ДН по уровню  $-3$  дБ, УБЛ от частоты. Теоретическая зависимость КНД (для синфазного равно-амплитудного раскрыва от частоты), вычисленная согласно [3], представлена на рис. 8 и 9

Из приведенных зависимостей следует, что:

- 1) на частотах ниже 16 ГГц КНД исследуемой линзы возрастает, имея максимальное значение на частоте 16 ГГц, и отличается от КНД синфазного равно-амплитудного раскрыва не более чем на 1 дБ. На частотах выше 16 ГГц – убывает (рис. 8, а);
- 2) в диапазоне 8–16 ГГц КИП больше 0,76. На частотах выше 16 ГГц КИП убывает, при этом на частоте 18 ГГц КИП равен 0,5 (рис. 8, б).
- 3) на частотах ниже 12,4 ГГц ширина ДН исследуемой линзы больше ширины ДН синфазного

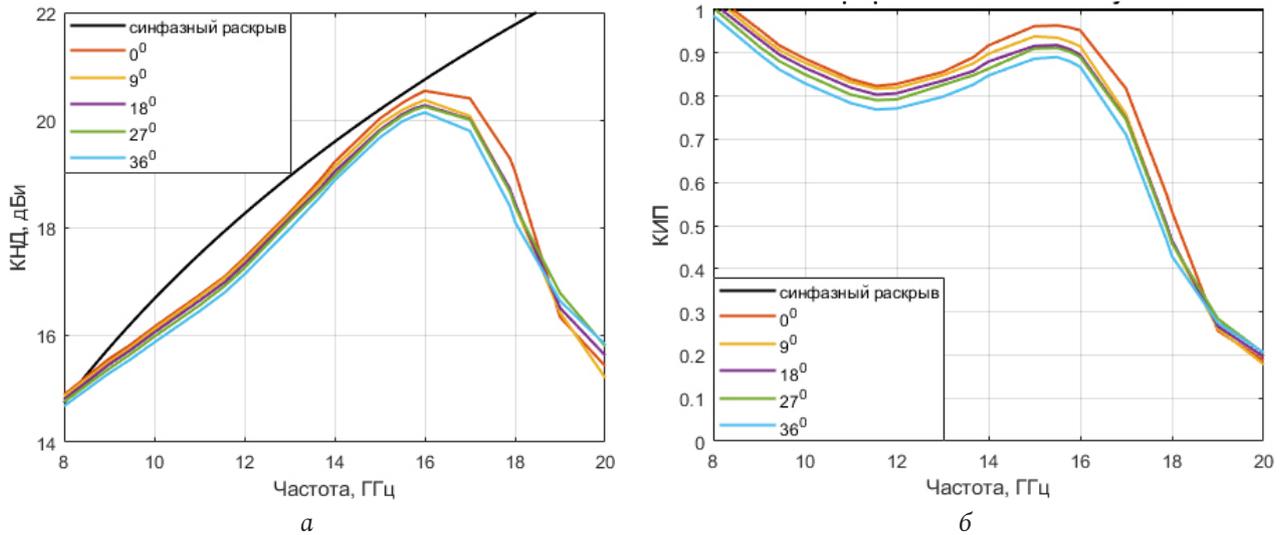


Рис. 8. Зависимость КНД (а) и КИП (б) от частоты при повороте облучателя  
Fig. 8. Frequency dependence of directivity (a) and aperture efficiency (b) for different rotation of the feed

