

## О пропускной способности модемов OFDM в радиоканалах с замираниями сигнала

Л.Д. Ложкин, А.И. Тяжев

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара  
ул. Л. Толстого, 23

*Аннотация* – В статье проводится анализ пропускной способности модемов OFDM в радиоканалах с замираниями сигналов, вызванными многолучевым распространением радиоволн от передатчика к приемнику. Показано, что скорость растёт с увеличением числа поднесущих модемов OFDM, равных числу точек обработки процессора БПФ, с увеличением числа позиций модуляции сигнала каждой поднесущей модема и с уменьшением длительности замираний сигнала. При этом время обработки процессором БПФ всей совокупности точек, равных числу поднесущих в модемах OFDM, должно быть меньше длительности символа на каждой поднесущей модема.

*Ключевые слова* – модуляция OFDM, многопозиционные виды модуляции, дискретное преобразование Фурье, быстрое преобразование Фурье, пропускная способность модемов OFDM, производительность процессоров БПФ.

### Введение

В настоящее время для передачи цифровых потоков по радиоканалам с замираниями сигнала широко используются модемы сигналов с ортогональными поднесущими (Orthogonal Frequency Division Modulation – OFDM) [1; 2]. Используемый в этих модемах многоканальный способ позволяет передавать по радиоканалам с замираниями цифровую информацию со скоростью, которая недостижима в модемах, использующих одноканальный способ передачи сообщений. В настоящей статье рассматривается построение модемов OFDM и определяется пропускная способность этих модемов и параметры, от которых она зависит.

### 1. Принцип работы модуляторов OFDM

Модуляция OFDM подразумевает, что в частотном канале с полосой  $\Pi = NF$  размещают  $N$  ортогональных поднесущих с частотным интервалом между ними  $F = 1/T$ , где  $T$  – длительность одного символа на каждой поднесущей, она же является интервалом ортогональности. Ортогональность поднесущих означает, что усредненное за время  $T$  произведение сигналов на двух разных поднесущих равно нулю, т. е. интеграл от произведения сигналов на двух разных поднесущих за время  $T$  равен нулю. Частоты поднесущих определяются из выражения

$$f_k = f_0 + kF, \quad (1)$$

где  $k$  – номер поднесущей ( $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ );  $f_0$  – нижняя частота сигнала, в частном случае без

переноса сигнала OFDM в радиодиапазон  $f_0 = 0$ , тогда  $f_k = kF$ . В модуляторе OFDM входной цифровой поток данных разбивается на  $N$  потоков, в результате каждая поднесущая модулируется цифровым потоком данных с гораздо меньшей скоростью [3; 4]. Поскольку в отдельном канале скорость передачи невелика, перед каждым символом вводится защитный временной интервал, в течение которого передается фрагмент предыдущего символа. Благодаря защитному интервалу, который может достигать величины  $0,25T$ , удается успешно бороться с замираниями сигнала в канале. Каждая поднесущая может модулироваться двухпозиционной или четырехпозиционной фазовой модуляцией (PSK или QPSK), а также 16-, 64-, или 256-позиционной квадратурной амплитудной модуляцией (16QAM, 64QAM, 256QAM). Соответственно на каждой поднесущей один модулирующий символ за время  $T$  будет передавать от 1 до 8 бит информации. Для реализации видов модуляции QPSK и QAM необходимы косинусно-синусные генераторы (КСГ). Современные методы ЦОС позволяют существенно упростить реализацию модемов OFDM. В цифровых модемах OFDM частота дискретизации  $F_D$  выбирается такой, чтобы на интервале длительности одного символа  $T$  укладывалось ровно  $N$  отсчетов, т. е.

$$F_D = N / T = NF. \quad (2)$$

С учетом этого и принимая во внимание, что  $\exp(jx) = \cos x + j \sin x$ , запишем в комплексном виде модулированный символом  $S_k$  сигнал КСГ с частотой  $f_k$  с учетом дискретного времени при ЦОС:

