

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 681.7.068.2
DOI 10.18469/1810-3189.2019.22.4.99-105

Дата поступления: 14.10.2019
Дата принятия: 06.11.2019

Приближенное решение для мод изогнутого оптического волокна

В.А. Бурдин, А.В. Бурдин, Д.Е. Прапорщиков

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

В работе представлено приближенное аналитическое решение в замкнутом виде для мод изогнутого круглого слабораправляющего оптического волокна с произвольным профилем показателя преломления. Решение справедливо для направляемых линейно-поляризованных мод произвольных радиального и азимутального порядков. Предлагаемое решение основано на совместном использовании метода приближения Гаусса и метода стратификации, а также замене оптического волокна с радиусом изгиба, значительно превышающим радиус волокна, некоторым прямым оптическим волокном с эквивалентным профилем показателя преломления. Представлены результаты вычислений для типичного профиля показателя преломления многомодового оптического волокна с диаметрами сердцевинки и оболочки 50/125. Показано, что для рассмотренных примеров степень влияния радиуса изгиба на постоянную распространения моды изогнутого волоконного световода возрастает с увеличением порядка моды. При этом, в диапазоне изменений радиуса изгиба световода, в котором выполняются условия применения предложенного приближенного аналитического решения, постоянная распространения мод за счет изгиба световода изменяется незначительно и можно полагать, что это изменение не зависит от значения радиуса изгиба.

Ключевые слова: оптическое волокно, линейно-поляризованная мода, профиль показателя преломления, эквивалентный радиус поля моды, кривизна, радиус изгиба, постоянная распространения моды.

На практике, как правило, имеют дело с изогнутым оптическим волокном. В частности, в кабеле из-за избыточной длины оптического волокна, в кассетах оптических муфт вследствие укладки запаса оптического волокна и т. п. Соответственно, с практической точки зрения непосредственный интерес представляет анализ волоконных световодов с учетом их кривизны. В ряде работ, посвященных анализу изогнутых оптических волокон, оптическое волокно с кривизной заменяют прямым волоконным световодом с некоторым эквивалентным профилем показателя преломления [1–9]. В работах [10–19] рассмотрены более строгие модели изогнутого световода. Однако, во-первых, подавляющее большинство работ ограничивается анализом потерь из-за изгибов волокна. И, кроме того, во всех вышеперечисленных работах задача решается либо для какого-то конкретного типа профиля показателя преломления световода, либо для конкретной моды. Общее приближенное аналитическое решение для мод произвольных радиальных и азимутальных порядков слабораправляющего изогнутого оптического волокна с произвольным профилем показателя преломления представлено в статье [20]. Здесь, как и в [1–9] волоконный световод с кривизной заменяют на

прямой волоконный световод с некоторым эквивалентным профилем показателя преломления, для которого задачу решают хорошо известным методом приближения Гаусса [21–23]. Как и в [24] метод приближения Гаусса применяли совместно с методом стратификации [25; 26], что позволило получить аналитическое решение для волокна с произвольным профилем показателя преломления и моды произвольного порядка. Однако, представленные в [20] аналитические выражения для постоянной распространения и характеристическое уравнение справедливы лишь для кусочно-регулярной модели изогнутого волоконного световода, что вносит дополнительную погрешность. Кроме того, в качестве примера выбран «плохой» профиль показателя преломления, который не типичен для современных оптических волокон. В данной работе, предлагается решение для произвольной моды изогнутого оптического волокна с произвольным профилем показателя преломления, базирующееся на изложенном в [20] подходе, но свободное от указанных выше недостатков.

Как было отмечено выше, для определения параметров моды радиального порядка m и азимутального порядка l многомодового оптического волокна воспользуемся методом приближения

Гаусса, согласно которому в общем случае для оптического волокна с профилем показателя преломления, описываемому зависимостью $n(r, \phi)$, выражение для постоянной распространения имеет вид [23; 24]:

$$\beta^2 = \frac{1}{\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} F_{l,m}^2(x) \cos^2(l\phi) r d\phi dr} \times \left(\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} k^2 n^2(r, \phi) F_{l,m}^2(x) \cos^2(l\phi) r d\phi dr - \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{l^2}{r^2} F_{l,m}^2(x) + \left[\frac{d}{dr} F_{l,m}(x) \right]^2 \right\} \cos^2(l\phi) r d\phi dr \right). \quad (1)$$

