

## Исследование электромагнитных характеристик планарных киральных метаструктур на основе составных спиральных компонентов с учетом гетерогенной модели Бруггемана

М.В. Аралкин<sup>1</sup>, А.Н. Дементьев<sup>2</sup>, О.В. Осипов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Военная академия Ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого  
143900, Россия, Московская обл., г. Балашиха,  
ул. Карбышева, 8

<sup>2</sup> МИРЭА – Российский технологический университет  
119454, Россия, г. Москва,  
пр. Вернадского, 78

<sup>3</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

*Аннотация* – В статье построена математическая модель кирального метаматериала на основе составных тонкопроволочных спиральных элементов, учитывающая свойства киральности, гетерогенности и дисперсии. При построении модели киральный метаматериал рассматривался как гетерогенная система и описывался моделью Бруггемана. Были получены аналитические соотношения для вычисления резонансных частот составных спиральных элементов. Дисперсионные свойства метаматериала описывались с помощью известной модели Кондона. В качестве примера применения построенной математической модели было проведено решение задачи об отражении (прохождении) плоской электромагнитной волны линейной поляризации от планарного слоя исследуемой структуры на основе составных спиральных микроэлементов. Для определения коэффициентов отражения и прохождения основной и кросс-поляризованной компонент поля была получена система линейных алгебраических уравнений. В результате проведения численного моделирования были обнаружены частотно-селективные свойства метаструктуры, а также выявлены частоты, на которых электромагнитная волна «захватывается» планарным слоем метаструктуры. Подобный эффект может быть использован для создания частотно селективных концентраторов (хабов) СВЧ-энергии.

*Ключевые слова* – киральная среда, киральный метаматериал, метаматериал, метаструктура, составная спираль, пространственная дисперсия, частотная селективность, модель Бруггемана, модель Кондона.

### Введение

В настоящее время значительный интерес представляет исследование электродинамических свойств метаматериалов СВЧ-диапазона, которые представляют собой композиционные искусственные структуры, обладающие ярко выраженными частотно-селективными свойствами [1–3]. Уникальные свойства метаматериалов обусловлены как их пространственной структурой, так и свойствами компонентов (микрочастиц), из которых они состоят. Практически любой метаматериал представляет собой композицию контейнера из материала со свойствами А, в котором каким-либо образом размещены компоненты со свойствами Б. Компоненты Б могут размещаться как упорядоченно, так и смешиваться с несущим материалом А. Одним из перспективных классов метаструктур является киральный метаматериал (КММ), который создается из компонент Б, обладающих зеркально асимметричной пространственной конфигурацией [4–6]. Исследование указанных сред, называемых киральными, активно

началось в конце XX века, когда были определены их основные электромагнитные свойства, такие как кросс-поляризация, частотная и поляризационная селективность и т. п. [5–7]. Новый скачок в развитии киральных метаматериалов наступил в начале XX века, когда активно заговорили о возможности создания сред с отрицательным преломлением (сред Веселаго) [8; 9], в которых зачастую использовались компоненты с зеркально-асимметричной пространственной конфигурацией. В настоящее время основными трендами развития электродинамики метаматериалов являются построение математически корректных математических моделей КММ; расширение полосы частот, в которой метаматериал проявляет требуемые свойства; исследование управляемых полей (смарт) метаматериалов; создание метаповерхностей и т. п. [3].

Используемые в настоящее время математические модели КММ в большинстве случаев являются недостаточно общими, так как не учитывают всех основных свойств метаматериалов.

В частности, до сих пор мало обсуждается вопрос о том, чем вызваны уникальные свойства киральных метаматериалов – пространственным размещением компонентов Б в несущей среде А или же пространственной конфигурацией используемых зеркально-асимметричных компонент Б. В материальных уравнениях для киральной среды в формализме Линделла – Сиволы [4] и в других формах записи материальные параметры являются эффективными, но при этом в них отсутствует явная зависимость от материальных параметров среды А и компонентов Б.

Благодаря преобразованиям микро- или макро-структуры у искусственного материала в целом изменяются его электрофизические свойства (диэлектрическая и магнитная проницаемости) и, как следствие, проявляются электромагнитные свойства, которые не присущи естественным материалам природного происхождения.

Преобразование макроструктуры вследствие помещения компонентов Б в контейнер А позволяет характеризовать метаматериал как гетерогенную среду.

В предлагаемой статье будет построена математическая модель КММ, в которой будут учтены основные физические и геометрические свойства кирального метаматериала – киральность, гетерогенность и дисперсия.

*Гетерогенность.* Упорядоченное размещение микроэлементов в контейнере. Для описания данного свойства в работе использовалась модель Бруггемана [10; 11].

*Киральность.* Микроэлементы имеют зеркально-асимметричную форму. Для описания данного свойства использовались материальные уравнения в формализме Линделла – Сиволы.

*Дисперсия.* Зависимость материальных параметров метаматериала от частоты. Для этого использовалась модель Кондона, известная из квантовой теории оптически активных сред.

Таким образом, в статье будут записаны материальные уравнения для обобщенной киральной среды, учитывающие все указанные физические и геометрические свойства как компонентов Б, так и несущей среды А.

## 1. Математическая модель обобщенного кирального метаматериала

КММ представляет собой композиционно созданную искусственную материальную среду на ос-

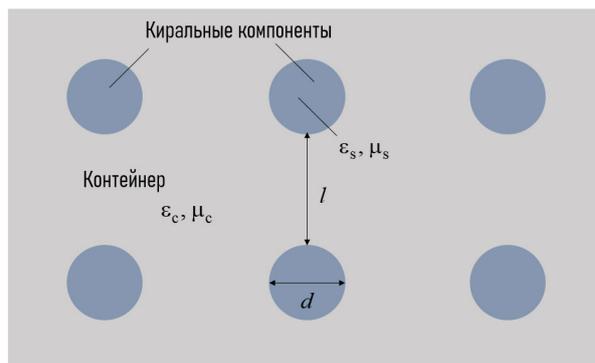


Рис. 1. Общая структура кирального метаматериала  
 Fig. 1. General structure of a chiral metamaterial

нове компонентов как минимум двух типов, хотя бы один из которых обладает свойством зеркально асимметрии. В рамках данной статьи будем предполагать, что в несущем контейнере А размещаются зеркальные компоненты одного типа Б, которые являются тождественными.