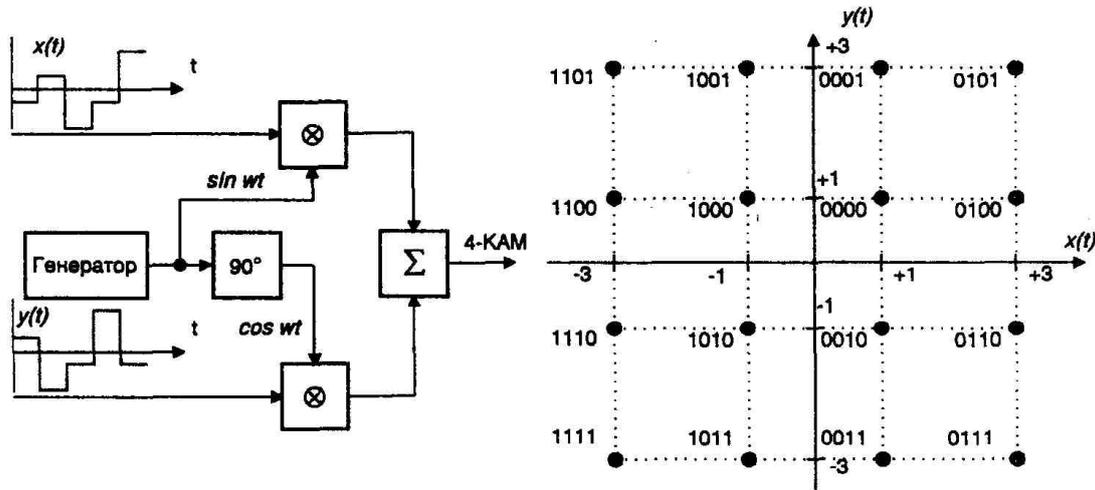


Рис. 1. Схема модулятора КСГ при 16QAM и созвездие сигналов  $S_k$  при 16QAM  
 Fig. 1. Schematic of the KSG modulator at 16QAM and the constellation of  $S_k$  signals at 16QAM

$$S_k(n) = S_k \exp(j2\pi kn / N). \quad (3)$$

На рис. 1 приведена схема одного КСГ, модулируемого квадратурной амплитудной модуляцией 16QAM, а также созвездие символов  $S_k$  при 16QAM.

Из рис. 1 видно, что четыре модулирующих бита разбиваются на две группы по 2 бита, эти два бита преобразуются в четыре уровня напряжений  $-3, -1, 1$  и  $3$ , которые с помощью умножителей изменяют амплитуду и фазу колебаний косинуса и синуса. Причем первые два бита воздействуют на косинус, а вторые два бита – на синус. Затем результаты перемножения суммируются. На выходе сумматора получим гармоническое колебание с частотой КСГ  $f_k$ , амплитуда и начальная фаза которого однозначно определяется четырехразрядной входной кодовой комбинацией в соответствии с приведенным на рис. 1 созвездием сигналов КСГ при 16QAM [3; 4]. Если мы просуммируем сигналы всех КСГ и разделим эту сумму на число КСГ, то получим формулу обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ):

$$s(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_k \exp(j2\pi kn / N),$$

где  $n = 0 \dots N - 1$ .

Отсюда следует, что в модуляторах OFDM реализуется алгоритм обратного ДПФ. Так как  $\exp(jx) = \cos x + j \sin x$ , то при вычислении ДПФ необходимо знать значения  $\cos x$  и  $\sin x$ . Если бы функции косинуса и синуса были монотонными, как, например, функция арктангенса, то при табличной организации вычисления  $\cos x$  и  $\sin x$  потребовалось бы  $2N^2$  ячеек памяти, так как входящие в аргументы косинуса и синуса значения  $k$  и  $n$