Здесь

$$F_{l,m}^2(x) = x^l \left[L_{m-1}^{(l)}(x) \right]^2 \exp(-x), \quad (2)$$

$$x = R^2 / R_0^2,$$

$F_{l,m}^2(x)$ – радиальное распределение поля моды LP_{lm} ; r, ϕ, z – координаты цилиндрической системы координат (r – радиальная, ϕ – азимутальная); a – радиус сердцевинки световода; r_0 – эквивалентный радиус поля моды; $R = r/a$ – нормированная радиальная координата; $R_0 = r_0/a$ – нормированный эквивалентный радиус поля моды; $L_m^{(l)}(x)$ – полином Лагерра; $k = 2\pi/\lambda$ – постоянная распространения свободного пространства; λ – длина волны.

Интегрируя, из (1) получаем [24]:

$$\beta^2 = \frac{(m-1)!}{(m+l-1)!} \times \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} k^2 n^2(r) F_{l,m}^2(x) \cos^2(l\phi) r d\phi dr - C_{l,m} \right\} \frac{1}{a^2 R_0^2} \quad (3)$$

$$C_{lm} = \frac{m(m+l-1)!}{2(m-1)!} + \frac{(m+l-1)(m+l-2)!}{2(m-2)!} + l^2 \sum_{i=0}^{m-2} \frac{(i+l-1)!}{i!}. \quad (4)$$

Как и в [20] будем рассматривать изогнутый волоконный световод, радиус кривизны которого r_C значительно превышает диаметр сердцевинки. В этом случае изогнутый световод может быть заменен некоторым прямым (не изогнутым) световодом с эквивалентным профилем показателя преломления, определяемым формулой [1; 2]:

$$n_e(r, \phi) = n(r) \left(1 + \frac{r}{r_C} \cos \phi \right). \quad (5)$$

Следует отметить, что в ряде работ рекомендуют в формуле (3) вместо значения радиуса изгиба подставлять некоторое эквивалентное значение. Так, в [7] предлагается использовать значение эквивалентного радиуса изгиба равное $r_{Ce} = 1,28r_C$, а в [9] равное $r_{Ce} = 1,40r_C$.

Поскольку $r_C \gg a$, то из (5) следует

$$n_e^2(r, \phi) = n^2(r) \exp\left(\frac{2r}{r_C} \cos \phi\right). \quad (6)$$

Подставляя (6) в (3), получаем

$$\beta_e^2 = \frac{(m-1)!}{(m+l-1)!} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} r k^2 n^2(r) F_{l,m}^2(x) \times \left[\int_0^{2\pi} e^{2r \cos(\phi)/r_C} \cos^2(l\phi) d\phi dr - C_{l,m} \right] \frac{1}{a^2 R_0^2} \right\}. \quad (7)$$

Известно, что [27; 28]

$$\cos^2(l\phi) = 1 + \cos(2l\phi), \quad (8)$$

$$\int_0^{\pi} \exp^{b \cos(\phi)} \cos(p\phi) d\phi = \pi I_p(b), \quad (9)$$

где p – целое число; $I_p(b)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода целого порядка от аргумента b .

Учитывая, что подынтегральная функция в (7) является четной, согласно (8)–(9) из (7) получаем:

$$\beta_e^2 = \frac{(m-1)!}{(m+l-1)!} \left\{ \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} k^2 n^2(r) F_{l,m}^2(x) \times \left[I_0(\eta\sqrt{x}) + I_{2l}(\eta\sqrt{x}) \right] r dr - C_{l,m} \right\} \frac{1}{a^2 R_0^2}. \quad (10)$$

Здесь $\eta = 2r_0/r_C$.

