

Бифуркационные переходы в динамических системах импульсных стабилизаторов напряжения

А.А. Вороной , Н.А. Цилимбаев, В.А. Ушмодин

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – В данной статье рассмотрены бифуркации в нелинейных динамических системах и уделяется особое внимание бифуркациям – кризисам, которые отождествляются с катастрофами в системах. Качественное изменение фазового портрета, происходящее при изменении параметра системы m , называется бифуркацией фазового портрета. Значение параметра системы $\mu = \mu_0$, при котором происходит бифуркация, называется бифуркационным значением параметра (или точкой бифуркации). Приведены математические модели в ненасыщенном режиме; в режиме насыщения. Приведены достаточные условия, при выполнении которых имеет место бифуркация Андронова – Хопфа. Определены количественные соотношения для условий, при которых в системе имеет место бифуркация Андронова – Хопфа. Введены числовые значения параметров, при которых система принимает вполне компактный, но достаточно информативный вид.

Ключевые слова – катастрофа, бифуркации, нелинейные системы, фазовый портрет.

Введение

Слово «бифуркация» означает «раздвоение» и употребляется как название любого скачкообразного изменения, происходящего при плавном изменении параметров в любой системе, описываемой системой дифференциальных уравнений [1]. В данной работе изучаются бифуркации фазовых портретов систем дифференциальных уравнений на примере импульсного стабилизатора напряжения (ИСН).

1. Математическая модель в ненасыщенном режиме

Запишем уравнения состояния для системы импульсного регулятора в течение двух интервалов включения: импульса DT и паузы $D'T$. В течение каждого интервала имеет место система линейных дифференциальных уравнений:

– в течение интервала DT_S (ключевой транзистор включен)

$$K \frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + B_1 u; \quad (1)$$

– в течение интервала $D'T_S$ (ключевой транзистор выключен)

$$K \frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + B_2 u, \quad (2)$$

где D – коэффициент заполнения импульсов;
 $D' = 1 - D$; T – время одного периода ШИМ;

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_L \\ V_C \end{pmatrix}$$

– вектор переменных состояния, являющийся током в индуктивности и напряжением на емкости регулятора; u – входное воздействие; $u = V$ (входное напряжение); A_1, A_2 – квадратные матрицы переменных состояния силовой части регулятора, составленные на основании законов Кирхгофа:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix};$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix};$$

B_1, B_2 – прямоугольные матрицы коэффициентов внешнего источника (входного напряжения), составленные на основании законов Кирхгофа для его силовой части:

$$B_1 = B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Найдем решение системы (1) на интервале DT [2]

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u.$$

$$\varphi(t) = e^{A_1 t}$$

– фундаментальное решение системы (1).

$$x(t) = e^{A_1 t} x_0 + \int_0^t e^{A_1(t-s)} B_1 u ds$$

– формула вариации произвольных постоянных, где значение матричного экспоненциала:

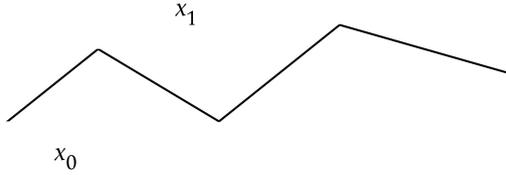


Рис. 1. График функции x_{n+1}
 Fig. 1. Graph of the function x_{n+1}

$$e^{\mathbf{A}_1 t} \approx I + \mathbf{A}_1 t + \frac{\mathbf{A}_1^2 t^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}_1^3 t^3}{3!} + \dots$$

Ввиду малости величины t ($t < T = \frac{1}{f_k}$) по абсолютной величине значение матричного экспоненциала принимается равным

$$e^{\mathbf{A}_1 t} \approx I + \mathbf{A}_1 t \quad \text{или} \quad e^{\mathbf{A}_1 t} - I \approx \mathbf{A}_1 t,$$

где $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица.