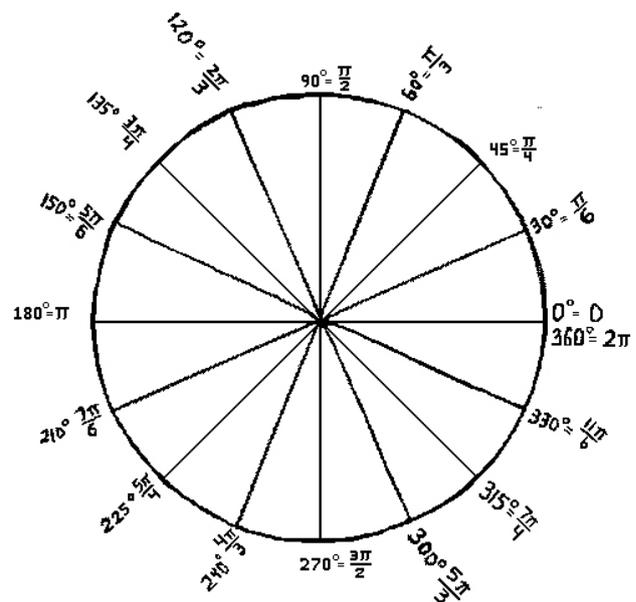


Рис. 2. Пример значений косинуса и синуса на окружности единичного радиуса при  $N = 16$   
 Fig. 2. An example of the values of the cosine and sine on the circle of unit radius at  $N = 16$

изменяются от нуля до  $N - 1$ . Но в силу периодического характера функций  $\cos x$  и  $\sin x$  число ячеек памяти для этих функций составит всего  $2N$  ячеек. На рис. 2 приведен пример значений функций  $\cos x$  и  $\sin x$  с шагом  $22,5$  градуса на окружности единичного радиуса при  $N = 16$ , причем абсциссы указанных точек на окружности соответствуют значению косинуса, а ординаты – значению синуса.

Если значения косинуса и синуса занесены в ячейки памяти, то для вычисления обратного ДПФ по приведенной выше формуле необходимо лишь определять номера ячеек памяти в зависимости от значений  $k$  и  $n$ . Так при  $k = 0$  для любого числа  $n$  косинус равен единице, а синус равен нулю,

т. е. используется только одна пара ячеек памяти. При  $k = 1$  перебираются все ячейки памяти по часовой стрелке на окружности рис. 2 по мере увеличения числа  $n$  от нуля до  $N - 1$ . При  $k = 2$  ячейки памяти перебираются с шагом 2 по часовой стрелке на окружности рис. 1 при этом делается два круга. При  $k = 3$  ячейки памяти перебираются с шагом 3 по часовой стрелке на окружности рис. 1, при этом делается три круга и т. д. При  $k = N/2$  поочередно используются только две пары ячеек памяти с номерами 0 и  $N/2$ , в которых косинус равен 1 или  $-1$ , а синус равен нулю. Из вышеизложенного вытекает следующий алгоритм определения номеров  $h$  пар ячеек памяти со значениями косинуса и синуса в зависимости от значения  $k$ :

$$h = 0,$$

$$h = h + k \text{ при } h < N,$$

$$h = h + k - N \text{ при } h > N.$$

Этот алгоритм соответствует операции сложения по модулю  $N$ . Число пар ячеек памяти, участвующих в одном цикле вычисления обратного ДПФ, равно  $N$ . При завершении по приведенной выше формуле цикла вычисления обратного ДПФ мы имеем значение  $s(n)$  в виде пары чисел – действительной и мнимой частей. Эти числа с помощью цифро-аналоговых преобразователей (ЦАП) преобразуются в уровни напряжений, которые участвуют в переносе сигнала модулятора OFDM в радиодиапазон по квадратурной схеме, аналогичной схеме на рис. 1. Далее этот радиосигнал излучается передатчиком в эфир.