Как и в [24] стратифицируем сердцевину световода и полагаем его оболочку однородной и бесконечной. В результате получаем:

$$\beta_e^2 = k^2 n_0^2 - \frac{(m-1)!}{(m+l-1)!} \times \left\{ \left[2 \sum_{i=1}^N k^2 \Delta n_i^2 \bar{\Phi}_{l,m}(x_i, \eta) \right] + \frac{C_{l,m}}{a^2 R_0^2} \right\}, \quad (11)$$

$$\Phi_{l,m}(x, \eta) = G_{l,m}^{(0)}(x, \eta) + G_{l,m}^{(l)}(x, \eta), \quad (12)$$

$$G_{l,m}^{(0)}(x, \eta) = \int_x^{\infty} F_{l,m}^2(y) I_0(\eta\sqrt{y}) dy, \quad (13)$$

$$G_{l,m}^{(l)}(x, \eta) = \int_x^\infty F_{l,m}^2(y) I_{2l}(\eta\sqrt{y}) dy,$$

$$\Delta n_i^2 = n_i^2 - n_{i+1}^2, \quad n_i = n(r_i).$$

Здесь N – число слоев в сердцевине.

Для вычисления интеграла (11) воспользуемся разложением модифицированной функции Бесселя целого порядка в ряд [27; 28]:

$$I_{2l}(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^{2l} \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(z^2/4)^u}{u!(2l+u)!} = \left(\frac{z}{2}\right)^{2l} \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2u}}{u!(2l+u)!}.$$

Или в более удобном для дальнейших операций виде

$$I_0(z) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2u}}{u!u!}, \quad I_{2l}(z) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2u+2l}}{u!(2l+u)!}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13) получаем следующее выражение для искомой интегральной функции:

$$G_{l,m}^{(0)}(x, \eta) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(\eta/2)^{2u}}{u!u!} \int_x^\infty y^u F_{l,m}^2(y) dy, \quad (15)$$

$$G_{l,m}^{(l)}(x, \eta) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(\eta/2)^{2(u+l)}}{u!(2l+u)!} \int_x^\infty y^{u+l} F_{l,m}^2(y) dy. \quad (16)$$

Представим произведение полиномов Лагерра в виде ряда [27; 28]:

$$L_{m_1}^{(l_1)}(x) L_{m_2}^{(l_2)}(x) = \sum_{p=0}^{m_1+m_2} g_p x^p, \quad (17)$$

$$g_p = \sum_{j=\max(0, p-m_1)}^{\min(p, m_2)} q_{j, m_2}^{(l_2)} q_{p-j, m_1}^{(l_1)},$$

$$q_{j, m_i}^{(l_i)} = \frac{(l_i + m_i)!}{j!(m_i - j)!(l_i + j)!}.$$

Подставляя (17) в (2) получаем

$$F_{l,m}^2(x) = \exp(-x) \sum_{p=0}^{2(m-1)} g_p x^{p+l}. \quad (18)$$

После подстановки (18) в (15) и (16) приходим к следующим выражениям для искомой интегральной функции:

$$G_{l,m}^{(0)}(x, \eta) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(\eta/2)^{2u}}{u!u!} \sum_{p=0}^{2(m-1)} g_p \int_x^\infty y^{u+p+l} \exp(-y) dy, \quad (19)$$

$$G_{l,m}^{(l)}(x, \eta) =$$

$$= \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(\eta/2)^{2(u+l)}}{u!(2l+u)!} \times \sum_{p=0}^{2(m-1)} g_p \int_x^\infty y^{u+p+2l} \exp(-y) dy. \quad (20)$$

Интеграл в (18), (20) является табличным и вычисляется по формуле [27–29]:

$$\int_x^\infty y^n \exp(-y) dy = \exp(-y) \sum_{i=0}^n \frac{n!}{(n-i)!} y^{n-i}. \quad (21)$$

Согласно (21) после группирования членов сумм из (19), (20) получаем следующие аналитические выражения для вычисления искомых интегральных функций:

$$G_{l,m}^{(0)}(x, \eta) = \exp(-x) \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(\eta/2)^{2u}}{u!u!} \sum_{p=0}^{2(m-1)} \sum_{i=0}^v g_p \frac{v! x^{v-i}}{(v-i)!}, \quad (22)$$

$$v = u + p + l,$$

$$G_{l,m}^{(l)}(x, \eta) =$$

$$= \exp(-x) \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(\eta/2)^{2(u+l)}}{u!(2l+u)!} \sum_{p=0}^{2(m-1)} \sum_{i=0}^v g_p \frac{v! x^{v-i}}{(v-i)!}, \quad (23)$$

$$v = u + p + 2l.$$

Поскольку $\eta \ll 1$ то, несмотря на бесконечный предел, ряд по u в (20) сходится достаточно быстро.

