

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 535.1
DOI 10.18469/1810-3189.2019.22.3.36-43

Дата поступления: 03.07.2019
Дата принятия: 07.08.2019

Перепутывание атомов с двухфотонными переходами при наличии динамического штарковского сдвига энергетических уровней

Е.К. Башкиров, М.О. Гусянникова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Российская Федерация, г. Самара
Московское шоссе, 34

В настоящей работе мы исследовали динамику атомного перепутывания в квантовой системе, состоящей из двух идентичных двухуровневых атомов (кубитов), резонансно взаимодействующих посредством вырожденных двухфотонных переходов с модой теплового поля резонатора без потерь, при наличии штарковского сдвига энергетических уровней. Получено аналитическое выражение для параметра перепутывания атомов (отрицательности) для сепарабельных и перепутанных начальных состояний атомов. Рассмотрено влияние штарковского сдвига на степень атом-атомного перепутывания. Установлено, что штарковский сдвиг приводит к существенному увеличению степени перепутывания атомов в случае сепарабельных начальных состояний атомов и стабилизации атомного перепутывания в случае перепутанных начальных состояний атомов.

Ключевые слова: идентичные двухуровневые атомы, двухфотонные переходы, тепловое поле, динамический штарковский сдвиг, атом-атомное перепутывание, контроль и управление перепутыванием.

Введение

Квантовые нелокальные корреляции или запутанность имеют первостепенное значение в квантовой информатике. В последние годы появилось большое число экспериментальных и теоретических работ, в которых исследовались запутанные состояния кубитов в различных физических системах [1–4]. При этом одной из наиболее важных задач при разработке эффективных протоколов функционирования квантовых компьютеров и квантовых сетей является задача управления и контроля перепутанными состояниями кубитов [5]. Одним из наиболее перспективных способов решения такой задачи стало использование взаимодействия кубитов с выделенными модами резонаторов. Раздел квантовой оптики, посвященный изучению динамики кубитов и выделенных мод электромагнитного и других квантовых полей, получил название квантовой электродинамики резонаторов (КЭД). В последние годы в КЭД проведено большое число экспериментов, в которых изучалось перепутывание кубитов для нейтральных атомов, ионов в магнитных ловушках, сверхпроводящих цепей, квантовых точек и примесных спинов [1–5]. Теоретические исследования таких схем основаны на модели Джейнса – Кам-

мингса (МДК) и ее обобщениях [6]. Исходная МДК состоит из двухуровневого атома, взаимодействующего посредством однофотонных переходов с модой квантового электромагнитного поля идеального резонатора. В последние годы рассматривались различные обобщения МДК, учитывающие возможность многофотонных переходов, наличие нескольких атомов и несколько рабочих уровней в атомах, многомодовых полей, диполь-дипольного взаимодействия атомов, наличие расстройки частот атомов и поля, зависимость от времени и интенсивности констант атом-полевой связи, нелинейности Керра и другие [7]. В последнее время особое внимание в КЭД уделяется экспериментальному и теоретическому изучению двухфотонных обобщений МДК. Такой интерес к двухфотонным процессам инициирован экспериментальной реализацией двухфотонного лазера [8]. При изучении динамики кубитов, взаимодействующих с полями резонаторов, необходим учет динамического штарковского сдвига [9]. В последние годы отмечены различные возможности использования эффекта Штарка в квантово-оптических приложениях, в частности, показана возможность управления запутанностью кубитов с помощью динамического эффекта Штарка [10–19]. Экспериментально динамический штарковский сдвиг изучался в дис-

персионном режиме для сверхпроводящих джозефсоновских кубитов в компланарных резонаторах [20; 21]. В ряде наших недавних работ [22–25] исследовалась возможность генерации перепутанных состояний в двухатомных МДК с тепловым полем резонатора. Представляет интерес изучить влияние динамического штарковского сдвига на степень перепутывания кубитов, индуцированного тепловым полем резонатора.