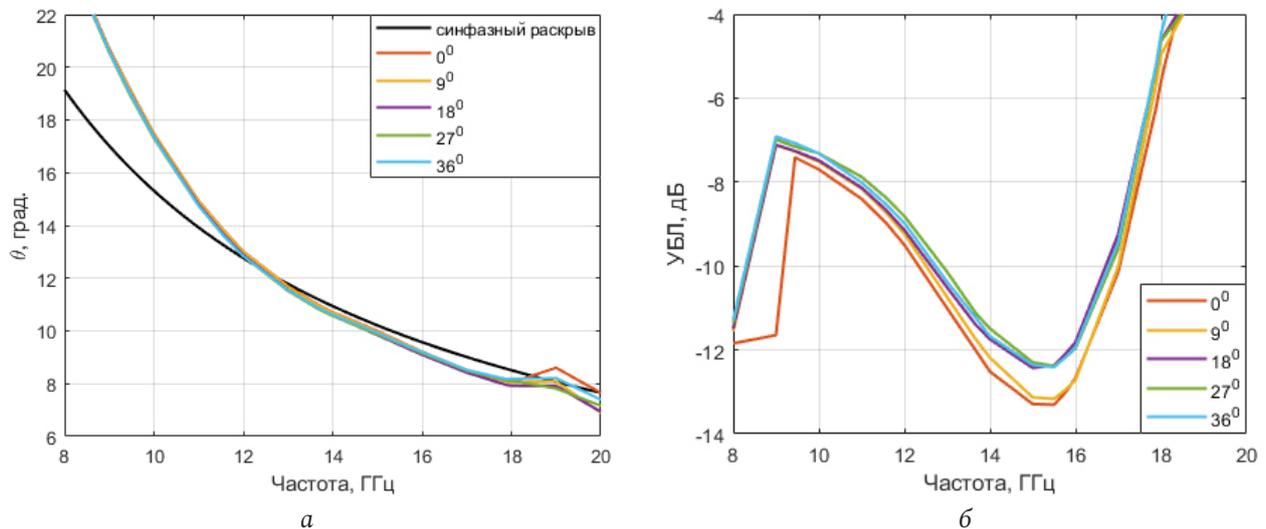


Рис. 9. Зависимость ширины ДН (а) и УБЛ (б) от частоты при повороте облучателя  
Fig. 9. Frequency dependence of the half-power beam (a) and side lobe level (b) for different rotation of the feed

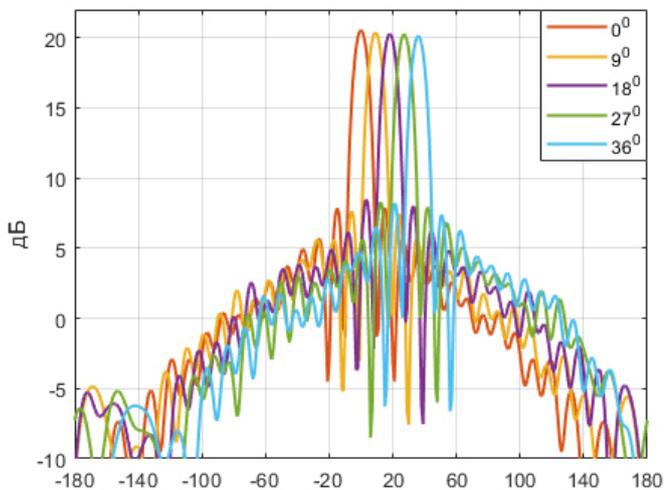


Рис. 10. ДН в азимутальной плоскости на частоте 16 ГГц при повороте облучателя  
Fig. 10. The radiation pattern in azimuthal plane at a frequency 16 GHz with rotation of the feed

равно-амплитудного раскрытия. На частотах выше 12,4 ГГц – отличается в пределах  $1^\circ$  (рис. 9, а);

4) при повороте облучателя ухудшаются направленные характеристики, т. е. снижается КНД, КИП, возрастает УБЛ (рис. 8 и 9). При максимальном повороте облучателя ( $36^\circ$ ) УБЛ ниже  $-10$  дБ в диапазоне 13–16,5 ГГц, а без поворота облучателя – 12,5–17 ГГц. Изменение ширины ДН при повороте облучателя пренебрежимо мало ( $< 0,5^\circ$ ) (рис. 9, б);

5) коэффициент преломления линзы рассчитывался на 10 ГГц, однако рабочий диапазон линзы – 13–16,5 ГГц.

На рис. 10 представлены ДН в азимутальной плоскости при повороте облучателя на частоте 16 ГГц. Объемные ДН на частотах 13 ГГц и 16 ГГц приведены на рис. 11.