Обычно киральная метаструктура представляет собой совокупность однородного диэлектрического контейнера (несущая среда А) с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_c$  и относительной магнитной проницаемостью  $\mu_c$ , в котором размещаются зеркально-асимметричные компоненты Б. Они равномерно размещаются и хаотически ориентируются в диэлектрическом контейнере. Расстояние между соседними компонентами обозначим через  $l$ ; размер области, занятой одним киральным компонентом – через  $d$ . По сути, КММ представляет собой совокупность несущей среды, в которую помещена матрица из киральных компонентов Б с периодом решетки  $l$ .

Общая структура кирального метаматериала приведена на рис. 1.

Киральные компоненты представляют собой микроскопические электромагнитные частицы, соизмеримые с длиной волны СВЧ-поля, и являются переизлучателями электромагнитного поля (ЭМП). Зеркально-асимметричные элементы проводящие.

КММ представляет собой совокупность несущей среды (контейнера) и зеркально-асимметричных компонентов, поэтому для его описания в целом вводятся эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости, которые зависят от соответствующих проницаемостей контейнера и киральных элементов:

$$\epsilon = \epsilon(\epsilon_c, \epsilon_s); \quad \mu = \mu(\mu_c, \mu_s). \quad (1)$$

Таким образом, любой киральный метаматериал описывается набором из трех материальных

параметров (1) – эффективными диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , эффективной магнитной проницаемостью  $\mu$  и параметром киральности  $\chi$ .

Материальные уравнения для киральной среды, согласно формализму Линделла – Сиволы, имеют следующий вид:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \mp i\chi \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi \vec{E}. \quad (2)$$

В соотношениях (2) верхние знаки соответствуют КММ на основе зеркально-асимметричных компонентов с правой закруткой (правых форм компонентов), а нижние знаки – КММ на основе зеркально-асимметричных компонентов с левой закруткой (левых форм компонентов).

**1.1. Учет гетерогенности КММ.** Для описания пространственной структуры метаматериала воспользуемся моделью (формулой) Бруггемана [10; 11]:

$$(1-\alpha) \frac{\varepsilon_c - \varepsilon}{\varepsilon_c + 2\varepsilon} + \alpha \frac{\varepsilon_s - \varepsilon}{\varepsilon_s + 2\varepsilon} = 0, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость КММ (как пространственной структуры, состоящей из несущей среды А и компонентов Б);  $\varepsilon_c$  – относительная диэлектрическая проницаемость несущей среды А;  $\varepsilon_s$  – относительная диэлектрическая проницаемость области, занятой компонентом Б;  $\alpha$  – объемная концентрация компонент Б.

Из формулы (3) можно получить выражение для эффективной диэлектрической проницаемости КММ:

$$\varepsilon(\eta_1, \eta_2) = \sqrt{\frac{\eta_1^2}{4} - \eta_2} - \frac{\eta_1}{2}, \quad (4)$$

где

$$\eta_1 = \frac{[\varepsilon_s(1-3\alpha) - \varepsilon_c(2-3\alpha)]}{2}; \quad \eta_2 = -\frac{\varepsilon_c \varepsilon_s}{2}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (5) в решение (4), получаем для эффективной диэлектрической проницаемости в модели Бруггемана следующее соотношение:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[\varepsilon_s(1-3\alpha) - \varepsilon_c(2-3\alpha)]^2}{16} + \frac{\varepsilon_c \varepsilon_s}{2}} - \frac{[\varepsilon_s(1-3\alpha) - \varepsilon_c(2-3\alpha)]}{4}. \quad (6)$$

Соотношения (7) определяют (согласно модели Бруггемана) эффективную диэлектрическую проницаемость метаматериала через относительные диэлектрические проницаемости контейнера А и области, занятой компонентами Б.

Подставляя в материальные уравнения (2) формулу для эффективной диэлектрической проницаемости по модели Бруггемана (6), получаем:

$$\vec{D}(\vec{r}) = \left\{ \sqrt{\frac{[\varepsilon_s(1-3\alpha) - \varepsilon_c(2-3\alpha)]^2}{16} + \frac{\varepsilon_c \varepsilon_s}{2}} - \frac{[\varepsilon_s(1-3\alpha) - \varepsilon_c(2-3\alpha)]}{4} \right\} \vec{E}(\vec{r}) \mp i\chi \vec{H}(\vec{r}); \quad (7)$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu \vec{H}(\vec{r}) \pm i\chi \vec{E}(\vec{r}).$$

Соотношения (7) определяют математическую модель однородного кирального метаматериала с учетом свойства гетерогенности.

Кроме учета свойства гетерогенности кирального метаматериала необходимо учесть и свойство дисперсии материальных параметров. Для этого воспользуемся моделью Кондона.

**1.2. Учет дисперсии КММ.** Киральный метаматериал обладает пространственной дисперсией, как следствие, его диэлектрическая проницаемость и параметр киральности зависят от частоты падающего ЭМП. В научной литературе доказывалось, что в случае кирального метаматериала (по аналогии с оптически активной средой в оптике) частотные зависимости диэлектрической проницаемости и параметра киральности определяются формулой Кондона [12]:

$$\varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_c + \frac{\beta_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad \chi(\omega) = \frac{A\beta_0^2 \omega}{c(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (8)$$

где  $\varepsilon_s$  – относительная диэлектрическая проницаемость области, занятой киральным компонентом Б;  $\alpha$  – объемная концентрация компонента в контейнере А;  $\chi$  – параметр киральности КММ;  $c$  – скорость электромагнитной волны в вакууме;  $A$  – параметр, имеющий размерность длины и связанный с расстоянием между элементами;  $\beta_0$  – параметр, имеющий размерность частоты и связанный с внутренними процессами в среде.

Резонансная частота  $\omega_0$  определяется формой и размерами кирального компонента. Для КММ на основе различных зеркально-асимметричных компонентов расчет резонансной частоты производится по-разному и определяется пространственной формой компонента.

Поставляя формулу (8) в материальные уравнения (7), получаем математическую модель кирального метаматериала, учитывающую свойства киральности, гетерогенности и дисперсии:



Внутри слоя из кирального метаматериала будут распространяться волны с право- (ПКП) и левокруговыми (ЛКП) поляризациями – две преломленные из области 1 и 2, отраженные от границы раздела с областью 3. Для их описания можно ввести матрицу коэффициентов отражения-прохождения волн ПКП и ЛКП в области 2:

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} T_R^{(-)} & T_L^{(-)} \\ T_R^{(+)} & T_L^{(+)} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Таким образом, требуется определить матрицы коэффициентов отражения и прохождения основной и кросс-поляризованной компонент поля (10)–(12).