В связи с этим в настоящей работе мы исследуем динамику перепутывания двух естественных или искусственных атомов, взаимодействующих посредством двухфотонных переходов с модой теплового поля идеального резонатора с учетом динамического штарковского сдвига энергетических уровней кубита.

1. Модель и ее точное решение

Будем исследовать систему, состоящую из двух атомов (кубитов), взаимодействующих с квантовым тепловым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. Предположим, что взаимодействие носит резонансный характер, т. е. имеет место соотношение $\omega_0 = 2\omega$, где ω_0 – частота перехода между возбужденным и основным состояниями кубита, а ω – частота резонаторной моды. Физически это могут быть ридберговские нейтральные атомы, ионы в ловушках Пауля, сверхпроводящие джозефсоновские кольца, примесные спины, квантовые точки и другие двухуровневые системы, взаимодействующие с микроволновыми полями резонаторов. С учетом штарковского сдвига энергетических уровней мы можем записать эффективный гамильтониан рассматриваемой системы в представлении взаимодействия в виде

$$H_I = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2) + \sum_{i=1}^2 \hbar a^+ a (\Gamma_2 \sigma_i^+ \sigma_i^- + \Gamma_1 \sigma_i^- \sigma_i^+), \quad (1)$$

где a^+ и a – операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды; $\sigma_i^+ = |+\rangle_i \langle -|$, $\sigma_i^- = |-\rangle_i \langle +|$ – повышающий и понижающий операторы в i -м кубите ($i=1,2$) соответственно; Γ_2 и Γ_1 – параметры, описывающие штарковские сдвиги энергетических уровней; g – эффективная константа двухфотонного кубит-полевого взаимодействия.

Предположим, что резонаторное поле находится в начальный момент времени в одномодовом тепловом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|, \quad (2)$$

где весовые коэффициенты $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$. Здесь \bar{n} – среднее число тепловых фотонов в резонаторе $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i / k_B T] - 1)^{-1}$, где k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора, а атомы в начальный момент времени находятся в одном из чистых сепарабельных состояний

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, -\rangle, \quad (3)$$

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, +\rangle \quad (4)$$

или перепутанных состояниях белловского типа

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta |+, -\rangle + \sin\theta |-, +\rangle, \quad (5)$$

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |-, -\rangle, \quad (6)$$

где θ – параметр, задающий начальную степень перепутывания кубитов.

Временная матрица плотности полной системы есть

$$\rho(t) = e^{-iHt/\hbar} \rho_F(0) \otimes |\Psi(0)\rangle_{AA} \langle \Psi(0)| e^{iHt/\hbar}. \quad (7)$$

Для нахождения явного вида матрицы (7) мы используем собственные функции и собственные значения исходного гамильтониана (1). Для гамильтониана (1) имеются три набора собственных функций и соответствующих собственных значений. Первый набор, соответствующий числу возбуждений в системе $n \geq 0$, может быть представлен в виде

$$|\Psi_{in}\rangle = \zeta_{in} (X_{i1n} |-, -, n+4\rangle + X_{i2n} |+, -, n+2\rangle + X_{i3n} |-, +, n+2\rangle + X_{i4n} |+, +, n\rangle) \quad (8)$$

($n = 0, 1, 2, \dots; i = 1, 2, 3, 4$),

где

$$\zeta_{in} = 1 / \sqrt{|X_{i1n}|^2 + |X_{i2n}|^2 + |X_{i3n}|^2 + |X_{i4n}|^2}$$

и

$$X_{11,n} = 0, \quad X_{12,n} = -1, \quad X_{13,n} = 1, \quad X_{14,n} = 0,$$

$$X_{21,n} = \alpha_{2n}, \quad X_{22,n} = \beta_{2n}, \quad X_{32,n} = \gamma_{2n}, \quad X_{42,n} = 1.$$

$$X_{31,n} = \alpha_{3n}, \quad X_{32,n} = \beta_{3n}, \quad X_{33,n} = \gamma_{3n}, \quad X_{34,n} = 1,$$

$$X_{41,n} = \alpha_{4n}, \quad X_{42,n} = \beta_{4n}, \quad X_{43,n} = \gamma_{4n}, \quad X_{44,n} = 1.$$