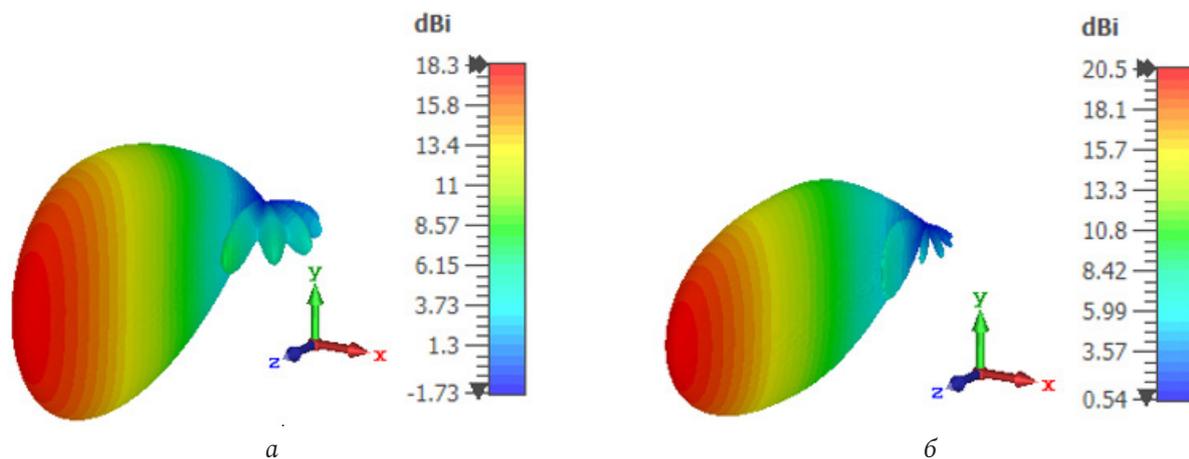


Рис. 11. Объемные ДН на частоте 13 ГГц (а) и 16 ГГц (б)  
Fig. 11. The radiation pattern at a frequency 13 GHz (a) and 16 GHz (b)

### Заключение

В статье исследована цилиндрическая линза Люнеберга с вынесенным фокусом на основе параллельных печатных плат из FR-4 с вытравленной структурой метаматериала и показано, что наличие дисперсии может привести к перемещению фокусного расстояния с частотой. Из-за этого эта линза начинает работать в узком диапазоне

частот, который может отличаться от расчетного (требуемого).

Направлением дальнейших исследований является создание широкополосных цилиндрических линз Люнеберга на основе параллельных печатных плат. Для этого необходимо разработать метаматериалы с минимальной дисперсией, которые будут способны поддерживать неизменные эффективные параметры при наклонном падении волны.

### Список литературы

1. Luneburg R.K. *Mathematical Theory of Optics*. Providence: Brown University Press, 1944. 401 p.
2. Кюн Р. *Микроволновые антенны*. Л.: Судостроение, 1967. 518 с.
3. Драбкин А.Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г. *Антенно-фидерные устройства*. М.: Советское радио, 1974. 536 с.
4. Peeler G.D.M., Coleman H. Microwave stepped-index Luneberg lenses // *IRE Transactions on Antennas and Propagation*. 1958. Vol. 6, No. 2. P. 202–207. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1958.1144575>.
5. Foam based Luneburg lens antenna at 60 GHz / J. Bor [et al.] // *Progress in Electromagnetics Research Letters*. 2014. Vol. 44. P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.2528/PIERL13092405>.
6. Peeler G.D.M., Archer D.F. A two-dimensional microwave Luneberg lens // *Transactions of the IRE Professional Group on Antennas and Propagation*. 1953. Vol. 1, No. 1. P. 12–23. DOI: <https://doi.org/10.1109/T-AP.1953.27321>.
7. Sato K., Ujiie H. A plate Luneberg lens with the permittivity distribution controlled by hole density // *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*. 2002. Vol. 85, No. 9. P. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.1002/ecja.1120>.
8. Broadband 3-D Luneburg lenses based on metamaterials of radially diverging dielectric rods / A. Sayanskiy [et al.] // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2017. Vol. 16. P. 1520–1523. DOI: <https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2647383>.
9. Xin H., Liang M. 3-D-printed microwave and THz devices using polymer jetting techniques // *Proceedings of the IEEE*. 2017. Vol. 105, No. 4. P. 737–755. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2016.2621118>.
10. Pfeiffer C., Grbic A. A printed, broadband Luneburg lens antenna // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2010. Vol. 58, No. 9. P. 3055–3059. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2052582>.
11. Влияние дисперсии метаматериалов на характеристики линзы Люнеберга / О.Ю. Макаров [и др.] // *Радиотехника*. 2020. Т. 84, № 6 (12). С. 42–48. DOI: [https://doi.org/10.18127/j00338486-202006\(12\)-08](https://doi.org/10.18127/j00338486-202006(12)-08).
12. A terahertz metamaterial with unnaturally high refractive index / M. Choi [et al.] // *Nature*. 2011. Vol. 470, No. 7334. P. 369–373. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature09776>.
13. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials / D.R. Smith [et al.] // *Physical Review. E-Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. 2005. Vol. 71, No. 3. P. 036617. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.036617>.
14. A review of the scattering parameter extraction method with clarification of ambiguity issues in relation to metamaterial homogenization / S. Arslanagić [et al.] // *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 2013. Vol. 55, No. 2. P. 91–106. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2013.6529320>.
15. Зелкин Е.Г., Петрова Р.А. *Линзовые антенны*. М.: Советское радио, 1974. 280 с.