При решении задачи воспользуемся методом частичных областей с учетом киральности среды, представленным в [13].

Планарный слой КММ описывается следующими материальными уравнениями:

$$\vec{\mathbf{D}}^{(2)} = \varepsilon_2(\omega) \vec{\mathbf{E}}^{(2)} \mp i\chi_2(\omega) \vec{\mathbf{H}}^{(2)}; \quad (13)$$

$$\vec{\mathbf{B}}^{(2)} = \mu_2 \vec{\mathbf{H}}^{(2)} \pm i\chi_2(\omega) \vec{\mathbf{E}}^{(2)},$$

где верхние и нижние знаки определяют правую или левую форму зеркально-асимметричных компонент. Соотношения (13) записаны в Гауссовой системе единиц. При этом используется построенная математическая модель (9)

Векторы напряженностей электрического и магнитного полей в слое из кирального метаматериала находятся из следующих дифференциальных уравнений [13]:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{\mathbf{E}}^{(2)} + k_0^2 \left[ \varepsilon_2(\omega) \mu_2 + \chi_2^2(\omega) \right] \vec{\mathbf{E}}^{(2)} - \\ - 2ik_0^2 \mu_2 \chi_2(\omega) \vec{\mathbf{H}}^{(2)} = 0; \\ \nabla^2 \vec{\mathbf{H}}^{(2)} + k_0^2 \left[ \varepsilon_2(\omega) \mu_2 + \chi_2^2(\omega) \right] \vec{\mathbf{H}}^{(2)} + \\ + 2ik_0^2 \varepsilon_2(\omega) \chi_2(\omega) \vec{\mathbf{E}}^{(2)} = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $k_0$  – волновое число для плоской однородной волны в вакууме.

Векторы напряженностей электрического и магнитного полей в слое из кирального метаматериала представляются в виде суперпозиции полей волн с круговыми поляризациями (полей Бельтрами):

$$\vec{\mathbf{E}}^{(2)} = \vec{\mathbf{E}}_R + \vec{\mathbf{E}}_L; \quad \vec{\mathbf{H}}^{(2)} = i\sqrt{\frac{\varepsilon_2(\omega)}{\mu_2}} (\vec{\mathbf{E}}_R - \vec{\mathbf{E}}_L), \quad (15)$$

в результате чего получаются однородные уравнения Гельмгольца для волн ПКП и ЛКП:

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{E}}_{R,L} \pm k_{R,L}^2 \vec{\mathbf{E}}_{R,L} = 0, \quad (16)$$

где  $\vec{\mathbf{E}}_R$  – напряженность электрического поля волны с правой круговой поляризацией;  $\vec{\mathbf{E}}_L$  – на-

пряженность электрического поля волны с левой круговой поляризацией.

В формуле (16):

$$k_{R,L} = k_0 \left[ \sqrt{\varepsilon_2(\omega) \mu_2} \pm \chi_2(\omega) \right] \quad (17)$$

– волновые числа для волн ПКП и ЛКП в неограниченной киральной среде [4; 5].

Решения уравнений (16) являются известными и представляют собой совокупность двух волн, прошедших в киральный метаматериал, и двух волн, отраженных обратно в слой метаматериала от границы раздела с областью 3 [12]:

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} = T_R^{(-)} e^{-ik_R(\vec{s}_R^-, \vec{r})} + T_R^{(+)} e^{-ik_R(\vec{s}_R^+, \vec{r})} + \\ + T_L^{(-)} e^{-ik_L(\vec{s}_L^-, \vec{r})} + T_L^{(+)} e^{-ik_L(\vec{s}_L^+, \vec{r})}; \\ H_z^{(2)} = \frac{i}{\eta_2} \left[ T_R^{(-)} e^{-ik_R(\vec{s}_R^-, \vec{r})} + T_R^{(+)} e^{-ik_R(\vec{s}_R^+, \vec{r})} - \right. \\ \left. - T_L^{(-)} e^{-ik_L(\vec{s}_L^-, \vec{r})} - T_L^{(+)} e^{-ik_L(\vec{s}_L^+, \vec{r})} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\vec{s}_{R,L}^- = \{-\cos\theta_{R,L}, \sin\theta_{R,L}\}$  – единичные векторы, вдоль которых распространяются волны, прошедшие в область 2 из области 1;  $\vec{s}_{R,L}^+ = \{\cos\theta_{R,L}, \sin\theta_{R,L}\}$  – единичные векторы, вдоль которых распространяются волны, отраженные от области 3 в область 2;  $\theta_{R,L}$  – углы преломления волн ПКП и ЛКП соответственно;  $\eta_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}$  – импеданс (характеристическое сопротивление) кирального метаматериала;  $k_{R,L} = k_0(n_2 \pm \chi_2)$  – постоянные распространения нормальных волн ПКП и ЛКП в киральном слое;  $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$  – относительный показатель преломления для области 2.

В статье были рассмотрены случаи падения ЭМП с Е-поляризацией:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} = e^{-ik_1(\vec{s}_{ind}, \vec{r})} + r_{ee} e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}; \\ H_y^{(1)} = \frac{\cos\theta}{\eta_1} e^{-ik_1(\vec{s}_{ind}, \vec{r})} - r_{ee} \frac{\cos\theta}{\eta_1} e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}; \\ H_z^{(1)} = r_{eh} e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}; \\ E_y^{(1)} = r_{eh} \eta_1 \cos\theta e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}, \end{aligned} \quad (19)$$

и Н-поляризацией:

$$\begin{aligned} H_z^{(1)} = e^{-ik_1(\vec{s}_{ind}, \vec{r})} + r_{hh} e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}; \\ E_y^{(1)} = -\eta_1 \cos\theta e^{-ik_1(\vec{s}_{ind}, \vec{r})} + r_{hh} \cos\theta e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}; \\ E_z^{(1)} = r_{he} e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}; \\ H_y^{(1)} = -r_{he} \frac{\cos\theta}{\eta_1} e^{-ik_1(\vec{s}_{ref}, \vec{r})}. \end{aligned} \quad (20)$$

В соотношениях (19)–(20):  $k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$  – волновое число для плоской однородной волны

в области 1;  $\vec{s}_{\text{ref}} = \{\cos\theta, \sin\theta\}$  – единичный вектор, определяющий направление распространения падающей волны;  $\vec{r} = \{x, y\}$  – радиус-вектор точки наблюдения;  $\eta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$  – характеристическое сопротивление (импеданс) диэлектрической области 1;  $\vec{s}_{\text{ind}} = \{-\cos\theta, \sin\theta\}$  – единичный вектор, определяющий направление распространения падающей волны.