Соответственные собственные значения есть

$$E_{1n} = 2\hbar g(2\beta + n\beta),$$

$$E_{2n} = \hbar g \left(2(2+n)\beta + \frac{2(27(5+2n)\beta + \Omega_n)^{1/3}}{3 \cdot 3^{2/3}} + \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2(7+n(5+n)+4\beta^2)}{(27(5+2n)\beta+\Omega_n)^{1/3}} \Bigg\}, \\
E_{3n} = & \hbar g \operatorname{Re} \left(2(2+n)\beta + \right. \\
& + \frac{i(i+\sqrt{3})(27(5+2n)\beta+\Omega_n)^{1/3}}{3 \cdot 3^{2/3}} - \\
& \left. - \frac{i(-i+\sqrt{3})(7+n(5+n)+4\beta^2)}{(27(5+2n)\beta+\Omega_n)^{1/3}} \right), \\
E_{4n} = & \hbar g \operatorname{Re} \left(2(2\beta+n\beta) + \right. \\
& + \frac{(1-i\sqrt{3})(-7-4n-n^2-4\beta^2)}{4 \cdot 2^{2/3}(135\beta+54n\beta+\Omega_n)^{1/3}} - \\
& \left. - \frac{8(1+i\sqrt{3})(135\beta+54n\beta+\Omega_n)^{1/3}}{3 \cdot 2^{1/3}} \right). \tag{9}
\end{aligned}$$

При записи формул (9) использовались следующие обозначения

$$\Omega_n = \sqrt{(135\beta+54n\beta)^2 + (-21-15n-3n^2-12\beta^2)^3} / 4,$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{in} = & -(-24n\beta - 14n^2\beta - 2n^3\beta + 12E_{in} + \\
& + 7nE_{in} + n^2E_{in}) / \left(\sqrt{2+3n+n^2} \times \right. \\
& \left. \times \sqrt{12+7n+n^2} (8\beta+2n\beta-E_{in}) \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{in} = & [\kappa_n(2n\beta-E_{in}) - \mu_n(v_n\beta-E_{in})] \times \\
& \times (-\lambda_n + (\xi_n\beta-E_{in})(v_n\beta-E_{in})) / [\kappa_n(\sqrt{\mu_n}\kappa_n - \\
& - \sqrt{\mu_n}(-\lambda_n + (\xi_n\beta-E_{in})(v_n\beta-E_{in}))) - \\
& - \sqrt{2+3n+n^2} (8\beta+2n\beta-E_{in}) / \kappa_n,
\end{aligned}$$

$$\gamma_{in} = - \frac{(\kappa_n(2n\beta-E_{in}) - \mu_n(v_n\beta-E_{in}))}{(\sqrt{\mu_n}\kappa_n - \sqrt{\mu_n}(-\lambda_n + \xi_n\beta-E_{in}))(v_n\beta-E_{in})}$$

($i = 2, 3, 4$),

$$\kappa_n = -(12+7n+n^2), \quad \lambda_n = ((n+4)(n+3),$$

$$\mu_n = (n+2)(n+1), \quad v_n = 2(n+4),$$

$$\xi_n = 2(n+2), \quad \beta = \Gamma/g.$$

Второй набор собственных значений необходимо учитывать, если начальное состояние кубитов представляет собой суперпозицию векторов состояния $|-, -, 2\rangle$, $|+, -, 0\rangle$, $|-, +, 0\rangle$. Собственные функции гамильтониана (1) в этом случае есть

$$|\Phi_i\rangle = \varsigma_i(Y_{i1}|-, -, 2\rangle + Y_{i2}|+, -, 0\rangle + X_{i3n}|-, +, 0\rangle) \tag{10}$$