## 2. Принцип работы демодуляторов OFDM и вычислителей БПФ

Задача демодулятора OFDM – выделить из принятого радиосигнала модулирующие символы  $S_k$ . Для этого в демодуляторе OFDM вначале осуществляется перенос спектра сигнала на нулевую частоту с выделением действительной и мнимой частей сигнала. Затем с помощью аналого-цифровых преобразователей (АЦП) формируются значения  $s(n)$  в виде пары чисел – действительной и мнимой частей, такие же, как на выходе модулятора OFDM. Далее по формуле прямого ДПФ вычисляются искомые символы  $S_k$ :

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) \exp(-j2\pi kn / N),$$

где  $k = 0 \dots N - 1$ .

Отметим, что операции прямого и обратного ДПФ одинаковые по процедуре вычисления, но

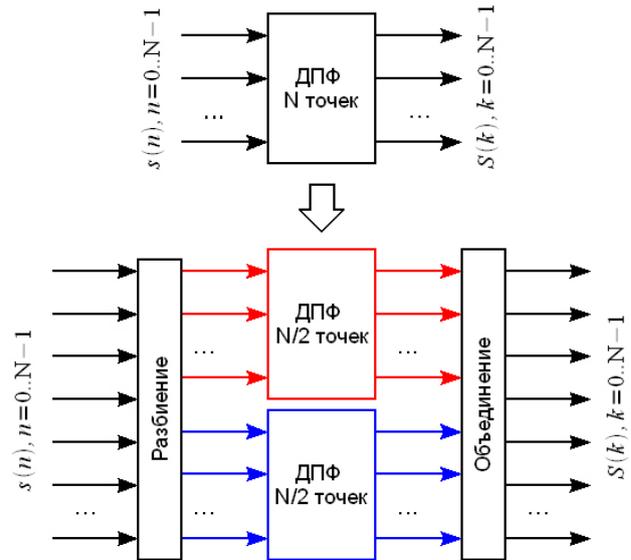


Рис. 3. Замена  $N$ -точечного ДПФ двумя  $N/2$ -точечными ДПФ  
Fig. 3. Replacing an  $N$ -point DFT with two  $N/2$ -point DFTs

требуют для реализации больших вычислительных затрат. От этого недостатка свободно быстрое преобразование Фурье (БПФ) [5; 6]. Идея БПФ состоит в следующем: если одно ДПФ на  $N$  точек (отсчетов) заменить вычислением двух ДПФ по  $N/2$  точек, то это приведет к уменьшению количества операций в 2 раза. Замена  $N$ -точечного ДПФ двумя  $N/2$ -точечными ДПФ представлена на рис. 3

При этом каждое из  $N/2$ -точечных ДПФ также можно вычислить путем замены  $N/2$ -точечного ДПФ на два  $N/4$ -точечных. В этом случае количество вычислительных операций равно  $N^2/4$ . Таким образом можно продолжать разбиение исходной последовательности до тех пор, пока возможно деление последовательности на 2. В результате такого разбиения вычислительная сложность БПФ уменьшается и составляет всего  $(N/2)\log_2(N)$  комплексных операций умножения и сложения вместо  $N^2/2$  операций при ДПФ.

## 3. Определение параметров модемов OFDM при замираниях радиосигнала

Модемы сигналов OFDM используются во многих системах радиосвязи, в частности в системах спутникового и эфирного цифрового телевизионного вещания (стандарты DVB-S, DVB-T, DVB-T2) [5–7], в мобильных системах связи четвертого и пятого поколений 4G и 5G (стандарт LTE) и др.

Поставим задачу рассчитать параметры модема OFDM (число ортогональных поднесущих  $N$  и вид модуляции поднесущих) для передачи цифрового сигнала со скоростью  $B$  по многолучевому радиоканалу с замираниями сигнала длительностью  $t_3$ .