Поле в области 3 находится по аналогии [13].

На границах раздела выполняются граничные условия для тангенциальных составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей [14]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_\tau^{(1)}(y=0) &= \vec{E}_\tau^{(2)}(y=0); \\ \vec{H}_\tau^{(1)}(y=0) &= \vec{H}_\tau^{(1)}(y=0); \\ \vec{E}_\tau^{(2)}(y=-h) &= \vec{E}_\tau^{(3)}(y=-h); \\ \vec{H}_\tau^{(2)}(y=-h) &= \vec{H}_\tau^{(3)}(y=-h). \end{aligned} \quad (21)$$

После подстановки соотношений (18), (19) и (20) в граничные условия (21) получаем неоднородную систему линейных алгебраических уравнений следующего вида, например, для случая падения ЭМП Н- и Е-поляризации:

$$\mathbf{V}_{\text{H,E}} \bar{\mathbf{R}}_{\text{H,E}} = \bar{\mathbf{A}}_{\text{H,E}}. \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{E}} = \left[ T_{\text{R}}^{(-)}, T_{\text{R}}^{(+)}, T_{\text{L}}^{(-)}, T_{\text{L}}^{(+)}, r_{\text{ee}}, r_{\text{eh}}, t_{\text{ee}}, t_{\text{eh}} \right]^T;$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\text{E}} = \left[ 1, 0, 0, \frac{\cos\theta}{\eta_1}, 0, 0, 0, 0 \right]^T;$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{H}} = \left[ T_{\text{R}}^{(-)}, T_{\text{R}}^{(+)}, T_{\text{L}}^{(-)}, T_{\text{L}}^{(+)}, r_{\text{hh}}, r_{\text{he}}, t_{\text{hh}}, t_{\text{he}} \right]^T;$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\text{H}} = \left[ 0, 1, -\eta_1 \cos\theta, 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T;$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_{\text{BR}}(\omega) &= \\ &= \sqrt{\frac{[\varepsilon_{s2}(\omega)(1-3\alpha_2) - \varepsilon_{c2}(2-3\alpha_2)]^2}{16} + \frac{\varepsilon_{c2}\varepsilon_{s2}(\omega)}{2}} - \\ &- \frac{\varepsilon_{s2}(\omega)(1-3\alpha_2) - \varepsilon_{c2}(2-3\alpha_2)}{4}; \end{aligned}$$

$$\eta_2(\omega) = \sqrt{\varepsilon_{\text{BR}}(\omega)/\mu_2};$$

$$\alpha_{\text{R,L}}(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1\mu_1 \sin^2\theta}{\left(\sqrt{\varepsilon_{\text{BR}}(\omega)\mu_2} \pm \chi_2(\omega)\right)^2}};$$

$$k_{\text{R,L}}(\omega) = k_0 \left( \sqrt{\varepsilon_{\text{BR}}(\omega)\mu_2} \pm \chi_2(\omega) \right);$$

$$\eta_1 = \sqrt{\mu^{(1)}/\varepsilon^{(1)}}; \quad k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon^{(1)}\mu^{(1)}};$$

$$k_3 = k_0 \sqrt{\varepsilon^{(3)}\mu^{(3)}}; \quad \eta_3 = \sqrt{\mu^{(3)}/\varepsilon^{(3)}};$$

$$\beta_{\text{R,L}}(\omega) = k_{\text{R,L}}(\omega)h \cos\theta_{\text{R,L}}; \quad \beta_3 = k_3 h \cos\theta_3;$$

$$\varepsilon_{s2}(\omega) = \varepsilon_{s2} + \frac{\beta_{02}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad \chi_2(\omega) = \frac{A_2 k_0 \beta_{02}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Явный вид матриц  $\mathbf{V}_{\text{H,E}}$  не приводится в статье в силу громоздкости их элементов.

Из решения систем линейных алгебраических уравнений (22) определяются элементы неизвестных матриц коэффициентов отражения и прохождения основных и кросс-поляризованных компонент поля (10), (11), (12).

### 3. Киральный метаматериал на основе составных спиральных элементов

Рассмотрим построение частной математической модели составного элемента на основе произвольного числа спиральных элементов в пространственной конфигурации, а также метаматериала на основе матрицы таких элементов. Геометрия элемента и метаматериала отражены на рис. 3. Для упрощения на рис. 3 показаны три спирали в структуре составного компонента различными типами линий.

Спиральные компоненты внутри пространственного составного элемента различаются между собой геометрическими размерами. При этом при создании КММ на их основе все компоненты должны быть тождественными. Геометрические размеры  $i$ -го кирального компонента в составном киральном элементе:  $N_i$  – число витков;  $R_i$  – радиус витка спирали;  $h_i$  – шаг спирали;  $p_i$  – длина спирали в расправленном состоянии;  $r_i$  – радиус проволоки;  $\alpha_i$  – угол накрутки спирали.

Для расчета резонансной частоты составного элемента воспользуемся формулой Томсона:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (23)$$

где  $L$  – общая индуктивность составного кирального компонента;  $C$  – емкость составного кирального компонента.

