## Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 519.213.7: 621.391.82 DOI 10.18469/1810-3189.2019.22.4.86-90 Дата поступления: 17.09.2019 Дата принятия: 02.10.2019

# Влияние шума квантования на информативные параметры эхо-сигнала при условии возмущенной атмосферы

В.В. Заволокин, В.И. Тамбовцев

Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) 454080, Российская Федерация, г. Челябинск

пр. Ленина, 76

Приведена и обоснована физическо-математическая модель эхо-сигнала отраженного от облачно-дождевых систем. Предложены алгоритмы получения несмещенных, эффективных и состоятельных оценок первого и второго начальных моментов эхо-сигнала от дождя. Предложены схемы оценки физических параметров капель дождя на основе оценки мощности отраженного сигнала: наведенного дипольного момента капли дождя, затухания при распространении сигнала вдоль сферической координаты дальности туда и обратно и параметров облачно-дождевой системы: интенсивности дождя, водности облачно дождевой системы. Показана связь с оценкой диэлектрической проницаемости и проводимости дождевых капель.

*Ключевые слова*: оценка мощности сигнала метеоэхо, численное решение уравнения метеоцели, оценка дипольного момента капли дождя, оценки проводимости и диэлектрической проницаемости дождевой капли, шум квантования, радиофизические и электрохимические задачи.

#### Введение

Формирования ионного портрета атмосферных осадков и влагосодержащих сред связано с охраной окружающей среды, содержанием патогенных ионов в каплях дождя, продуктах питания и рядом других актуальных научных задач. Главное препятствие в решении этих задач есть получение достоверных оценок диэлектрической проницаемости и проводимости атмосферной влаги и влаги содержащейся в биологических структурах.

Сущность этого препятствия в том, что необходимая для получения таких оценок информативная составляющая эхо-сигнала – квадрат математического ожидание модуля наведенного дипольного момента капли является малой величиной относительно мощности принимаемого эхо-сигнала, отраженного от влагосодержащей среды. При этом сама по себе мощность эхо-сигнала есть случайный вектор.

Описаны принципы формирования оценок диэлектрической проницаемости и проводимости капель дождя. Они основаны на известных выражениях для наведенного дипольного момента капли дождя, уравнении радиоэхо для объемно протяженных объектов и уравнений Дебая для пересчета (приведения) значений оценок к достоверным значениям. Изложены принципы формирования несмещенных оценок мощности радиоэхо от до-

Zavolokinvv@rambler.ru (Заволокин Владимир Валентинович)

ждя. Определены условия, когда они получаются состоятельными, эффективными и несмещенными с точки зрения минимума среднеквадратической ошибки.

Данные о физических свойствах дождевых капель:  $K_w$  – наведенном дипольном моменте капли,  $l(r_0, K_w, R)$  – затухании при распространении сигнала вдоль сферической координаты дальности, а также данные о физических свойствах облачно-дождевых систем: R – интенсивности дождя и M – водности облачно-дождевой системы лежат в основе некоторых физико-математических моделей. Эти модели ориентированы на решение следующих группы задач: радиофизические задачи, задачи связанные с алгоритмами обработки сигналов и электрохимические задачи. Изложение статьи соответствует диаграмме изображенной на рис. 1.

## Формулировка радиофизической задачи

Статистическая оценка диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}'$  и проводимости атмосферной влаги  $\hat{\sigma}$  в условиях возмущённой атмосферы является предметом исследований данной работы. Проводимость капель дождя линейно зависит от минерализации. Для тщательно очищенной воды естественная проводимость  $\sigma = 0,38 \cdot 10^{-5}$  См / м,

с Ву © Заволокин В.В., Тамбовцев В.И., 2019



Рис. 1. Диаграмма деления физико-математической модели на блочно-составные части

а для дождевой воды ионная проводимость  $\sigma = 5 \cdot 10^{-4} \div 100 \cdot 10^{-4}$  См / м [1; 2].