Дифференцируя выражение (11) для квадрата постоянной распространения моды β^2 по R_0 и приравнивая полученную производную нулю ($\partial\beta^2/\partial R_0 = 0$), получаем характеристическое уравнение относительно эквивалентного радиуса пятна моды R_0 :

$$\left\{ 2 \sum_{i=1}^N k^2 \Delta n_i^2 r_i^2 \left[\bar{F}_{l,m} \left(r_i^2 / r_0^2 \right) \right]^2 \right\} - C_{l,m} = 0. \quad (24)$$

$$\bar{F}_{l,m}(x) = F_{l,m}^2(x) \left[I_0(\eta\sqrt{x}) + I_{2l}(\eta\sqrt{x}) \right].$$

В результате получили в замкнутом виде приближенное аналитическое решение для произвольной моды изогнутого круглого слабонаправляющего волоконного световода с произвольным профилем показателя преломления. Решая характеристическое уравнение (24), определяем эквивалентный радиус пятна моды, зная который по формуле (11) с учетом (12) и (22), (23) рассчитываем постоянную распространения моды. Определив эквивалентный радиус пятна моды Лагерра – Гаусса можно найти и остальные ее параметры.

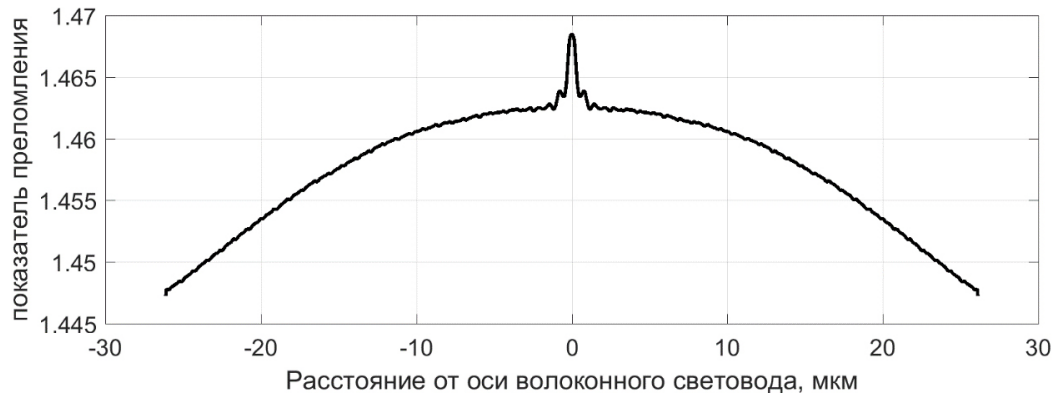


Рис. 1. Пример профиля показателя преломления многомодового оптического волокна 50/125

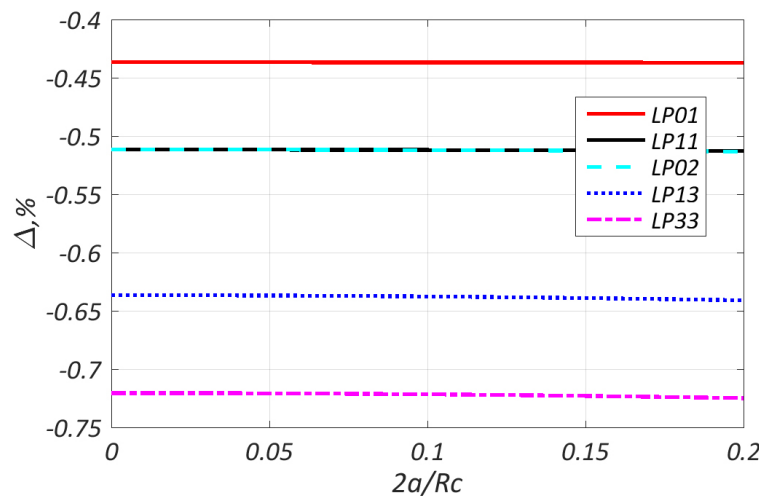


Рис. 2. Зависимости от радиуса изгиба расхождения оценок постоянной распространения мод прямого и изогнутого оптического волокна