Будем считать, что допустимое замирание радиосигнала не должно превышать 0,25 от длительности посылки  $T$  модема OFDM. В этих условиях для нормального приема радиосигнала с замираниями должны выполняться условия:

$$t_3 = 0,25T, \quad T = 4t_3, \quad (4)$$

т. е. длительность символа на каждой поднесущей должна в четыре раза превышать длительность замираний. Если задана скорость подлежащего передаче цифрового потока  $B$ , то для его передачи по радиоканалу с замираниями с помощью модема OFDM число поднесущих модема должно определяться из условия

$$N = BT. \quad (5)$$

Это соотношение справедливо при использовании двухпозиционной модуляции поднесущих. Если использовать многопозиционные виды модуляции поднесущих, то число поднесущих уменьшается и определяется по формуле

$$N = BT / \log_2 M, \quad (6)$$

где  $M$  – число позиций (вариантов) сигнала при многопозиционных видах модуляции. Так как процессоры БПФ выпускаются с числом точек  $N = 2^m$ , где  $m$  – целые числа, то рассчитанные по приведенным выше формулам значения числа поднесущих округляются в большую сторону до целых значений  $N = 2$ .

Приведем пример расчета параметров модема OFDM, который должен передать цифровой поток со скоростью  $B = 10$  Мбит/сек по радиоканалу с замираниями сигнала длительностью до  $t_3 = 0,2$  мс. Тогда при указанных выше условиях нормального приема длительность символа на каждой поднесущей будет равна  $T = 4t_3 = 0,8$  мс.

Определим число поднесущих модема OFDM по выражению (5) при использовании двухпозиционной модуляции каждой поднесущей, например PSK:

$$N = BT = 10 \times 10^6 \times 0,8 \times 10^{-3} = 8000.$$

Округляем это число до ближайшего большего числа  $N = 8192$  при  $m = 13$ . В таблице приведены гипотетические параметры процессоров БПФ, на которых реализуются модемы OFDM.

Из этой таблицы выбираем процессор БПФ с числом точек  $N = 8192$ . Дополнительным требованием к процессору БПФ является то, чтобы время обработки этих точек (отсчетов сигнала)  $t_0$  у процессора было меньше длительности символа  $T$  на каждой поднесущей. Этому требованию процессор БПФ с числом точек  $N = 8192$  не удовлетворя-

**Таблица.** Параметры процессоров БПФ  
**Table.** FFT processor parameters

Число точек $N$	Время обработки $t_0$ , мс	Число точек $N$	Время обработки $t_0$ , мс
256	0,04	8192	1,5
512	0,08	16384	3,2
1024	0,15	32768	6,5
2048	0,3	65536	15,0
4096	0,7	131072	30,0

ет, т. к. у него  $t_0 = 1,5$  мс, что почти вдвое превышает длительность символа  $T = 4t_3 = 0,8$  мс. Чтобы обойти эту проблему, используем в модеме OFDM четырехпозиционную модуляцию каждой поднесущей, например QPSK. Тогда число поднесущих определим по выражению (6)

$$N = BT / \log_4 4 = 8000 / 2 = 4000.$$

Как видно из результата, число точек  $N$  уменьшается в два раза. В этом случае подходит процессор с числом точек  $N = 4096$ . В этом процессоре БПФ время обработки  $t_0 = 0,7$  мс, что меньше 0,8 мс. Таким образом, этот процессор подходит для построения модема OFDM, который удовлетворяет указанным выше требованиям по пропускной способности передачи цифрового потока со скоростью  $B = 10$  Мбит/сек в радиоканале с замираниями сигнала длительностью до  $t_3 = 0,2$  мс.

#### 4. Анализ пропускной способности модемов OFDM в радиоканалах с замираниями

Приведенные выше расчеты свидетельствуют, что скорость передачи цифрового потока  $B$  или пропускная способность модемов OFDM в радиоканалах с замираниями сигнала зависит от длительности замираний сигнала  $t_3$ , числа точек  $N$  процессора БПФ, времени обработки этих точек процессором  $t_0$  и вида модуляции поднесущих, определяющего число позиций  $M$  сигнала на каждой поднесущей. Используя выражения (4), (5) и (6), увяжем эти параметры между собой и получим следующие соотношения:

$$B = N \log M / 4t_3, \quad (7)$$

$$t_0 < T. \quad (8)$$

Из этих соотношений следует, что скорость передачи цифрового потока  $B$  или пропускная способность модемов OFDM в радиоканалах с замираниями сигнала растет за счет увеличения числа поднесущих  $N$  (числа точек процессора БПФ), чис-

ла позиций  $M$  сигнала на каждой поднесущей и уменьшения длительности замираний сигнала  $t_3$ . При этом время обработки  $N$  точек процессором БПФ должно быть меньше длительности символа на каждой поднесущей.