($i = 1, 2, 3$),

где

$$\varsigma_i = 1/\sqrt{|Y_{i1}|^2 + |Y_{i2}|^2 + |Y_{i3}|^2},$$

и

$$Y_{11} = 0, \quad Y_{12} = -1, \quad Y_{13} = 1,$$

$$Y_{21} = \sqrt{2}(\beta - \sqrt{1+\beta^2}), \quad Y_{22} = 1, \quad Y_{23} = 1,$$

$$Y_{31} = \sqrt{2}(\beta + \sqrt{1+\beta^2}), \quad Y_{32} = -1, \quad Y_{33} = 1.$$

Соответствующие собственные значения есть

$$\varepsilon_1 = 0, \quad \varepsilon_2 = 2\hbar g(\beta - \sqrt{1+\beta^2}), \quad \varepsilon_3 = 2\hbar g(\beta + \sqrt{1+\beta^2}).$$

Наконец, третий набор собственных значений необходимо учитывать, если начальное состояние кубитов представляет собой суперпозицию векторов состояния $|-, -, 3\rangle$, $|+, -, 1\rangle$, $|-, +, 1\rangle$. В этом случае собственные функции можно представить как

$$|\Theta_i\rangle = \chi_i(Z_{i1}|-, -, 3\rangle + Z_{i2}|+, -, 1\rangle + Z_{i3n}|-, +, 1\rangle) \tag{11}$$

($i = 1, 2, 3$),

где

$$\chi_i = 1/\sqrt{|Z_{i1}|^2 + |Z_{i2}|^2 + |Z_{i3}|^2}$$

и

$$Z_{11} = 0, \quad Y_{12} = -1, \quad Y_{13} = 1,$$

$$Z_{21} = \frac{\sqrt{6}}{3}(\beta - \sqrt{3+\beta^2}), \quad Y_{22} = 1, \quad Y_{23} = 1,$$

$$Z_{31} = \frac{\sqrt{6}}{3}(\beta + \sqrt{3+\beta^2}), \quad Y_{32} = 1, \quad Y_{33} = 1,$$

Соответствующие собственные значения есть

$$\varepsilon_1 = 2\hbar g\beta,$$

$$\varepsilon_2 = 2\hbar g(2\beta - \sqrt{3+\beta^2}), \tag{12}$$

$$\varepsilon_3 = 2\hbar g(2\beta + \sqrt{3+\beta^2}).$$

Используя формулы (7)–(12), мы нашли явный вид временной матрицы плотности полной системы с гамильтонианом (1). Усредняя полную матрицу плотности по переменным поля, мы получили редуцированную временную матрицу плотности подсистемы кубитов $\rho_A(t) = \operatorname{Tr}_F \rho(t)$. Для двухкубитной системы, описываемой матрицей плотности $\rho_A(t)$, мы можем использовать в качестве меры перепутывания кубитов параметр Перенса – Хордецких или отрицательность [26; 27]

$$\varepsilon = -2 \sum \mu_i^-,$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной матрицы плотности (ρ_A^T).

Для начальных состояний кубитов (3) и (5) редуцированная матрица плотности кубитов $\rho_A(t)$ может быть представлена в виде

$$\rho_A(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & 0 \\ 0 & \rho_{23}(t)^* & \rho_{33}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