В качестве примера для типичного профиля показателя преломления многомодового оптического волокна на длине волны 1300 нм были выполнены расчеты зависимости от радиуса изгиба расхождения оценок постоянной распространения отдельных мод изогнутого световода и прямого световода. Профиль показателя преломления оптического волокна, для которого были выполнены расчеты представлен на рис. 1. Результаты вычислений для отдельных мод представлены на рис. 2. Как следует из представленных результатов, обусловленные изгибом изменения постоянной распространения для мод одного порядка LP_{02} , LP_{11} практически совпадают. Рассматриваемое расхождение увеличивается с увеличением порядка моды. Вместе с тем, практически во всем диапазоне изменения кривизны волоконного световода, в котором допустимо применение предлагаемого аналитического решения, это расхождение не превышает 1,0 % и можно полагать, что эта величина не зависит от радиуса изгиба.

Таким образом, в работе получено приближенное аналитическое решение в замкнутом виде для произвольной моды изогнутого круглого слабоволяющего волоконного световода с произвольным профилем показателя преломления. Представлены результаты вычислений для типичного профиля показателя преломления многомодового оптического волокна с диаметрами сердцевины и оболочки 50/125. Показано, что для рассмотренных примеров степень влияния радиуса изгиба на постоянную распространения моды изогнутого волоконного световода возрастает с увеличением порядка моды. При этом, в диапазоне изменений радиуса изгиба световода, в котором выполняются условия применения предложенного приближенного аналитического решения, постоянная распространения мод за счет изгиба световода изменяется незначительно и можно полагать, что это изменение не зависит от значения радиуса изгиба.