### Заключение

Проведенный выше анализ пропускной способности модемов OFDM в радиоканалах с замираниями сигнала показал, что она зависит от производительности процессоров БПФ, характеризующейся числом точек  $N$  и временем обработки этих точек  $t_0$ , а также от длительности замираний радиосигнала  $t_3$ . Например, переход от стандарта DVB-T цифрового телевидения к стан-

дарту DVB-T2 стал возможным с появлением процессоров БПФ с числом точек  $N = 32768$ , тогда как в стандарте DVB-T используются модемы OFDM на процессорах БПФ с числом точек  $N = 8192$ . За счет более мощного процессора БПФ пропускная способность модемов в стандарте DVB-T2 увеличилась в 4 раза по сравнению с модемами стандарта DVB-T [6; 7]. При этом следует отметить, что увеличение позиций  $M$  сигнала на каждой поднесущей также приводит к росту по закону  $\log_2 M$  пропускной способности модемов OFDM, но с ростом числа  $M$  снижается помехоустойчивость модемов, так как уменьшается расстояние между точками в созвездии сигналов на поднесущих частотах  $f_k$  (рис. 1).

### Список литературы

1. Балашов В.А., Воробийенко П.П., Ляховецкий Л.М. Системы передачи ортогональными гармоническими сигналами. М.: Экотренз, 2012. 226 с.
2. Вишневецкий В., Портной С., Шахнович И. Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G. М.: Техносфера, 2009. 470 с.
3. Тяжев А.И. Оптимизация цифровых детекторов в приемниках по минимуму вычислительных затрат. Самара: Издательство ПИИРС, 1994. 256 с.
4. Тяжев А.И., Мишин Д.В. Сравнительная оценка вычислительных затрат при реализации цифровых модемов OFDM на основе КСГ и БПФ // Приложение к журналу Инфокоммуникационные технологии. 2011. Вып. 8. С. 32–38.
5. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб: Питер, 2006. 751 с.
7. Карякин В.Л. Цифровое телевидение: уч. пособ. для вузов. М.: Солон-Пресс, 2013. 448 с.

### References

1. Balashov V.A., Vorobienko P.P., Ljahovetskij L.M. *Transmission Systems Harmonic Orthogonal Signals*. Moscow: Ekotrenz, 2012, 226 p. (In Russ.)
2. Vishnevskij V., Portnoj S., Shahnovich I. *Encyclopedia Wimax. Path to 4G*. Moscow: Tehnosfera, 2009, 470 p. (In Russ.)
3. Tjazhev A.I. *Optimization of Digital Detectors in the Receivers on the Minimum Computational Cost*. Samara: Izdatel'stvo PIIRS, 1994, 256 p. (In Russ.)
4. Tjazhev A.I., Mishin D.V. Comparative evaluation of computational costs when implementing OFDM digital modems based on DRGs and FFT. *Prilozhenie k zhurnalu Infokommunikatsionnye tehnologii*, 2011, no. 8, pp. 32–38. (In Russ.)
5. Uidrou B., Stirnz S. *Adaptive Signal Processing*. Moscow: Radio i svjaz', 1989, 440 p. (In Russ.)
6. Sergienko A.B. *Digital Signal Processing*. Saint Petersburg: Piter, 2006, 751 p. (In Russ.)
7. Karjakin V.L. *Digital TV: educ. book. for high schools*. Moscow: Solon-Press, 2013, 448 p. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2020, vol. 23, no. 1, pp. 100–105

DOI 10.18469/1810-3189.2020.23.1.100-105

Received 5 February 2020  
Accepted 25 February 2020

### About the capacity of OFDM modems in radio channels with signal jumps

L.D. Lozhkin, A.I. Tyazhev

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street  
Samara, 443010, Russia