## References

1. Luneburg R.K. *Mathematical Theory of Optics*. Providence: Brown University Press, 1944, 401 p.
2. Kjun R. *Microwave Antennas*. Leningrad: Sudostroenie, 1967, 518 p. (In Russ.)
3. Drabkin A.L., Zuzenko V.L., Kislov A.G. *Antenna Feeder Devices*. Moscow: Sovetskoe radio, 1974, 536 p. (In Russ.)
4. Peeler G.D.M., Coleman H. Microwave stepped-index Luneberg lenses. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, 1958, vol. 6, no. 2, pp. 202–207. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1958.1144575>.
5. Bor J. et al. Foam based Luneburg lens antenna at 60 GHz. *Progress in Electromagnetics Research Letters*, 2014, vol. 44, pp. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.2528/PIERL13092405>.
6. Peeler G.D.M., Archer D.F. A two-dimensional microwave Luneberg lens. *Transactions of the IRE Professional Group on Antennas and Propagation*, 1953, vol. 1, no. 1, pp. 12–23. DOI: <https://doi.org/10.1109/T-AP.1953.27321>.
7. Sato K., Ujiie H. A plate Luneberg lens with the permittivity distribution controlled by hole density. *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, 2002, vol. 85, no. 9, pp. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.1002/ecja.1120>.
8. Sayanskiy A. et al. Broadband 3-D Luneburg lenses based on metamaterials of radially diverging dielectric rods. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, vol. 16, pp. 1520–1523. DOI: <https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2647383>.
9. Xin H., Liang M. 3-D-printed microwave and THz devices using polymer jetting techniques. *Proceedings of the IEEE*, 2017, vol. 105, no. 4, pp. 737–755. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2016.2621118>.
10. Pfeiffer C., Grbic A. A printed, broadband Luneburg lens antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, vol. 58, no. 9, pp. 3055–3059. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2052582>.
11. Makarov O.Yu. et al. Influence of dispersion of metamaterials on the characteristics of a Luneberg lens. *Radiotekhnika*, 2020, vol. 84, no. 6 (12), pp. 42–48. DOI: [https://doi.org/10.18127/j00338486-202006\(12\)-08](https://doi.org/10.18127/j00338486-202006(12)-08). (In Russ.)
12. Choi M. et al. A terahertz metamaterial with unnaturally high refractive index. *Nature*, 2011, vol. 470, no. 7334, pp. 369–373. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature09776>.
13. Smith D.R. et al. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials. *Physical Review. E-Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2005, vol. 71, no. 3, p. 036617. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.036617>.
14. Arslanagic S. et al. A review of the scattering parameter extraction method with clarification of ambiguity issues in relation to metamaterial homogenization. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2013, vol. 55, no. 2, pp. 91–106. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2013.6529320>.
15. Zelkin E.G., Petrova R.A. *Lens Antennas*. Moscow: Sovetskoe radio, 1974, 280 p. (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2020, vol. 23, no. 4, pp. 48–55

DOI 10.18469/1810-3189.2020.23.4.48-55

Received 30 September 2020

Accepted 23 October 2020

### Analysis of the influence of dispersion of metamaterials in a cylindrical Luneberg lens with extended focus

Yuri G. Pasternak<sup>1,2,3</sup>, Evgeny A. Rogozin<sup>2</sup>, Ruslan E. Rogozin<sup>1</sup>, Sergei M. Fedorov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Voronezh State Technical University  
84, 20-letiya Oktyabrya Street,  
Voronezh, 394006, Russia

<sup>2</sup> MERC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy»  
54a, Staryh Bolshevikov Street,  
Voronezh, 394064, Russia