Список литературы

1. Marcuse D. Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers // *Journal of the Optical Society of America*. 1976. Vol. 66. № 4. P. 311–320. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.66.000311>.
2. Petermann K. Microbending loss in monomode fibres // *Electronics Letters*. 1976. Vol. 12. № 4. P. 107–109. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19760084>.
3. Petermann K. Fundamental mode microbending loss in graded-index and W fibres // *Optical and Quantum Electronics*. 1977. Vol. 9. № 2. P. 167–175. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00619896>.
4. Gambling W.A., Matsumura H., Ragdale C.M. Curvature and microbending losses in single-mode optical fibres // *Optical and Quantum Electronics*. 1979. Vol. 11. № 1. P. 43–59. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00624057>.
5. Marcuse D. Influence of curvature on the losses of doubly clad fibers // *Applied Optics*. 1982. Vol. 21. № 23. P. 4208–4213. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.21.004208>.
6. Petermann K., Kuhne R. Upper and lower limits for the microbending loss in arbitrary single-mode fibers // *Journal of Lightwave Technology*. 1986. Vol. 4. № 1. P. 2–7. DOI: <https://doi.org/10.1109/JLT.1986.1074620>.
7. Schermer R.T., Cole J.H. Improved bend loss formula verified for optical fiber by simulation and experiment // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 2007. Vol. 43. № 10. P. 899–909. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.2007.903364>.
8. Micro-bend losses of trench-assisted single-mode fibers / P. Sillard [et al.] // *36th European Conference and Exhibition on Optical Communication*. 2010. P. 1–3. DOI: 10.1109/ECOC.2010.5621585.
9. Mode resolved bend loss in few-mode optical fibers / C. Schulze [et al.] // *Optics Express*. 2013. Vol. 21. № 3. P. 3170–3181. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.21.003170>.
10. Heiblum M., Harris J.H. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1975. Vol. 11. № 2. P. 75–83. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1975.1068563>.
11. Sakai J. Microbending loss evaluation in arbitrary-index single-mode optical fibers. Part I: Formulation and general properties // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1980. Vol. 16. № 1. P. 36–44. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1980.1070350>.
12. Sakai J. Microbending loss evaluation in arbitrary-index single-mode optical fibers. Part II: Effects of core index profiles // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1980. Vol. 16. № 1. P. 44–49. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1980.1070340>.
13. Lau K.Y. Propagation path length variations due to bending of optical fibers // *The Telecommun. and Data Acquisition Rept.* 1981. P. 28–32.
14. Валяев А.Б., Кривошлыков С.Г. Модовый состав излучения в градиентных волноводах со случайными микроизгибами оси // *Квантовая электроника*. 1989. Т. 16. № 6. С. 1248–1256.
15. Menachem Z. Wave propagation in a curved waveguide with arbitrary dielectric transverse profiles // *Progress in Electromagnetics Research*. 2003. Vol. 42. P. 173–192. DOI: <https://doi.org/10.2528/PIER03012303>.
16. Jiang Z., Marciani J.R. Mode-area scaling of helical-core, dual-clad fiber lasers and amplifiers using an improved bend-loss model // *Journal of the Optical Society of America B*. 2006. Vol. 23. № 10. P. 2051–2058. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.23.002051>.
17. Shyroki D.M. Exact equivalent-profile formulation for bent optical waveguides // *arXiv:physics/0605002*. 2006. P. 1–6. URL: <https://arxiv.org/abs/physics/0605002>.
18. Shyroki D.M. Exact equivalent straight waveguide model for bent and twisted waveguides // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2008. Vol. 56. № 2. P. 414–419. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2007.914637>.
19. Numerical analysis of bent waveguides: bending loss, transmission loss, mode coupling, and polarization coupling / B.M.A. Rahman [et al.] // *Applied Optics*. 2008. Vol. 47. № 16. P. 2961–2970. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.47.002961>.
20. Burdin V.A., Bourdine A.V., Praporshchikov D.E. Based on Gaussian approximation solution for arbitrary order guided mode of optical fiber with constant curvature // *Proceedings of SPIE*. 2014. Vol. 9156. P. 91560E. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2054285>.
21. Snyder A.W. Understanding monomode optical fibers // *Proceedings of the IEEE*. 1981. Vol. 69. № 1. P. 6–13. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1981.11917>.
22. Love J.D., Hussey C.D. Variational approximations for higher-order modes of weakly-guiding fibers // *Optical and Quantum Electronics*. 1984. Vol. 16. № 1. P. 41–48. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00619876>.
23. Снайдер А., Лав Дж. Теория диэлектрических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
24. Бурдин А.В., Бурдин В.А. Решение для произвольной направляемой моды круглого оптического волокна на основе метода приближения Гаусса // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2011. Т. 14. № 2. С. 65–72.
25. Clarricoats P.J.B., Chan K.B. Electromagnetic-wave propagation along radially inhomogeneous dielectric cylinders // *Electronics Letters*. 1970. Vol. 6. № 22. P. 694–695. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19700482>.
26. Arnold J.M. Stratification method in the numerical analysis of optical waveguide transmission parameters // *Electronics Letters*. 1977. Vol. 13. № 22. P. 660–661. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19770469>.
27. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, рядов и произведений; 7-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 1232 с.
28. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.
29. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1977. 224 с.