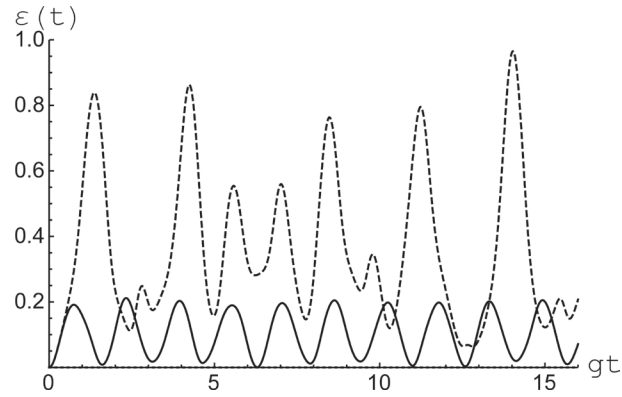
Элементы матрицы (13) для начального состояния кубитов (2) имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |C_{41,n}(t)|^2, & \rho_{22} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |C_{21,n}(t)|^2, \\ \rho_{33} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |C_{31,n}(t)|^2, & \rho_{44} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |C_{11,n}(t)|^2, \\ \rho_{23} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n C_{21,n}(t) C_{31,n}(t)^*. \end{aligned}$$

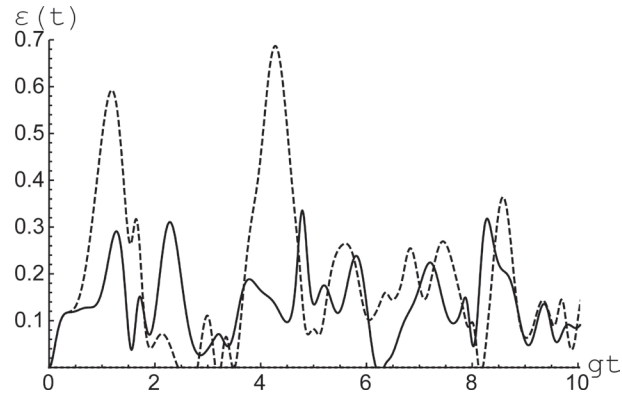
Здесь

$$\begin{aligned} C_{ij,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \zeta_{1n} Y_{jin} X_{1in} + e^{-iE_{2n}t/\hbar} \zeta_{2n} Y_{jin} X_{2in} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \zeta_{3n} Y_{jin} X_{3in} + e^{-iE_{4n}t/\hbar} \zeta_{4n} Y_{jin} X_{4in} \\ (i &= 1, 2, 3, 4), \end{aligned}$$

где $Y_{ijn} = w_{jn} X_{jin}^*$.



а)



б)

Рис. 1. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для начального состояния $|+,-\rangle$. Параметр штарковского сдвига $\beta=0$ (сплошная линия), $\beta=0.5$ (штриховая линия). Среднее число фотонов $\bar{n}=0.1$ (а) и $\bar{n}=1$ (б)

Для других начальных состояний элементы редуцированной матрицы плотности кубитов в настоящей статье не приводятся ввиду слишком громоздкого вида.

Частично транспонированная по переменным одного кубита матрица плотности для (13) есть

$$\rho_A^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & \rho_{23}(t)^* \\ 0 & \rho_{22}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{33}(t) & 0 \\ \rho_{23}(t) & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Матрица (14) имеет всего одно собственное значение, которое может принимать отрицательные значения. В результате для отрицательности в рассматриваемых случаях мы имеем

$$\varepsilon(t) = \sqrt{(\rho_{11}(t) - \rho_{44}(t))^2 + 4|\rho_{23}(t)|^2} - \rho_{11}(t) - \rho_{44}(t). \quad (15)$$

Для начальных состояний кубитов (4) и (6) редуцированная по переменным одного кубита матрица плотности имеет вид

$$\rho_A^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & \rho_{23}(t)^* \\ 0 & \rho_{22}(t) & \rho_{14}(t)^* & 0 \\ 0 & \rho_{14}(t) & \rho_{33}(t) & 0 \\ \rho_{23}(t) & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Матрица (16) имеет два собственных значения, которые могут принимать отрицательные значения. В результате для отрицательности в рассматриваемых случаях мы имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \sqrt{(\rho_{11}(t) - \rho_{44}(t))^2 + 4|\rho_{23}(t)|^2} - \rho_{11}(t) - \\ &- \rho_{44}(t) + \sqrt{(\rho_{22}(t) - \rho_{33}(t))^2 + 4|\rho_{14}(t)|^2} - \\ &- \rho_{22}(t) - \rho_{33}(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Результаты численного моделирования отрицательностей (15) и (17) представлены на рис. 1–4.