Наведенный дипольный момент капель дождя  $K_w$  связан с их физическими характеристиками:  $\varepsilon'$  – вещественной частью комплексной диэлектрической проницаемости и проводимостью  $\sigma$ :

$$K_{w} = \frac{\left(m^{2}\left(\omega\right) - 1\right)}{\left(m^{2}\left(\omega\right) + 2\right)},\tag{1}$$

где  $m(\omega) = (n(\omega) - jk(\omega)) = \tilde{\epsilon}(\omega)\mu = (\epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega))\mu$  – комплексный относительный показатель преломления;  $\tilde{\epsilon}(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$  – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость капель дождя;  $\mu$  – магнитная проницаемость воды  $\mu = 0,999991$  [3];  $\sigma$  – удельная проводимость капель дождя,

$$k(\omega) = \sqrt{\frac{1}{2}\mu} \left( \sqrt{\left(\epsilon'(\omega)\right)^2 + \left(\frac{\sigma\lambda}{2\pi\epsilon_0 c}\right)^2} - \epsilon'(\omega) \right)$$
(2)

коэффициент поглощения;

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{1}{2}\mu} \left( \sqrt{\left(\epsilon'(\omega)\right)^2 + \left(\frac{\sigma\lambda}{2\pi\varepsilon_0 c}\right)^2 + \epsilon'(\omega)} \right)^2 + \epsilon'(\omega)$$

– действительный показатель преломления;  $\varepsilon'$  – вещественная часть комплексной диэлектрической проницаемости;  $\varepsilon''$  – мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости;  $\sigma$  – удельная проводимость среды распространения (капли воды);  $\lambda$  – длина волны зондирующего сигнала;  $\omega$  – круговая частота зондирующего сигнала;  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  – скорость света в вакууме;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная (электрическая (диэлектрическая) проницаемость вакуума); µ<sub>0</sub> – магнитная постоянная (магнитная проницаемость вакуума).

Получив эффективные, состоятельные и несмещенные оценок величин  $|\hat{K}_w(\lambda_1)|^2$  и  $|\hat{K}_w(\lambda_2)|^2$  и используя формулы (1)–(3) решается система уравнений относительно  $\hat{\varepsilon}'$  и  $\hat{\sigma}$ . Оценки –  $|\hat{K}_w(\lambda_i)|^2$  есть решения уравнений эхо-сигнала дождя (метеорологические уравнения) [4]:

$$\hat{P}_{\xi}(r_{0}) = \sigma_{\xi}^{2} =$$

$$= A\hat{l}^{2}(r_{0}, K_{w}, R) \left| \hat{K}_{w}(\lambda_{i}) \right|^{2} \times$$

$$\times N_{0} \left( \alpha \hat{R}^{-\beta} \right)^{-7} \gamma \left( 7, \alpha \hat{R}^{-\beta} D_{\max} \right).$$
(4)

Здесь коэффициент *А* – связывает все конструктивные априорно известные параметры измерительной системы

$$\left(A = \frac{P_u g^2}{2r_0^2} \frac{\pi^3}{\lambda^2} \frac{\theta_1^2}{8ln^2} \left[cth(aF\tau) - 1/(aF\tau)\right] \frac{c\tau}{2}\right)$$

в (4), то есть (постоянные параметры фиксированные для каждого текущего зондирования). Где  $l_r(a, F, \tau) = [cth(aF\tau) - 1/(aF\tau)]$  – коэффициент потерь, в приемнике обусловленный ограниченной полосой пропускания;  $a = \frac{\pi}{2\sqrt{\ln 2}}$  – первый коэффициент формирования амплитудно-частотной характеристики; F – ширина полосы пропускания приемника по уровню половинной мощности;  $\tau$  – длительность зондирующего импульса;  $P_u$  – мощность, излучаемая передатчиком;  $g^2$  – коэффициент усиления датчика (антенны) одновременно на прием и передачу;  $r_0$  – значение на-