Индуктивность и емкость составного кирального компонента имеют вид:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i; \quad L = \prod_{i=1}^N L_i \left( \sum_{i=1}^N L_i \right)^{-1}, \quad (24)$$

где  $L_i$  – индуктивность  $i$ -го спирального компонента в пространственной структуре составного спирального элемента;  $C_i$  – емкость  $i$ -го спираль-

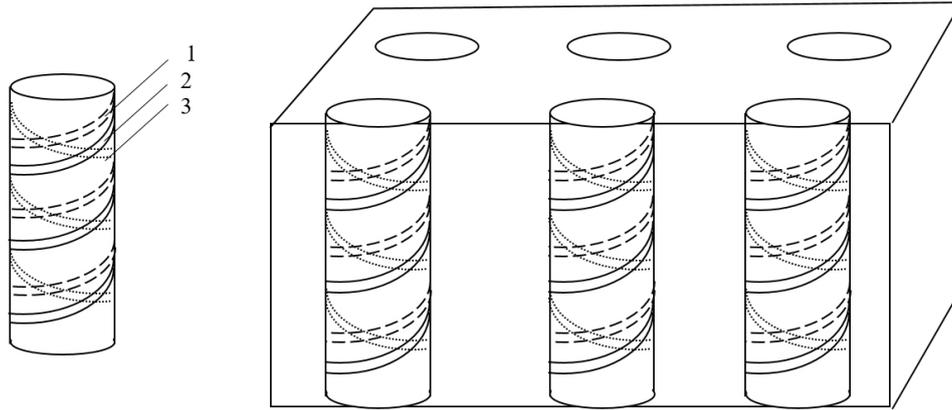


Рис. 3. Геометрия элемента и метаматериала  
Fig. 3. Element and metamaterial geometry

ного компонента в пространственной структуре составного спирального элемента ( $i = 1, N$ );  $N$  – полное количество спиралей в составном киральном компоненте.

Емкость одиночной спирали с учетом ближайшего окружения элементами определяется следующим образом:

$$C_i = C_{\text{пр } i} + C_{\text{мв } i} + C_{\text{мэ } i}, \quad (25)$$

то есть суммой емкостей тонкопроволочного прямолинейного проводника, межвитковой емкости  $i$ -го спирального компонента и межэлементной емкости внутри спирального компонента.

В результате выражение для суммарной емкости  $i$ -го спирального компонента имеет следующий вид:

$$C_i = \varepsilon_{c2} \left[ \frac{l_i}{18 \ln \left( \frac{2l_i}{r_i} \right) - 1} + \frac{\pi \left[ (R_i + 2r_i)^2 - R_i^2 \right] (N_i - 1)}{h_i} + \frac{1}{d} \frac{N_i (R_i + r_i)}{\cos \alpha_i} r \right], \quad (26)$$

где  $\varepsilon_{c2}$  – относительная диэлектрическая проницаемость несущей среды (цилиндрической основы, на которую накручен спиральный компонент).

Индуктивность  $i$ -го спирального компонента:

$$L_i = \mu_{c2} \frac{\pi N_i^2 R_i^2}{l_i}, \quad (27)$$

где  $\mu_{c2}$  – относительная магнитная проницаемость несущей среды (контейнера).

Формула для резонансной частоты составного спирального компонента получается с использованием выражений (23)–(27):

$$\omega_0 = \left[ \prod_{i=1}^N L_i \left( \sum_{i=1}^N L_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N C_i \right]^{-1/2}, \quad (28)$$

где  $C_i$  и  $L_i$  выражаются из формул (26) и (27).

#### 4. Численные результаты

Для апробации предложенной модели КММ на основе матрицы из составных спиральных компонентов была выбрана структура, состоящая из двух составных элементов, накрученных на единую цилиндрическую основу с  $\varepsilon_{c2} = 1,6$  (одна из разновидностей пенополистирола). Контейнер (несущая среда) также обладал  $\varepsilon_{c2} = 1,6$ . Толщина планарного слоя КММ равнялась 0,05 м. Первый спиральный элемент в составе составного кирального компонента обладал следующими значениями геометрических параметров:  $R_1 = 0,01$  м,  $N_1 = 3$ ,  $r_1 = 0,002$  м,  $H_1 = 0,05$  м,  $d_1 = 0,05$  м, в то время как второй элемент:  $R_1 = 0,01$  м,  $N_1 = 2$ ,  $r_1 = 0,002$  м,  $H_1 = 0,05$  м,  $d_1 = 0,05$  м, то есть спирали отличались друг от друга числом витков. Области 1 и 3 представляли собой вакуум с  $\varepsilon_{1,3} = \mu_{1,3} = 1$ . Падение ЭМВ на исследуемый планарный слой КММ было нормальным:  $\theta = 0$ . Были для примера исследованы три случая, когда менялась концентрация киральных компонентов внутри контейнера, то есть:  $\alpha_2 = 0,05$ ; 0,1; 0,15. Также в качестве частного случая была рассмотрена ситуация, соответствующая отсутствию учета гетерогенности КММ, то есть для эффективной диэлектрической проницаемости не применялась модель Бруггемана. Падение считалось нормальным, чтобы кросс-поляризационные эффекты были незначительны.

В результате были рассчитаны частотные зависимости отраженной мощности основной компо-

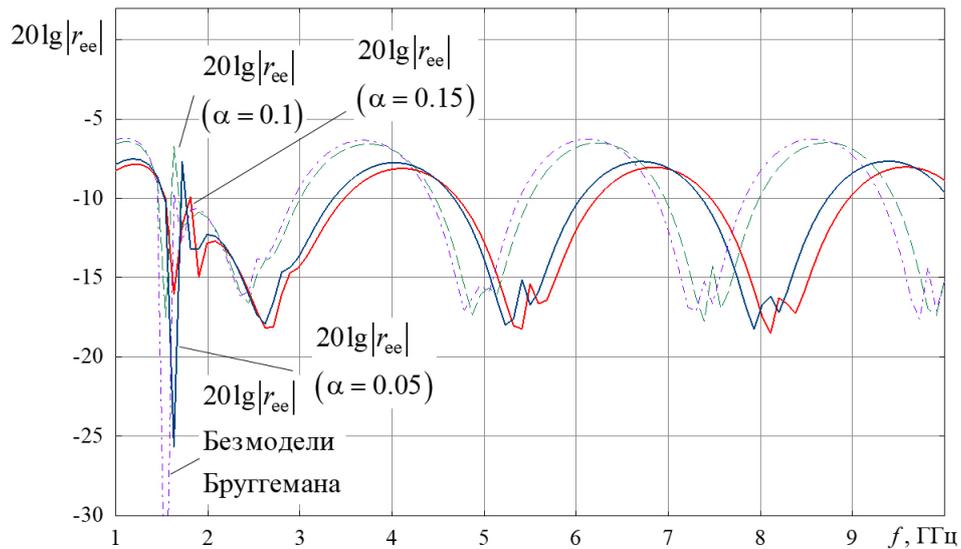


Рис. 4. Частотные зависимости отраженной от планарного слоя КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов  
Fig. 4. Frequency dependences of the power reflected from the planar CMM layer (E-polarization) at various values of the concentration of chiral components