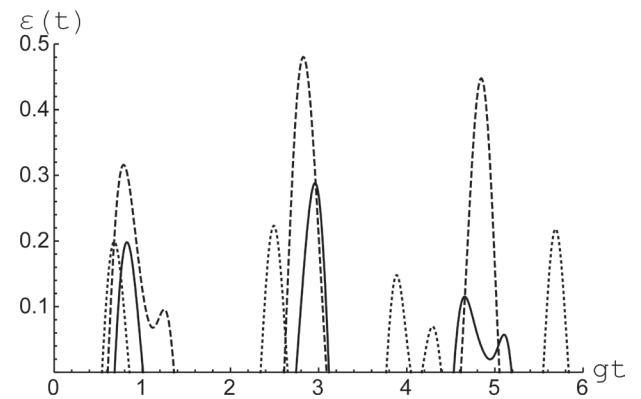


Рис. 2. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для начального состояния $|+,+\rangle$. Параметр штарковского сдвига $\beta=0.7$ (сплошная линия), $\beta=1$ (штриховая линия) и $\beta=1.2$ (точечная линия). Среднее число фотонов $\bar{n}=0.1$

2. Результаты и обсуждения

Временные зависимости отрицательности для начального сепарабельного состояния атомов для начального состояния $|+, -\rangle$ различных значений параметра штарковского сдвига приведены на рис. 1. Кривые построены для фиксированных значений среднего числа тепловых фотонов $\bar{n} = 0.1$ (а) и $\bar{n} = 1$ (б). Из рисунка хорошо видно, что при увеличении штарковского сдвига β степень перепутывания атомов существенно возрастает. Заметим, что влиянием штарковского сдвига на динамику атомов можно управлять, включая расстройку частот атомов и поля резонатора. При этом увеличение интенсивности теплового поля резонатора приводит к уменьшения максимальной степени перепутывания. Зависимость отрицательности от нормированного времени gt для начального сепарабельного состояния атомов для начального состояния $|+, +\rangle$ и различных значений параметра штарковского сдвига β представлена на рис. 2. Среднее число фотонов выбрано равным $\bar{n} = 0.1$. Хорошо видно, что для начального состоя-

мов, в котором оба они возбуждены, тепловое поле индуцирует перепутывание кубитов для значений параметра штарковского сдвига β вблизи значений, равных единице или $\Gamma \sim g$. Заметим, что выбранного начального состояния атомов в случае отсутствия штарковского сдвига перепутывания атомов не возникает ни при каких интенсивностях теплового поля резонатора [22–24]. Зависимость отрицательности от нормированного времени gt для начального белловского перепутанного состояния атомов вида $1/\sqrt{2}(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ и различных значений параметра штарковского сдвига β представлена на рис. 3. Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$ (а) и $\bar{n} = 1$ (б). Из рисунка хорошо видно, что включение штарковского сдвига приводит к уменьшению осцилляций Раби параметра перепутывания, т. е. к существенной стабилизации наведенного начального перепутывания атомов. При этом для интенсивного теплового поля резонатора в отсутствие штарковского сдвига имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания, т. е. исчезновение перепутывания на временах, меньших времен релаксации. Включение штарковского сдвига