клонной дальности (сферической координаты) до центра импульсного объема;  $\theta_1$  – угловая ширина (в радианах) однократно используемой (либо на прием, либо на передачу) осесимметричной диаграммы направленности антенны (или датчика);  $\hat{l}^2ig(r_0,K_w,Rig)$  – оценки затухания при распространении по сферической наклонной дальности (трассе распространения) туда и обратно;  $\hat{R}$  – оценки интенсивности дождя; N<sub>0</sub>, α, β - априорно известные условия наблюдений облачно-дождевой системы (время суток, фаза дождя); ү(·) – неполная Гамма функция [5]; D<sub>max</sub> – максимальный диаметр капли дождя. В основе указанной задачи лежит численное решение уравнения (4). Решение уравнений (4) должно обеспечивать получение достоверных оценок  $\left|\hat{K}_{w}(\lambda_{1})\right|^{2}$  и  $\left|\hat{K}_{w}(\lambda_{2})\right|^{2}$  на частотах  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

## Принципы формирование несмещенных, состоятельных и эффективных оценок $|\hat{K}_w(\lambda_1)|, \ \hat{l}(r_0, K_w, R)$ и $\hat{R}$

При решении уравнений (4) необходимо:

1. Обосновать режимы сканирования пространства и юстировки системы, при физически реализуемых вычислительных ресурсах системы и физической реализуемости, учитывающей перемещения дождя из-за ветра. Режимы измерения должны обеспечивать наилучшую сходимость оценок диэлектрической проницаемости и проводимости капель дождя. Должно быть наилучшее сочетание следующих характеристик измерительной системы: объема выборки, разрядности аналого-цифровых преобразователей, относительной нестабильности частоты когерентного гетеродина измерительной системы, общего объема аппаратурных затрат, реализации алгоритмов в масштабе реального времени.

2. Статистические алгоритмы обработки сигналов должны быть такими, чтобы получаемые из (4) оценки были несмещенными, состоятельными, эффективными и с минимальной дисперсией. Смещение оценки  $P(r_0)$  имеет три составляющих. Алгоритмы устранения смещения оценок  $|\hat{K}_w(\lambda_i)|^2$  должны убрать все составляющие. Сигналы, принимаемые по боковым лепесткам в смежных точках дальности  $m_1$  и  $m_2$ . Мощность шума квантования [6], зависит от уровней сигналов, принимаемых по боковым лепесткам. Мощность теплового шума приемника. Алгоритм

выделения несмещенной выборочной оценки мощности сигнала метеоэхо [6; 7] (по сканам с сигналом одной той же длины волны и длительности зондирующего импульса) есть:

$$\begin{split} & \overrightarrow{P}_{\overline{\xi}}(r_{0}) = \hat{D}_{\overline{\xi}}(r_{0}) = \\ &= \overline{\hat{D}}_{\overline{\delta}}(r_{0}) - \overline{\hat{D}}_{\overline{n}}(r_{0}) - \overline{\hat{D}}_{\overline{\zeta}}(r_{0}) - 2K_{\overline{\zeta},\overline{\xi}}(r_{0}) - \\ &- 2K_{\overline{\zeta},\overline{n}}(r_{0}) = \overline{\hat{D}}_{\overline{\delta}} - \overline{\hat{D}}_{\overline{n}} - \overline{\hat{D}}_{\overline{\zeta}}(r_{0}) - 2K_{\overline{\zeta},\overline{\eta}}. \end{split}$$
(5)

Здесь  $\overline{\hat{D}}_{\overline{\delta}}(r_0)$  – оценка вектора мощности метеоэхо получаемая в результате выполнения следующих алгоритмов:

• алгоритма выборочного среднего по n сканам:

$$\hat{m}_{j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left( \text{sgn} \left| \sqrt{x'_{ij}} \right| \right) \sqrt{x'_{ij}}, \quad j = s, c;$$
(6)

s, с – синфазная и квадратурная составляющие оценки; n – количество сканов антенной системы;  $K_{\overline{\zeta},\eta}$  – коэффициент корреляции векторов  $\overline{\zeta}$  и  $\eta$ ;  $x'_{ij}$  – выборочная амплитуда для фиксированной точки пространства на дальности  $r_0$ ; sgn $\left|\sqrt{x'_{ij}}\right|$  – определения знака выборочной амплитуды (например, с помощью амплитудно-фазового детектора при предположении, что система истинно когерентна);