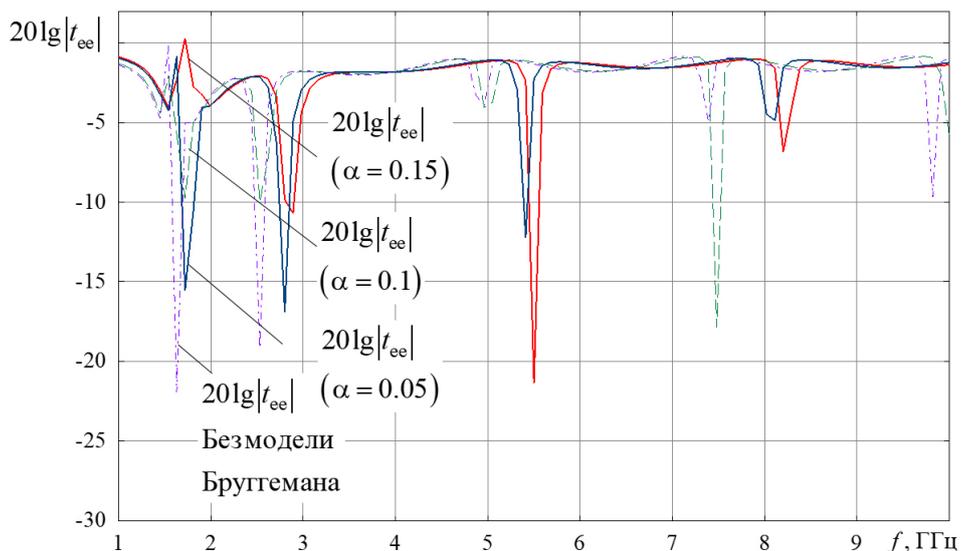


Рис. 5. Частотные зависимости прошедшей через планарный слой КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов  
Fig. 5. Frequency dependences of the power transmitted through the planar CMM layer (E-polarization) at various values of the concentration of chiral components

ненты ( $20\lg|r_{ee}|$ ) и прошедшей мощности основной компоненты ( $20\lg|t_{ee}|$ ) для случая падения на планарный слой КММ волны с Е-поляризацией поля.

На рис. 4 приведены частотные зависимости отраженной от планарного слоя КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов в диапазоне частот от 1 до 10 ГГц.

На рис. 5 приведены зависимости прошедшей через планарный слой КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов в диапазоне частот от 1 до 10 ГГц.

Из сравнения рис. 4 и 5 можно сделать вывод, что вблизи частоты 1,6 ГГц наблюдаются минимумы прохождения и отражения основной (падающей, Е) компоненты поля. На этой частоте ЭМП концентрируется в планарном слое КММ. Этот эффект ранее был предсказан и для КММ на основе классических многозаходных спиральных элементов.

На рис. 6 приведены частотные зависимости отраженной от планарного слоя КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов в диапазоне частот от 1 до 3 ГГц.

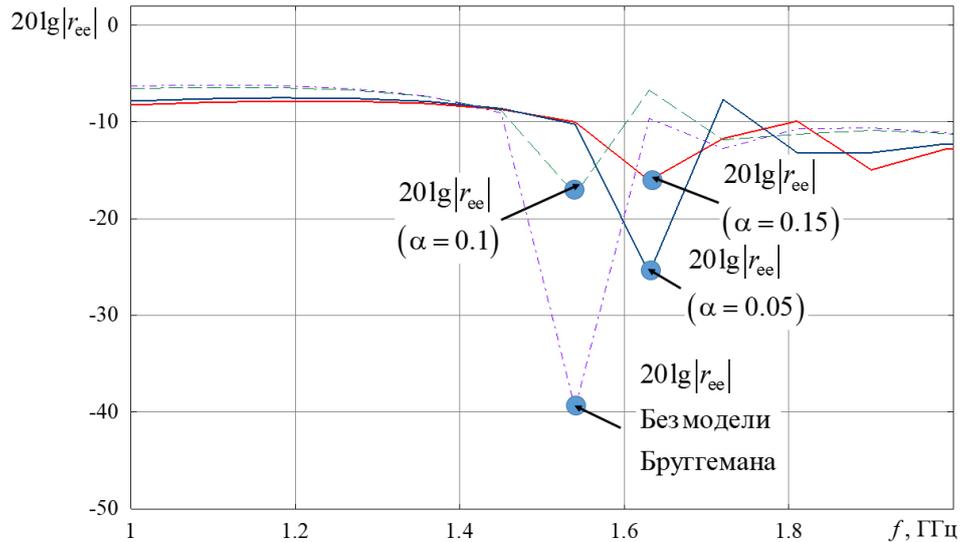


Рис. 6. Частотные зависимости отраженной от планарного слоя КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов

Fig. 6. Frequency dependences of the power reflected from the planar CMM layer (E-polarization) at various values of the concentration of chiral components

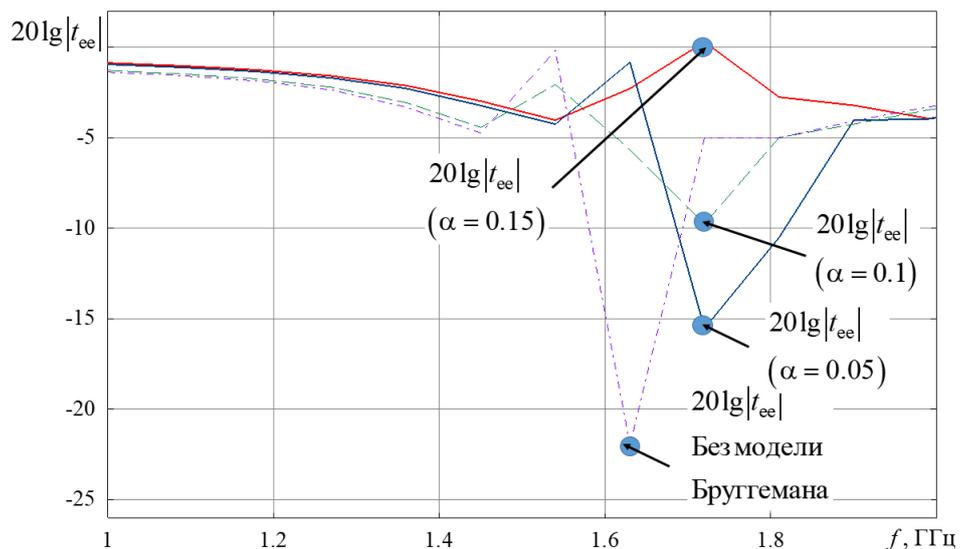


Рис. 7. Частотные зависимости прошедшей через планарный слой КММ мощности (Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов