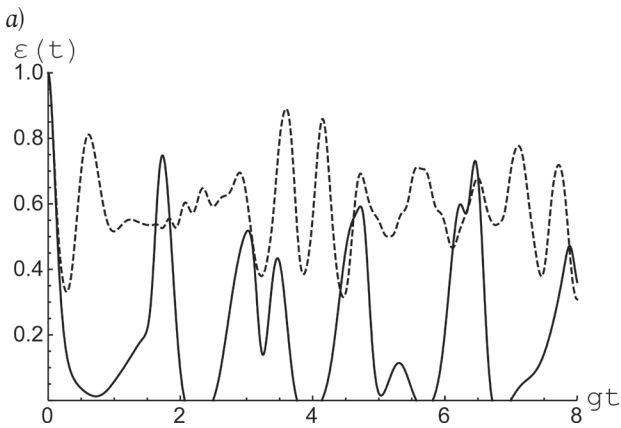
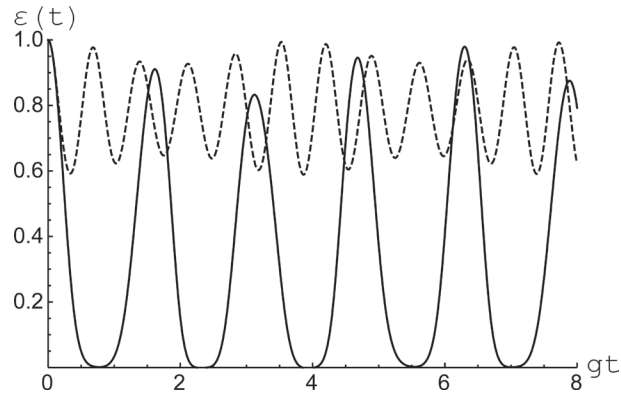


Рис. 3. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для перепутанного белловского начального состояния $1/\sqrt{2}(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$. Параметр штарковского сдвига $\beta = 0$ (сплошная линия) и $\beta = 2$ (штриховая линия). Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$ (а) и $\bar{n} = 1$ (б)

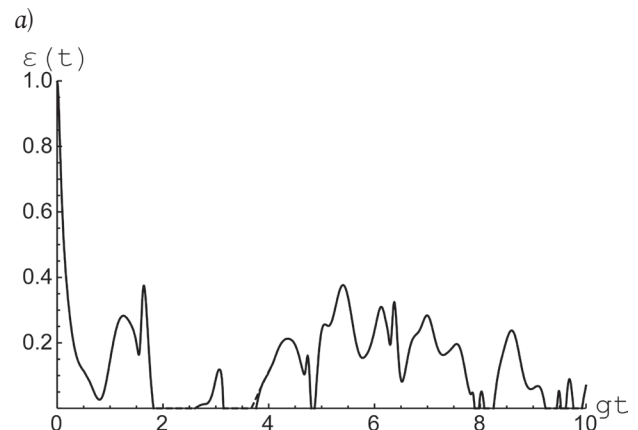
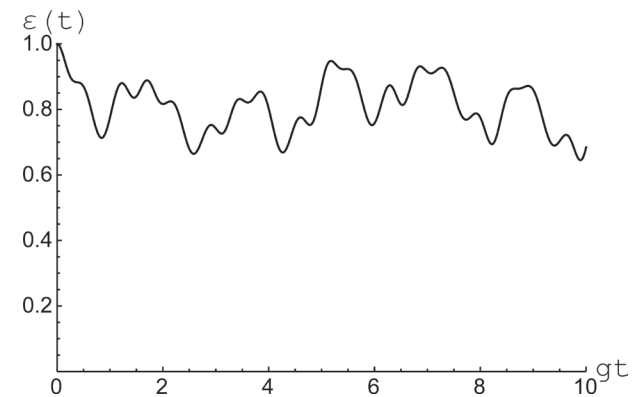


Рис. 4. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для перепутанного белловского начального состояния $1/\sqrt{2}(|+, +\rangle + |-, -\rangle)$. Параметр штарковского сдвига $\beta = 0$. Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$ (а) и $\bar{n} = 2$ (б)