• выборочного алгоритма второго начального момента (при условии, что сигнал прошел АЦП):

$$\overline{\hat{D}}_{\overline{\delta}j}(r_0) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \left( \left( \operatorname{sgn} \left| \sqrt{x'_{ij}} \right| \right) \sqrt{x'_{ij}} - \hat{m}_j \right)^2 + \overline{\hat{D}}_{\overline{n}}(r_0) + \overline{\hat{D}}_{\overline{\zeta}}(r_0) \right), \quad j = s, c;$$
(7)

 $\bar{D}_{\bar{n}}(r_0)$  – оценка вектора мощности теплового шума приемника;  $\hat{D}_{\bar{\zeta}}(r_0)$  – оценка вектора мощности шума квантования, которая имеет следующий вид:

$$\hat{\overline{D}}_{\overline{\zeta}}(r_0) = \left(\frac{\Delta^2}{12} + \left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^n}{\left(n\right)^2} q^{n^2} \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta}n\hat{m}_1\right); \\
\frac{\Delta^2}{12} + \left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^n}{\left(n\right)^2} q^{n^2} \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta}n\hat{m}_2\right) \right).$$
(8)
$$2\pi^2 \sigma_{\overline{z}}^2$$

Здесь  $q = e^{-\frac{\varsigma}{\Delta^2}}$ ;  $\Delta$  – дискрета квантования;  $\overline{\zeta}$  – двухмерный вектор шума квантования, являющийся результатом нелинейного «пилообразного» преобразования входного двухмерного нормального вектора  $\overline{\eta} = \overline{\xi} + \overline{n}$  с ненулевыми, в общем случае, математическими ожиданиями значений его координат. Характеристика преобразования



**Рис. 2.** Нелинейная пилообразная характеристика преобразования значений  $x_1$  и  $x_2$  для координат вектора  $\overline{\eta} = (\eta_1, \eta_2)$  в шум квантования

значений каждой из координат вектора η изображена на рис. 2.

3. Обосновать принцип вычисления из (4) оценок физических величин  $l(r_0, K_w(\lambda), R); K_w(\lambda)$ и R. Он должен учитывать, что первые две зависят от длины волны, а третья не зависит.

4. Привести оценки σ̂ и ε̂ к достоверным значениям с помощью формул Дебая для пресной воды, учитывая температуру осадков и лаборатории при измерении проводимости капель дождя.

#### Заключение

В работе изложены основные принципы формирования следующих оценок:  $\left|\hat{K}_w(\lambda_1)\right|^2$  – оценки квадрата наведенного дипольного момента капли дождя,  $\hat{l}^2(r_0, K_w, R)$  – оценки затухания при рас-

пространении по сферической наклонной дальности (трассе распространения) туда и обратно,  $\hat{R}$  – интенсивности дождя. Сформулированы условие получения достоверных оценок для оценок  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\epsilon}$ . Кроме того сформулированы и обоснованы все необходимые и достаточные условия для получения несмещенных, состоятельных и эффективных оценок  $|\hat{K}_w(\lambda_1)|^2$ ,  $\hat{l}^2(r_0, K_w, R)$  и  $\hat{R}$ , а также  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\epsilon}$ .

Работа описанного алгоритма перед ее реализацией в опытном образце должна быть представлена в виде комплексной математической модели, которую необходимо описать комплексом программ математического моделирования. Это необходимо чтобы объемы аппаратурных затрат, стоимость и предельно достижимые оценки дисперсий оцениваемых параметров были наилучшими.

### Список литературы

- 1. Мучник В.М. Физика грозы. Л.: Гидрометеоиздат, 1974. 352 с.
- 2. Бондаренко Т.Г. Некоторые данные по электропроводности атмосферных осадков // Труды ГГО. 1962. Вып. 134. С. 33-37.
- 3. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 775 с.
- 4. Довиак Р., Зрнич Д. Допплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения; пер. с англ. СПб.: Гидрометеоиздат, 1988. 511 с.
- Градштейн А.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений; 4-е изд. перераб. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 1100 с.
- Математическая модель шума квантования сигналов, отраженных от протяженных пространственных помех / Б.М. Балясников [и др.] // Труды ВКА им. А.Ф. Можайского. 2011. Вып. 633. Ч. 2. С. 131–138.
- Заволокин В.В., Зубков В.А., Чепель Е.В. Построение математической модели метеосигналов для когерентно-импульсных РЛС // Вопросы радиоэлектроники. Серия РЛТ. 2008. Вып. 2. С. 129–136.