Fig. 7. Frequency dependences of the power transmitted through the planar CMM layer (E-polarization) at various values of the concentration of chiral components

Как видно из рис. 6, в «предрезонансном» частотном диапазоне уровень отражения практически не зависит от концентрации киральных компонентов и результаты с использованием и без использования модели Бруггемана практически совпадают. Особый интерес представляет частотная область, в которой наблюдается резонансный минимум отражения ЭМП Е-поляризации. Как видно из представленных характеристик, расчет без учета гетерогенности приводит к минимальному значению отраженной мощности в  $-40$  дБ. Учет гетерогенности с использованием модели Бруггемана ведет к увеличению уровня отражения

ЭМП Е-поляризации вблизи резонансной частоты. Кроме того, как видно из рис. 6, частоты резонансного минимума отражения, рассчитанные с учетом и без учета гетерогенности и при разных значениях концентрации, отличаются и равны  $1,57$  и  $1,62$  ГГц. Также можно заметить, что увеличение концентрации киральных компонент в несущей среде приводит к тому, что эффект захвата ЭМП планарным слоем КММ постепенно исчезает, так как растет уровень отражения основной компоненты поля.

На рис. 7 приведены зависимости прошедшей через планарный слой КММ мощности

(Е-поляризация) при различных значениях концентрации киральных компонентов в диапазоне частот от 1 до 3 ГГц.

В «предрезонансном» частотном диапазоне (см. рис. 7) уровень прошедшей мощности практически не зависит от концентрации киральных компонентов и результаты с использованием и без использования модели Бруггемана практически совпадают. Так же как и в случае исследования отражения ЭМП от планарного слоя КММ, интерес представляет частотная область, в которой наблюдается резонансный минимум прохождения ЭМП Е-поляризации. Как видно из представленных характеристик, расчет без учета гетерогенности приводит к минимальному значению прошедшей мощности в  $-22$  дБ. Учет гетерогенности с использованием модели Бруггемана приводит к увеличению уровня прохождения ЭМП Е-поляризации вблизи резонансной частоты. Кроме того, как видно из рис. 6, частоты резонансного минимума прохождения, рассчитанные с учетом и без учета гетерогенности, отличаются  $-1,64$  и  $1,69$  ГГц. Также можно заметить, что увеличение концентрации киральных компонент в несущей среде приводит к тому, что эффект захвата ЭМП планарным слоем КММ исчезает, так как при  $\alpha_2 = 0,15$  электромагнитная волна проходит через планарный слой КММ практически без ослабления.

## Заключение

В статье построена математическая модель кирального метаматериала на основе составных тонкопроволочных спиральных элементов, учитывающая свойства киральности, гетерогенности и дисперсии. В результате решения задачи об отражении плоской электромагнитной волны линейной поляризации от планарного слоя показано, что метаструктура обладает выраженными частотно-селективными свойствами. В частности, обнаружены частотные режимы, в которых метаматериал позволяет преобразовывать нормально и радиально падающее электромагнитное излучение СВЧ в рассеяние в плоскости структуры. Подобный эффект может быть использован для создания частотно селективных концентраторов (хабов) СВЧ-энергии.

В статье доказано, что использование модели Бруггемана для учета гетерогенности корректирует значение уровней прошедшей и отраженной мощностей при падении ЭМП на планарный слой КММ в сторону их увеличения. Рост концентрации киральных компонентов в контейнере приводит к исчезновению эффекта частотно-селективной концентрации электромагнитной энергии СВЧ-метаматериалом.

## Список литературы

1. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. London: Taylor & Francis; CRC Press, 2009. 992 p.
2. Engheta N., Ziolkowski R.W. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations. N.-Y.: Wiley, 2006. 414 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2020. Vol. 68, No. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
4. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
5. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-Harmonic Electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 121 p.
6. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic Chirality. Part 1: The Microscopic Perspective [Electromagnetic Perspectives] // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2020. Vol. 62, No. 1. P. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>.
7. Controlling THz and far-IR waves with chiral and bianisotropic metamaterials / G. Kenanakis [et al.] // EPJ Appl. Metamaterials. 2015. Vol. 2. P. 15. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjam/2015019>.
8. Veselago V.G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  // Soviet Phys. Uspekhi. 1968. Vol. 10, № 4. P. 509–514. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>.
9. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction // Science. 2001. Vol. 292, No. 5514. P. 77–79. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1058847>.
10. Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen // Ann. Phys. 1935. Vol. 416, No. 7. P. 636–664. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>.
11. Сушко М.Я., Крисык С.К. Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем // Журнал технической физики. 2009. Т. 79, Вып. 3. С. 97–101. URL: <http://journals.ioffe.ru/articles/9645>.
12. Semchenko I.V., Tretyakov S.A., Serdyukov A.N. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years // Progress in Electromagnetics Research. 1996. Vol. 12. P. 335–370. URL: <http://www.jpier.org/PIER/pier.php?paper=941128>.
13. Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. 280 с.
14. Harrington R.F. Time-Harmonic Electromagnetic Fields. N.-Y.: McGraw-Hill, 1961. 496 p.

## References

1. Capolino F. *Theory and Phenomena of Metamaterials*. London: Taylor & Francis; CRC Press, 2009, 992 p.
2. Engheta N., Ziolkowski R.W. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. New York: Wiley, 2006, 414 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
4. Lindell I.V. et al. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994, 291 p.
5. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. *Time-Harmonic Electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics*. Berlin: Springer-Verlag, 1989, 121 p.
6. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality. Part 1: The microscopic perspective [Electromagnetic perspectives]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2020, vol. 62, no. 1, pp. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>.
7. Kenanakis G. et al. Controlling THz and far-IR waves with chiral and bianisotropic metamaterials. *EPJ Appl. Metamaterials*, 2015, vol. 2, p. 15. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjam/2015019>.
8. Veselago V.G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet Phys. Uspekhi*, 1968, vol. 10, no. 4, pp. 509–514. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>.
9. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 2001, vol. 292, no. 5514, pp. 77–79. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1058847>.
10. Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Ann. Phys.*, 1935, vol. 416, no. 7, pp. 636–664. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>.
11. Sushko M.Ja., Kris'kiv S.K. The compact group method in the theory of the dielectric constant of heterogeneous systems. *Zhurnal tehnichekoj fizik*, 2009, vol. 79, no. 3, pp. 97–101. URL: <http://journals.ioffe.ru/articles/9645>. (In Russ.)
12. Semchenko I.V., Tretyakov S.A., Serdyukov A.N. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years. *Progress in Electromagnetics Research*, 1996, vol. 12, pp. 335–370. URL: <http://www.jpier.org/PIER/pier.php?paper=941128>.
13. Neganov V.A., Osipov O.V. *Reflective, Waveguiding and Radiating Structures With Chiral Elements*. Moscow: Radio i svjaz', 2006, 280 p. (In Russ.)
14. Harrington R.F. *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. New York: McGraw-Hill, 1961, 496 p.