References

1. Marcuse D. Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers. *Journal of the Optical Society of America*, 1976, vol. 66, no. 4, pp. 311–320. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.66.000311>.
2. Petermann K. Microbending loss in monomode fibres. *Electronics Letters*, 1976, vol. 12, no. 4, pp. 107–109. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19760084>.
3. Petermann K. Fundamental mode microbending loss in graded-index and W fibres. *Optical and Quantum Electronics*, 1977, vol. 9, no. 2, pp. 167–175. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00619896>.
4. Gambling W.A., Matsumura H., Ragdale C.M. Curvature and microbending losses in single-mode optical fibres. *Optical and Quantum Electronics*, 1979, vol. 11, no. 1, pp. 43–59. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00624057>.
5. Marcuse D. Influence of curvature on the losses of doubly clad fibers. *Applied Optics*, 1982, vol. 21, no. 23, pp. 4208–4213. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.21.004208>.
6. Petermann K., Kuhne R. Upper and lower limits for the microbending loss in arbitrary single-mode fibers. *Journal of Lightwave Technology*, 1986, vol. 4, no. 1, pp. 2–7. DOI: <https://doi.org/10.1109/JLT.1986.1074620>.
7. Schermer R.T., Cole J.H. Improved bend loss formula verified for optical fiber by simulation and experiment. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2007, vol. 43, no. 10, pp. 899–909. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.2007.903364>.
8. Sillard P. et al. Micro-bend losses of trench-assisted single-mode fibers. *36th European Conference and Exhibition on Optical Communication*, 2010, pp. 1–3.
9. Schulze C. et al. Mode resolved bend loss in few-mode optical fibers. *Optics Express*, 2013, vol. 21, no. 3, pp. 3170–3181. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.21.003170>.
10. Heiblum M., Harris J.H. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1975, vol. 11, no. 2, pp. 75–83. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1975.1068563>.
11. Sakai J. Microbending loss evaluation in arbitrary-index single-mode optical fibers. Part I: Formulation and general properties. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1980, vol. 16, no. 1, pp. 36–44. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1980.1070350>.
12. Sakai J. Microbending loss evaluation in arbitrary-index single-mode optical fibers. Part II: Effects of core index profiles. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1980, vol. 16, no. 1, pp. 44–49. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1980.1070340>.
13. Lau K.Y. Propagation path length variations due to bending of optical fibers. *The Telecommun. and Data Acquisition Rept.*, 1981, pp. 28–32.
14. Valjaev A.B., Krivoslykov S.G. Mode structure radiation into waveguides with random gradient axis microbending. *Kvantovaya elektronika*, 1989, vol. 16, no. 6, pp. 1248–1256. [In Russian].
15. Menachem Z. Wave propagation in a curved waveguide with arbitrary dielectric transverse profiles. *Progress in Electromagnetics Research*, 2003, vol. 42, pp. 173–192. DOI: <https://doi.org/10.2528/PIER03012303>.
16. Jiang Z., Marcianite J.R. Mode-area scaling of helical-core, dual-clad fiber lasers and amplifiers using an improved bend-loss model. *Journal of the Optical Society of America B*, 2006, vol. 23, no. 10, pp. 2051–2058. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.23.002051>.
17. Shyroki D.M. Exact equivalent-profile formulation for bent optical waveguides. *arXiv:physics/0605002*, 2006, pp. 1–6. URL: <https://arxiv.org/abs/physics/0605002>.
18. Shyroki D.M. Exact equivalent straight waveguide model for bent and twisted waveguides. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2008, vol. 56, no. 2, pp. 414–419. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2007.914637>.
19. Rahman B.M.A. et al. Numerical analysis of bent waveguides: bending loss, transmission loss, mode coupling, and polarization coupling. *Applied Optics*, 2008, vol. 47, no. 16, pp. 2961–2970. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.47.002961>.
20. Burdin V.A., Bourdine A.V., Praporshchikov D.E. Based on Gaussian approximation solution for arbitrary order guided mode of optical fiber with constant curvature. *Proceedings of SPIE*, 2014, vol. 9156, pp. 91560E. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2054285>.
21. Snyder A.W. Understanding monomode optical fibers. *Proceedings of the IEEE*, 1981, vol. 69, no. 1, pp. 6–13. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1981.11917>.
22. Love J.D., Hussey C.D. Variational approximations for higher-order modes of weakly-guiding fibers. *Optical and Quantum Electronics*, 1984, vol. 16, no. 1, pp. 41–48. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00619876>.
23. Snajder A., Lav J. *The Theory of Dielectric Waveguides*. Moscow: Radio i svjaz', 1987, 656 p. [In Russian].
24. Burdin A.V., Burdin V.A. The solution for any guided mode circular optical fibers based on a Gaussian approximation method. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy*, 2011, vol. 14, no. 2, pp. 65–72. [In Russian].
25. Clarricoats P.J.B., Chan K.B. Electromagnetic-wave propagation along radially inhomogeneous dielectric cylinders. *Electronics Letters*, 1970, vol. 6, no. 22, pp. 694–695. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19700482>.
26. Arnold J.M. Stratification method in the numerical analysis of optical waveguide transmission parameters. *Electronics Letters*, 1977, vol. 13, no. 22, pp. 660–661. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19770469>.
27. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Table of Integrals, Series and Products*; 7th ed. Saint-Petersburg: BHV-Peterburg, 2011, 1232 p. [In Russian].
28. Abramovits M., Stigan I. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Moscow: Nauka, 1979, 832 p. [In Russian].
29. Dvajt G.B. *Tables of Integrals and Other Mathematical Formulas*. Moscow: Nauka, 1977, 224 p. [In Russian].