### References

- 1. Muchnik V.M. Thunderstorms Physics. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1974, 352 p. [In Russian].
- 2. Bondarenko T.G. Some data on the electrical conductivity of precipitation. Trudy GGO, 1962, no. 134, pp. 33-37. [In Russian].
- 3. Shimoni K. Theoretical Electrical Engineering. Moscow: Mir, 1964, 775 p. [In Russian].
- 4. Doviak R., Zrnich D. Doppler Radar and Meteorological Observations. Trans. from English. Saint-Petersburg: Gidrometeoizdat, 1988, 511 p. [In Russian].
- Gradshtejn A.S., Ryzhik I.M. Table of Integrals, Series and Products. 4th ed. Moscow: Gosudarstvennoe izdatel'stvo fizikomatematicheskoj literatury, 1963, 1100 p. [In Russian].

- Baljasnikov B.M. et al. A mathematical model of quantization noise signals reflected from the extended spatial interference. Trudy VKA im. A.F. Mozhajskogo, 2011, no. 633, pp. 131–138. [In Russian].
- Zavolokin V.V., Zubkov V.A., Chepel' E.V. Construction of mathematical models meteosignalov to coherently pulsed radar. Voprosy radioelektroniki. Serija RLT, 2008, no. 2, pp. 129–136. [In Russian].

UDC 519.213.7: 621.391.82 DOI 10.18469/1810-3189.2019.22.4.86-90 Received: 17.09.2019 Accepted: 02.10.2019

## Influence of quantization noise on informative parameters of the echo signal under the condition of a perturbed atmosphere

V.V. Zavolokin, V.I. Tambovtsev

South Ural State University (national research university) 76, Lenin Prospekt Chelyabinsk, 454080, Russian Federation

A physical and mathematical model of the echo signal reflected from cloud-rain systems is presented and substantiated. Algorithms for obtaining unbiased, efficient and consistent estimates of the first and second initial moments of the echo signal from the rain are proposed. Schemes of estimation of physical parameters of raindrops on the basis of estimation of power of the reflected signal: induced dipole moment of a raindrop, attenuation at propagation of a signal along a spherical coordinate of range there and back and parameters of cloudy-rain system: intensity of a rain, water content of cloudy-rain system are offered. The connection of induced dipole moment of a raindrop with the estimation of dielectric permittivity and conductivity of raindrops is shown.

*Keywords*: estimation of the power of the rain echo signal, numerical solution of the meteorological equation, estimation of the induced dipole moment of a raindrop, estimation of the conductivity and dielectric permittivity of a raindrop, quantization noise, radiophysical and electrochemical problems.

Заволокин Владимир Валентинович, ведущий инженер кафедры прикладной математики и программирования Южно-Уральского государственного университета (национальный исследовательский университет). Окончил Челябинский политехнический институт с отличием в 1981 г. по направлению радиоинженер. Автор 17 научных работ, 12 НИР и ОКР, 2 изобретений.

Оласть научных интересов: математические модели эхо-сигналов, отраженных от облачно-дождевых систем, и алгоритмы их обработки (алгоритмы теории вероятностей, математической статистики и потенциальной помехоустойчивости).

E-mail: zavolokinvv@rambler.ru

Тамбовцев Владимир Иванович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры инфокоммуникационных технологий Южно-Уральского государственного университета (национальный исследовательский университет). Окончил Челябинский политехнический институт в 1965 г. по направлению инженер-электрик. Научно-педагогический стаж более 50 лет. Заслуженный изобретатель СССР, действительный член Нью-Йоркской АН (1995 г.). Автор более 80 научных работ.

Область научных интересов: физическая электроника, физика ударных волн в мезосфере Земли, электромагнитная совместимость, радиоэкология.

E-mail: tamboval@mail.ru