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2020, vol. 23, no. 3, pp. 44–55

DOI 10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55

Received 1 September 2020  
Accepted 22 September 2020

### Research of electromagnetic characteristics of planar chiral metastructures based on composite helices components taking into account the heterogeneous Bruggeman model

Mikhail V. Aralkin<sup>1</sup>, Andrei N. Dement'ev<sup>2</sup>, Oleg V. Osipov<sup>3</sup><sup>1</sup> The Military Academy of Strategic Rocket Troops after Peter the Great  
8, Karbysheva Street,  
Balashiha, Moscow Region, 143900, Russia<sup>2</sup> MIREA – Russian Technological University  
78, Vernadsky Avenue,  
Moscow, 119454, Russia<sup>3</sup> Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

**Abstract** – In this work a mathematical model of a chiral metamaterial is constructed which based on composite fine-wire helices components, which takes into account the properties of chirality, heterogeneity and dispersion. When constructing the model the chiral metamaterial was considered as a heterogeneous system and described by the Bruggeman model. In this work, analytical relationships were obtained for calculating the resonance frequencies of composite helices components. The dispersion properties of the metamaterial were described using the well-known Condon model. As an example of using the constructed mathematical model, we solved the problem of the reflection (transmission) of a plane electromagnetic wave of linear polarization from a planar layer of the chiral structure under study based on composite helices microelements. A system of linear algebraic equations was obtained to determine the reflection and transmission coefficients of the main and cross-polarized field components. As a result of the numerical simulation, the frequency-selective properties of the metastructure were discovered and the frequencies at which the electromagnetic wave is «captured» by the planar layer of the metastructure were revealed. A similar effect can be used to creation of frequency selective concentrators (hubs) of microwave energy.

**Keywords** – chiral media, chiral metamaterial, metamaterial, metastructure, compound helix, spatial dispersion, frequency selectivity, Bruggeman model, Condon model.

## Информация об авторах

**Аралкин Михаил Вячеславович**, 1974 г. р., техник кафедры № 28 Военной академии Ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого. Окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1999 г., инженер-разработчик по специальности «ракетостроение», г. Балашиха, Московская обл., Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов, антенны и устройства СВЧ, нелинейная оптика.

*E-mail:* aralkin\_mv@inbox.ru

**Дементьев Андрей Николаевич**, 1975 г. р., доктор технических наук, доцент кафедры радиоволновых процессов и технологий Института радиотехнических и телекоммуникационных систем МИРЭА – Российского технологического университета, г. Москва, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов, антенны и устройства СВЧ, нелинейная оптика.

*E-mail:* dementev\_2001@mail.ru

**Осипов Олег Владимирович**, доктор физико-математических наук, проректор по науке и инновациям Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов, антенны и устройства СВЧ, нелинейная оптика.

*E-mail:* o.osipov@psuti.ru

## Information about the Authors

**Mikhail V. Aralkin** was born in 1974, Technician of the Department No. 28, the Military Academy of Strategic Rocket Troops after Peter the Great, Balashiha, Moscow Region, Russia. He graduated from Moscow State Technical University N.E. Bauman in 1999 as a development engineer specializing in rocket science.

*Research interests:* electrodynamic of metamaterials, antennas and microwave devices, nonlinear optics.

*E-mail:* aralkin\_mv@inbox.ru

**Andrei N. Dement'ev** was born in 1975, Doctor of Sciences in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Radio Wave Processes and Technologies, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia.

*Research interests:* electrodynamic of metamaterials, antennas and microwave devices, nonlinear optics.

*E-mail:* dementev\_2001@mail.ru

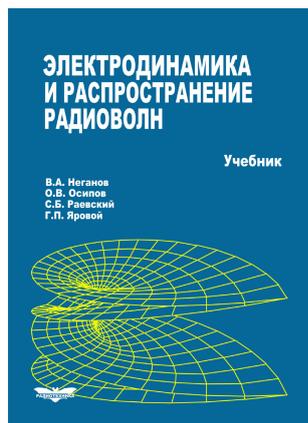
**Oleg V. Osipov**, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Vice-Rector for Science and Innovations of the Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* electrodynamic of metamaterials, antennas and microwave devices, nonlinear optics.

*E-mail:* o.osipov@psuti.ru

**Неганов, В.А.**

**Электродинамика и распространение радиоволн:** учебник / В.А. Неганов [и др.]; под ред. В.А. Неганова и С.Б. Раевского. – Изд. 4-е, доп. и перераб. – М.: Радиотехника, 2009. – 744 с.



ISBN 978-5-88070-154-4

УДК 537.87(075.3)

ББК 22.3

Н 41

Книга написана активно работающими в области электродинамики учеными. Излагаются теория электромагнитного поля с акцентом на радиотехническую электродинамику и анализ волновых процессов; рассматриваются отражение и преломление волн, излучение и дифракция; описываются основные закономерности распространения электромагнитных волн в различных безграничных средах (изотропных, анизотропных, диспергирующих, неоднородных), в направляющих и резонансных структурах, в природных условиях. Обсуждаются методы математического моделирования в электродинамике, опирающегося на применение ЭВМ.

Отличительной особенностью книги является обсуждение современных проблем электродинамики: расчет электромагнитных волн в ближних зонах излучающих структур (самосогласованный метод расчета), комплексных волн в волноведущих структурах и др.

*Предназначается для студентов радиотехнических и радиофизических специальностей вузов, а также инженеров-радиотехников и радиофизиков.*