$$e^{\mathbf{A}_1(t-s)} \approx I + \mathbf{A}_1(t-s).$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} x(t) &= (I + \mathbf{A}_1 t)x_0 + \int_0^t [B_1 u + B_1 u \mathbf{A}_1(t-s)] ds = \\ &= (I + \mathbf{A}_1 t)x_0 + B_1 u t + \frac{B_1 u \mathbf{A}_1 t^2}{2}, \end{aligned}$$

$$x(t) = (I + \mathbf{A}_1 t)x_0 + B_1 u t.$$

Решение системы (1) на интервале $0 \leq t \leq DT_S$ примет вид

$$x(t) = (I + \mathbf{A}_1 t)x(0) + B_1 u t. \quad (3)$$

Аналогично найдем решение системы (2) на интервале $DT_S \leq t \leq T_S$:

$$x(t) = (I + \mathbf{A}_1(t - DT_S))x(DT_S) + B_1 u(t - DT_S). \quad (4)$$

Комбинируя уравнения (1), (2) в моменты времени $t = DT_S$ и $D'T_S$ соответственно, с учетом $D'T_S = t - DT_S$, получаем:

$$\begin{aligned} x(T_S) &= [I + T_S(DA_1 + D'A_2)]x(0) + \\ &+ T_S(DB_1 + D'B_2)u. \end{aligned} \quad (5)$$

Переносим полученное соотношение на $n + 1$ интервал включения ключевого элемента, получим следующее итерационное выражение:

$$\begin{aligned} x((n+1)T_S) &= x_{n+1} = \\ &= [I + T_S(D_n A_1 + D'_n A_2)]x_n + \\ &+ T_S(D_n B_1 + D'_n B_2)u. \end{aligned} \quad (6)$$

Это уравнение является основным уравнением, которое описывает переходный процесс системы; это итерация значений $x(T_S)$ и $x((n+1)T_S)$.

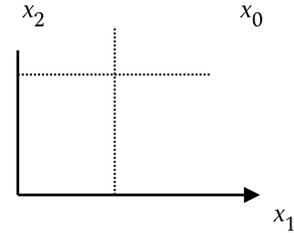


Рис. 2. Перенос точки покоя в начало координат
 Fig. 2. Moving the rest point to the origin

Желаемая точка покоя

$$x_{n+1} = x_n = x_0, \quad D_{n+1} = D_n = D_0. \quad (7)$$

На рис. 1 представлен график функции x_{n+1} .

Функция x_{n+1} получается из функции x_n (рис. 2).

Подставляя значения (7) в уравнение (6) и решая его относительно x_0 , находим положение равновесия:

$$\begin{aligned} x_{n+1} = x_n = x_0 &= \\ &= [I + T_S(D_0 A_1 + D'_0 A_2)]x_0 + \\ &+ T_S(D_0 B_1 + D'_0 B_2)u, \end{aligned} \quad (8)$$

$$x_0 = -\frac{(D_0 B_1 + D'_0 B_2)u}{D_0 A_1 + D'_0 A_2}.$$

Удобно для анализа перенести оси координат так, чтобы точка покоя (точка, в которой выходные величины регулятора являются номинальными), находилась в начале координат. Это возможно с помощью замены переменных:

$$x_n = x_0 + \bar{x}_n, \quad D_n = D_0 + d_n. \quad (9)$$

Подставляя выражения формулы (9) в уравнение (6), получим дискретное уравнение, которое описывает работу импульсного регулятора в нормальном, ненасыщенном режиме:

$$\begin{aligned} D'_n &= 1 - D_n = 1 - D_0 - d_n = D'_0 - d_n, \\ x_0 + \bar{x}_{n+1} &= [I + T_S((D_0 + d_n)A_1 + (D'_0 - d_n)A_2)] \times \\ &\times (x_0 + \bar{x}_n) + T_S((D_0 + d_n)B_1 + (D'_0 - d_n)B_2)u \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_{n+1} &= [I + T_S(D_0 A_1 + D'_0 A_2)]\bar{x}_n + \\ &+ T_S[(A_1 - A_2)x_0 + (B_1 - B_2)u]d_n + \\ &+ T_S d_n (A_1 - A_2)\bar{x}_n, \end{aligned}$$

где

$$d_n = -f^T \bar{x}_n, \quad (11)$$

f^T – матрица-строка коэффициента усиления цепи обратной связи; \bar{x}_n – матрица-столбец векторов состояния.