*Abstract* – The article analyzes the bandwidth of OFDM modems in radio channels with signal fading caused by multipath propagation of waves from a transmitter to a receiver. It is shown that the transmission rate of digital stream B or the throughput of OFDM modems in radio channels with signal fading increases with an increase in the number of OFDM modem subcarriers equal to the number of processing points of the FFT processor, with an increase in the number of signal modulation positions of each modem subcarrier and with a decrease in the duration of signal wounds. In this case, the processing time by the FFT processor of the entire set of points equal to the number of subcarriers in OFDM modems should be less than the symbol duration on each modem subcarrier.

*Keywords* – OFDM modulation, multi-position types of modulation, discrete Fourier transform, fast Fourier transform, bandwidth of OFDM modems, FFT processor performance.

## Информация об авторах

**Ложкин Леонид Дидимович**, 1946 г. р., доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара). В 1972 г. окончил Куйбышевский институт связи по специальности «Радиосвязь и радиовещание», в 2014 г. в г. Санкт-Петербурге успешно защитил диссертацию на соискание степени доктора технических наук по специальности 05.12.04 – Радиотехника и в том числе и системы телевидения.

*Область научных интересов:* обработка графических изображений, программирование, колориметрия.

*E-mail:* leon.lozhkin@yandex.ru

**Тяжев Анатолий Иванович**, 1948 г. р., доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара). В 1972 г. окончил Куйбышевский институт связи по специальности «Радиосвязь и радиовещание», в 1993 г. в г. Москве успешно защитил диссертацию на соискание степени доктора технических наук по специальности 05.12.04 – Радиотехника и в том числе и системы телевидения.

*Область научных интересов:* цифровая обработка сигналов, цифровое телевидение, радиоуправление.

*E-mail:* tyagev@psati.ru

## Information about the Authors

**Leonid D. Lozhkin** was born in 1946, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Radio Electronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. He graduated from the Kuybyshev Institute of Communication with a degree in radio communication and broadcasting in 1972. In 2014, he received the doctor of sciences degree in technical sciences in St. Petersburg.

*Research interests:* graphics processing, programming, colorimetry.

*E-mail:* leon.lozhkin@yandex.ru

**Anatoly I. Tyazhev** was born in 1948, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Radio Electronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. He graduated from the Kuybyshev Institute of Communication with a degree in radio communication and broadcasting in 1972. In 1993, he received the doctor of sciences degree in technical sciences in Moscow.

*Research interests:* digital signal processing, digital television, radio control.

*E-mail:* tyagev@psati.ru

**Неганов, В.А.**

**Теория и применение устройств СВЧ: учебн. пособие для вузов / В.А. Неганов, Г.П. Яровой; под ред. В.А. Неганова.** – М.: Радио и связь, 2006. – 720 с.

В.А. Неганов, Г.П. Яровой

**ТЕОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ  
УСТРОЙСТВ СВЧ**



ISBN 5-256-01812-4

УДК 621.396.67

ББК 32.840

Н 41

В учебном пособии рассматриваются методы проектирования и конструктивной реализации устройств СВЧ: линий передачи различных видов, резонаторов, согласующих и трансформирующих устройств, фильтров, фазовращателей, аттенюаторов, тройниковых соединений, направленных ответвителей, различных мостовых соединений, ферритовых устройств (вентилей, циркуляторов, фазовращателей) и СВЧ-устройств на полупроводниковых диодах (умножителей, смесителей, переключателей, выключателей). Приводятся примеры применения устройств СВЧ в радиосвязи, радиолокации, измерительной аппаратуре и т. д. В книгу вошел оригинальный материал, полученный авторами. Учебное пособие может использоваться как справочник по устройствам СВЧ.

*Для специалистов в области теории и техники СВЧ, преподавателей вузов, докторантов, аспирантов, студентов старших курсов радиотехнического и радиофизического профиля.*