An approximate solution for modes of curved optical fiber

V.A. Burdin, A.V. Bourdine, D.E. Praporshchikov

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street
Samara, 443010, Russian Federation

The paper presents an approximate analytical solution in closed form for the mode of a weakly guiding circular optical fiber with an arbitrary profile of the refractive index. The solution is valid for guided linearly polarized modes of arbitrary radial and azimuthal orders. The proposed solution is based on the joint application of the Gaussian approximation method and the stratification method, as well as the replacement of an optical fiber with a bending radius significantly exceeding the radius of the fiber, some direct optical fiber with an equivalent profile of the refractive index. The results of calculations for a typical refractive index profile of a multimode optical fiber with a core and cladding diameters of 50/125 are presented. It is shown that for the considered examples, the degree of influence of the bending radius on the propagation constant of the mode of a curved fiber waveguide increases with increasing mode order. And, in the range of changes in the bend radius of the fiber, in which the conditions for applying the proposed approximate analytical solution are fulfilled, the mode propagation constant due to the bending of the fiber changes insignificantly and we can assume that this change does not depend on the value of the bend radius.

Keywords: optical fiber, linearly polarized mode, refractive index profile, equivalent mode field radius, curvature, bend radius, mode propagation constant.

Бурдин Владимир Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой линии связи и измерения в технике связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара). В 1984 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 2002 г. – докторскую диссертацию. Известен как один из ведущих специалистов в области теории волоконно-оптических линий передачи. Результаты научных исследований, выполненных им лично и коллективом под его руководством, нашли широкое практическое использование в кабельной промышленности, на предприятиях и в организациях отрасли связи, научных и образовательных учреждениях инфокоммуникационного профиля, вошли в ряд руководящих документов Министерства связи и массовых коммуникаций РФ, регламентирующих вопросы строительства и технической эксплуатации волоконно-оптических линий связи. Имеет практический опыт разработки и реализации проектов волоконно-оптических кабельных линий связи. Принимал непосредственное участие в строительстве волоконно-оптических кабельных линий передачи, в частности транссибирской ВОЛП (ОАО «Ростелеком»), ВОЛП по заказу компании ЗАО «Транстелеком», ВОЛП сети связи ОАО «Татнефть» и ряда других объектов. Возглавляет научную школу «Маломодовые технологии волоконной оптики и их приложения на сетях связи». Под его научным руководством подготовлено и защищено 7 диссертаций на соискание ученой степени кандидата технических наук и одна на соискание ученой степени доктора технических наук. Член международных научных обществ (Senior member OSA, Senior member SPIE).

Область научных интересов: волоконно-оптические линии передачи, маломодовые технологии волоконной оптики, эффективные технологии строительства и технической эксплуатации линейно-кабельных сооружений оптических линий передачи сетей связи.

E-mail: burdin@psati.ru

Бурдин Антон Владимирович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры линии связи и измерения в технике связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара). Окончил Поволжскую государственную академию телекоммуникаций и информатики по специальности «Многоканальные телекоммуникационные системы». Имеет практический опыт в реализации проектов оптических линий связи. Принимал непосредственное участие в строительстве Транссибирской волоконно-оптической линии ОАО «Ростелеком», а также волоконно-оптических линий сетей связи ЗАО «Транстелеком», ОАО «Татнефть» и ряда других предприятий. Автор более 250 научных публикаций, в том числе 29 патентов на изобретения.

Область научных интересов: маломодовые линии передачи, маломодовые оптические волокна, синтез и анализ структуры волоконных световодов, маломодовые датчики и сенсорные системы, сращивание оптических волокон неодинаковой конструкции.

E-mail: bourdine-av@psuti.ru

Прапорщик Денис Евгеньевич, старший преподаватель кафедры линии связи и измерения в технике связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара). Окончил ПГАТИ в 2004 г. по специальности «Многоканальные телекоммуникационные системы». Автор более 60 научных публикаций, в числе которых 20 статей и 40 тезисов докладов на российских и международных конференциях и семинарах. Стаж работы в университете более 15 лет.

Область научных интересов: методы и средства компенсации межмодовой дисперсии и дифференциальной модовой задержки, синтез оптических волокон, многомодовые и маломодовые волоконно-оптические линии передачи.

E-mail: praporschikov-de@psuti.ru