От дискретного уравнения (10) перейдем к дифференциальному уравнению с помощью аппроксимации разностного оператора дифференциальным (формула Эйлера).

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = \frac{\bar{x}_{n+1} - \bar{x}_n}{T_s}, \quad (12)$$

где T_s – шаг.

В результате

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} = & (D_0 A_1 + D'_0 A_2) \bar{x}(t) + \\ & + [(A_1 - A_2)x_0 + (B_1 - B_2)u] d(t) + \\ & + d(t)(A_1 - A_2) \bar{x}(t), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$d(t) = -f^T \bar{x}(t).$$

Уравнение (13) – непрерывное уравнение, которое описывает работу импульсного регулятора в нормальном, ненасыщенном режиме [3].

Анализ уравнения (13) будет рассмотрен в дальнейшем.

Уравнение (13), описывающее динамику процесса в ненасыщенном режиме, может иметь положения равновесия («виртуальные»), расположенные в физически нереализуемой области или области насыщения.

2. Математическая модель в режиме насыщения

Рассмотрим выражение для коэффициента заполнения импульсов [4]

$$D(t) = D_0 + d(t), \quad (14)$$

$$d(t) = -f_1 I_L - f_2 V_c = -f^T \bar{x},$$

где

$$f^T = (f_1, f_2);$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_L \\ V_C \end{pmatrix};$$

D_0 – коэффициент заполнения импульсов в номинальном режиме (точке покоя); f_1 – коэффициент усиления цепи обратной связи по току; f_2 – коэффициент усиления цепи обратной связи по напряжению.

$$D_{\min} < D(t) < D_{\max},$$

$$D_{\min} < D_0 - f^T \bar{x} < D_{\max}.$$

Это иллюстрирует рис. 3.

$$\begin{aligned} x_{n+1} = & [I + T_s (D_{sat} A_1 + D'_{sat} A_2)] x_n + \\ & + T_s (D_{sat} B_1 + D'_{sat} B_2) u, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$D'_{sat} = 1 - D_{sat}.$$

Уравнение (15) линейно, так как

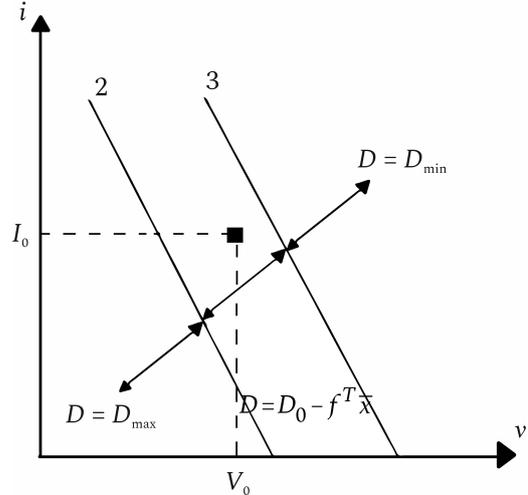


Рис. 3. Насыщенные и ненасыщенный участки ШИМ-регулятора на плоскости векторов состояния. I_0 и V_0 – номинальный ток (ток покоя) в индуктивности и номинальное напряжение (напряжение покоя) на конденсаторе

Рис. 3. Saturated and unsaturated sections of the PWM controller on the plane of the state vectors. I_0 и V_0 are the rated current (quiescent current) in the inductor, and the rated voltage (quiescent voltage) across the capacitor

$$D_{sat} = \text{const} \text{ (или } D_{sat} = D_{\min} \text{ или } D_{sat} = D_{\max}\text{)}. \quad (16)$$

Уравнение (15) – дискретное уравнение, которое было получено подстановкой замены (16) в уравнение (6).