<sup>3</sup> JSC «IRCOS»  
21, Zvezdny Boulevard,  
Moscow, 129085, Russia

**Abstract** – Cylindrical Luneberg lenses allow azimuthal scanning in a wide sector of angles. The article discusses a cylindrical Luneberg lens with an out-of-focus parallel printed circuit boards made of thin fiberglass (FR-4) with an etched H-shaped metamaterial structure. The distribution of the electric field in the azimuthal plane is shown when a linearly polarized plane wave is incident on the lens surface parallel to the printed circuit boards. The dependence of the focal length on the frequency is shown. Conclusions are drawn about the effect of dispersion on the focal length. To clarify the value of the focal length, the directional characteristics of the antenna system are considered when the focal length is changed. Directional characteristics are investigated when the feed is rotated in the azimuthal plane. The results presented in the article are planned to be used to create broadband Luneberg lenses from metamaterials.

**Keywords** – cylindrical Luneberg lens, metamaterials, dispersion.

---

## Информация об авторах

**Пастернак Юрий Геннадьевич**, доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектронных устройств и систем Воронежского государственного технического университета; старший научный сотрудник ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, Россия; ведущий инженер АО «ИРКОС», г. Москва, Россия.

*Область научных интересов:* антенны, электродинамика, распространение радиоволн.

*E-mail:* pasternakyg@mail.ru

**Рогозин Евгений Алексеевич**, доктор технических наук, профессор, старший научный сотрудник ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* системы автоматизированного проектирования, информационная безопасность, проектирование и управление системами информационной безопасности, радиотехника.

*E-mail:* evgenirogozin@yandex.ru

**Рогозин Руслан Евгеньевич**, соискатель кафедры радиоэлектронных устройств и систем Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* антенны, электродинамика, распространение радиоволн.

*E-mail:* ruslan-96-01-09@mail.ru

**Федоров Сергей Михайлович**, кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных устройств и систем Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* антенны, электродинамика, распространение радиоволн.

*E-mail:* fedorov\_sm@mail.ru

## Information about the Authors

**Yuri G. Pasternak**, Doctor of Technical Sciences, professor of the department of Radioelectronic Devices and Systems, Voronezh State Technical University; senior researcher of MERC AF «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russia; lead engineer of JSC «IRCOS», Moscow, Russia.

*Research interests:* antennas, electrodynamic, radio wave propagation.

*E-mail:* pasternakyg@mail.ru

**Evgeny A. Rogozin**, Doctor of Technical Sciences, professor, senior researcher of MERC AF «N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russia.

*Research interests:* computer-aided design systems, information security, design and management of information security systems, radio engineering.

*E-mail:* evgenirogozin@yandex.ru

**Ruslan E. Rogozin**, applicant of the Department of Radioelectronic Devices and Systems, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* antennas, electrodynamic, radio wave propagation.

*E-mail:* ruslan-96-01-09@mail.ru

**Sergei M. Fedorov**, Candidate of Engineering Sciences, associate professor of the Department of Radioelectronic Devices and Systems, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* antennas, electrodynamic, radio wave propagation.

*E-mail:* fedorov\_sm@mail.ru

**Антипов, О.И.**

**Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах** / О.И. Антипов, В.А. Неганов, А.А. Потапов. – М.: Радиотехника, 2009. – 235 с., ил.

ISBN 978-5-88070-237-4

УДК 530.1:621.372+621.396  
ББК 32.96

Антипов О.И., Неганов В.А., Потапов А.А.

Детерминированный хаос и фракталы  
в дискретно-нелинейных системах



В монографии рассмотрены явления детерминированного хаоса и фрактальности в дискретно-нелинейных системах на примере устройств импульсной силовой электроники, приведены некоторые основные определения современной нелинейной динамики и некоторые математические методы целочисленных и дробных мер.

Представленные явления стохастической работы могут наблюдаться в широком классе систем с переменной структурой, действие которых может быть описано системами дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, скачкообразно меняющими свои значения с течением времени в зависимости от состояния системы. Объектами исследования явились импульсные стабилизаторы напряжения различных типов и структур. Научной новизной является применение как фрактальных, так и мультифрактальных мер детерминированного хаоса к анализу стохастической работы импульсных стабилизаторов.

*Для специалистов, интересующихся проблемами детерминированного хаоса, численным моделированием дискретно-нелинейных систем.*