От дискретного уравнения (15) перейдем к дифференциальному уравнению с помощью аппроксимации разностного оператора дифференциальным (формула Эйлера):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} = & [D_{sat} A_1 + D'_{sat} A_2] \bar{x}(t) + \\ & + (D_{sat} B_1 + D'_{sat} B_2) u. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставим значения из формулы (7) в уравнение (15) и, решая его относительно x_0 , находим положение равновесия:

$$x_0 = - \frac{(D_{sat} B_1 + D'_{sat} B_2) u}{D_{sat} A_1 + D'_{sat} A_2}. \quad (18)$$

3. Определение количественных соотношений

Выполним преобразования в уравнении (13):

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} = & (D_0 A_1 + D'_0 A_2) x(t) + [(A_1 - A_2)x_0 + \\ & + (B_1 - B_2)u] d(t) + d(t)(A_1 - A_2)x(t), \end{aligned}$$

где $d(x) = -f^T x = -f_1 x_1 - f_2 x_2$; $f^T = (f_1, f_2)$.

Обозначения

$$\tilde{A} = D_0 A_1 + D'_0 A_2 + (A_1 - A_2)x_0 f^T + (B_1 - B_2)u f^T.$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix};$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix};$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} I_0 \\ V_0 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{A} = D_0 \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix} + D_0' \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} I_0 \\ V_0 \end{pmatrix} (f_1, f_2);$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \frac{-(R_L + V_0 f_1)}{L} & -\frac{(D_0' + V_0 f_2)}{L} \\ \frac{D_0' + I_0 f_1}{C} & \frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H C} \end{pmatrix};$$

$$B_1 = B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$B = A_1 - A_2 = \begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix} -$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_H C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix}.$$

В результате обозначения получим систему следующего вида:

$$\frac{dx(t)}{dt} = (\tilde{A} + dB)x(t). \quad (19)$$

Введем нормированную матрицу K равенством:

$$K = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} \end{pmatrix};$$

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix};$$

$$K \frac{dx(t)}{dt} = (\tilde{A} + dB)x(t).$$

Тогда система примет вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = (K^{-1}\tilde{A} + K^{-1}dB)x(t),$$

где

$$K^{-1}\tilde{A} = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{(R_L + V_0 f_1)}{L} & -\frac{(D_0' + V_0 f_2)}{L} \\ \frac{D_0' + I_0 f_1}{C} & \frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(R_L + V_0 f_1) & -(D_0' + V_0 f_2) \\ D_0' + I_0 f_1 & \frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H} \end{pmatrix};$$

$$K^{-1}B = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим

$$R_1 = R_L + V_0 f_1;$$

$$N_1 = D_0' + V_0 f_2;$$

$$N_2 = D_0' + I_0 f_1;$$

$$R_2 = \frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H}.$$

В результате получим следующую систему:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_1 & -N_1 \\ N_2 & R_2 \end{pmatrix} + (-f_1 x_1 - f_2 x_2) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \quad (20)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -R_1 x_1 - N_1 x_2 - f_1 x_1 x_2 - f_2 x_2^2, \\ \dot{x}_2 = N_2 x_1 + R_2 x_2 + f_1 x_1^2 + f_2 x_1 x_2. \end{cases}$$

Вычислим матрицу системы (20), линеаризованную в окрестности нулевой точки покоя:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \end{pmatrix};$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0;$$

$$A = \begin{pmatrix} -R_1 & -N_1 \\ N_2 & R_2 \end{pmatrix}.$$

Составим характеристическое уравнение матрицы A :

$$\begin{vmatrix} A - \lambda E \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -R_1 - \lambda & -N_1 \\ N_2 & R_2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + (R_1 - R_2)\lambda + N_1 N_2 - R_1 R_2 = 0.$$

Или, что то же самое:

$$|A - \lambda E| = \lambda^2 + \left(R_L + V_0 f_1 - \left(\frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H} \right) \right) \lambda + (D'_0 + V_0 f_2)(D'_0 + I_0 f_1) - \frac{(R_L + V_0 f_1)(I_0 f_2 R_H - 1)}{R_H} = 0. \quad (21)$$

Найдем корни характеристического уравнения (21):

$$D = b^2 - 4ac = \left(R_L + V_0 f_1 - \left(\frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H} \right) \right)^2 - 4 \left((D'_0 + V_0 f_2)(D'_0 + I_0 f_1) - \frac{(R_L + V_0 f_1)(I_0 f_2 R_H - 1)}{R_H} \right);$$

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \left(R_L + V_0 f_1 - \left(\frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H} \right) + \sqrt{D} \right);$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{2} \left(R_L + V_0 f_1 - \left(\frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H} \right) - \sqrt{D} \right).$$

Приведем достаточные условия, при выполнении которых имеет место бифуркация Андронова – Хопфа.

μ -параметр:

1) $\lambda_1(\mu), \lambda_2(\mu)$ – корни характеристического уравнения (21) оказываются чисто мнимыми при $\mu = \mu_0$;

2) $\operatorname{Re} \lambda_1(\mu) = \operatorname{Re} \lambda_2(\mu) = 0$, при $\mu = \mu_0$;

3) $\frac{d(\operatorname{Re} \lambda_1(\mu))}{d\mu} \neq 0$ при $\mu = \mu_0$.

\Rightarrow при $\mu = \mu_0$ система (20) обладает однопараметрическим семейством периодических решений.

Значение $\mu = \mu_0$ является точкой бифуркации для системы (20).

Будем считать все параметры системы фиксированными, кроме R_H . Исследуем условия, при которых при изменении R_H (бифуркационный

параметр) в системе имеет место бифуркация Андронова – Хопфа.

Введем числовые значения параметров для системы (20):

$$f_1 = 0,1; \quad R_1 = R_L + V_0 f_1 = 5,75;$$

$$f_2 = 1; \quad N_1 = D'_0 + V_0 f_2 = 37,9; \quad R_L = 2;$$

$$N_2 = D'_0 + I_0 f_1 = 0,4 + \frac{3,75}{R_H}; \quad V_0 = 37,5;$$

$$R_2 = \frac{I_0 f_2 R_H - 1}{R_H} = \frac{36,5}{R_H}; \quad D_0 = 0,6;$$

$$D'_0 = 1 - D_0 = 0,4; \quad I_0 = \frac{V_0}{R_H} = \frac{37,5}{R_H}.$$

Система (20) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -5,75x_1 - 37,9x_2 - 0,1x_1x_2 - x_2^2, \\ \dot{x}_2 = \left(0,4 + \frac{3,75}{R_H} \right) x_1 + \frac{36,5}{R_H} x_2 + 0,1x_1^2 + x_1x_2, \end{cases} \quad (22)$$

$x \in R^2, R_H \in R, R_H$ – параметр.

Заключение

В результате качественного описания проблемы устойчивости и бифуркаций ИСН можно тем не менее сделать определенные выводы. Эволюция динамических систем сопровождается потерей устойчивости одними режимами функционирования и бифуркационными переходами их в новые. Эти «фазовые переходы» могут осуществляться плавно, мягко, а могут происходить скачкообразно, в виде катастроф. Строгий математический анализ устойчивости и бифуркаций позволяет сегодня практически рассматривать широкий спектр проблем, связанных с исследованиями бифуркационных переходов в динамических системах импульсных стабилизаторов напряжения. Но при этом необходимо опираться на строгие математические результаты и использовать обоснованные методы теоретического и качественного анализа.

Список литературы

1. Антипов О.И., Неганов В.А. Анализ и прогнозирование поведения временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети. М.: Радиотехника, 2011. 350 с.
2. Белых В.Н. Элементарное введение в качественную теорию и теорию бифуркаций динамических систем // Соросовский образовательный журнал. 1997. № 1. С. 115–121.
3. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Устойчивость и электромагнитная совместимость устройств и систем электропитания. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 540 с.
4. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Основные научные проблемы построения отечественных агрегатированных (сложных) приборов и распределенных систем вторичного электропитания и причины отставания их характеристик от современных зарубежных аналогов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21. № 3. С. 7–11. URL: <https://journals.ssuau.ru/index.php/pwp/article/view/7011>.

References

1. Antipov O.I., Neganov V.A. *Analysis and Prediction of the Behavior of Time Series: Bifurcations, Disasters, Synergetics, Fractals and Neural Networks*. Moscow: Radiotekhnika, 2011, 350 p. (In Russ.)
2. Belyh V.N. An elementary introduction to the qualitative theory and theory of bifurcations of dynamical systems. *Sorosovskij obrazovatel'nyj zhurnal*, 1997, no. 1, pp. 115–121. (In Russ.)
3. Dmitrikov V.F., Shushpanov D.V. *Stability and Electromagnetic Compatibility of Devices and Power Supply Systems*. Moscow: Gorjachaja liniya – Telekom, 2018, 540 p. (In Russ.)
4. Dmitrikov V.F., Shushpanov D.V. The main scientific problems of building domestic aggregated (complex) devices and distributed power supply systems and the reasons for their characteristics lagging behind modern foreign analogs. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2018, vol. 21, no. 3, pp. 7–11. URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp/article/view/7011>. (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2020, vol. 23, no. 2, pp. 70–75

DOI 10.18469/1810-3189.2020.23.2.70-75

Received 10 March 2020
Accepted 15 April 2020

Bifurcation transitions in dynamic systems of pulse voltage regulator

Andrei A. Voronoi , Nikita A. Cilimbaev, Vladimir A. Ushmodin

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – In this article bifurcations in nonlinear dynamical systems are considered and special attention is paid to bifurcations-crises, which are identified with catastrophes in systems. The qualitative change in the phase portrait that occurs when the parameter m of the system changes is called the bifurcation of the phase portrait. The value of the system parameter $\mu = \mu_0$, at which bifurcation occurs, is called the bifurcation value of the parameter (or bifurcation point). Mathematical models are presented in unsaturated mode; in saturation mode. Sufficient conditions are given under which the Andronov–Hopf bifurcation takes place. Quantitative relations are determined for the conditions under which the Andronov–Hopf bifurcation takes place in the system. Numerical values of parameters are entered, at which the system takes a quite compact, but quite informative form.

Keywords – catastrophe, bifurcations, nonlinear systems, phase portrait.

Информация об авторах

Вороной Андрей Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: устойчивость распределенных систем электропитания, электробезопасность.

E-mail: arminvanburn@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1319-8020>

Цилимбаев Никита Александрович, студент Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: устойчивость распределенных систем электропитания, электробезопасность.

E-mail: artes3009@rambler.ru

Ушмодин Владимир Александрович, студент Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: устойчивость распределенных систем электропитания, электробезопасность.

E-mail: ushmodin.13@gmail.com

Information about the Authors

Andrei A. Voronoi, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: stability of distributed power supply systems, electrical safety.

E-mail: arminvanburn@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1319-8020>

Nikita A. Tsilimbaev, student, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: stability of distributed power supply systems, electrical safety.

E-mail: artes3009@rambler.ru

Vladimir A. Ushmodin, student, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: stability of distributed power supply systems, electrical safety.

E-mail: ushmodin.13@gmail.com