позволяет исключить указанный эффект. Наконец, зависимость отрицательности от нормированного времени gt для начального белловского перепутанного состояния атомов вида $1/\sqrt{2}(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ и различных значений параметра штарковского сдвига β представлена на рис. 4. Для выбранного начального состояния и в приближении $\Gamma_1 = \Gamma_2$ смещение энергетических уровней возбужденного $|+, +\rangle$ и основного $|-, -\rangle$ состояний системы двух атомов одинаковы. Поэтому штарковские сдвиги энергетических уровней не выводят систему из резонанса, следовательно, не влияют на динамику параметра перепутывания. Как и в случае предыдущего перепутанного состояния, в рассматриваемой ситуации для интенсивных тепловых полей имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания. Однако учет штарковского сдвига не позволяет устранить данный эффект.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе мы исследовали влияние динамического штарковского сдвига энергетических уровней на перепутывание атомов, резонансно взаимодействующих посредством вырожденных двухфотонных переходов с тепловым одномодовым полем идеального резонатора. Мы показали, что для сепарабельного начального состояния атома $|+, -\rangle$ учет штарковского сдвига приводит к существенному увеличению степени перепутывания атомов, индуцированной

тепловым полем. При этом влиянием штарковского сдвига на динамику атомов можно управлять, включая расстройку частот атомов и поля. Величиной расстройки можно легко управлять для искусственных атомов. Например, для потоковых сверхпроводящих колец можно в достаточно широких пределах изменять ширину энергетической щели, изменяя магнитное поле [1–5]. Мы также показали, что при наличии штарковского сдвига для сепарабельного начального состояния $|+, +\rangle$ тепловое поле может индуцировать атом-атомное перепутывание в случае достаточно малых интенсивностей теплового поля.

В отсутствие штарковского сдвига для рассматриваемого начального состояния тепловое взаимодействие атомов с тепловым полем не приводит к их перепутыванию ни при каких значениях параметров модели. Расчеты также показали, что для перепутанного белловского начального атомного состояния вида $1/\sqrt{2}(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ наличие штарковского сдвига приводит к существенному уменьшению амплитуд колебаний отрицательности, то есть приводит к стабилизации начального перепутывания. В случае относительно интенсивных тепловых полей включение штарковского сдвига позволяет устранить эффект мгновенной смерти перепутывания. Это означает, что динамический штарковский сдвиг энергетических уровней является эффективным механизмом контроля и управления перепутыванием атомов.

Список литературы

1. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // *Rev. Mod. Phys.* 2013. Vol. 85. P. 623–653. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>.
2. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // *Rev. Mod. Phys.* 2014. Vol. 88. P. 153–186. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>.
3. Microwave photonics with superconducting quantum circuits / X. Gu [et al.] // *Phys. Repts.* 2017. Vol. 718–719. P. 1–102. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>.
4. Wendin G. Quantum information processing with superconducting circuits: a review // *Rep. Prog. Phys.* 2017. Vol. 80. P. 106001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/aa7e1a>.
5. Buluta I., Ashab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // *Rep. Prog. Phys.* 2011. Vol. 74. P. 104401. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401>.
6. Shore B.W., Knight P.L. The Jaynes-Cummings model // *J. Mod. Opt.* 1993. Vol. 40. P. 1195–1238. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500349314551321>.
7. Larson J. Dynamics of the Jaynes-Cummings and Rabi models: Old wine in new bottles // *Physica Scripta.* 2007. Vol. 76. P. 146–160. DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/76/2/007>.
8. Realization of a two-photon maser oscillator / M. Brune [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol. 59. P. 1899–1902. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.1899>.
9. Puri R.R., Bullough R.K. Quantum electrodynamics of an atom making two-photon transitions in an ideal cavity // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1988. Vol. 5 (10). P. 2021–2018. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.5.002021>.
10. Abdel-Aty M., Moya-Cessa M.H. Sudden death and long-lived entanglement of two trapped ions // *Phys. Lett.* 2007. Vol. 369 (5–6). P. 372–376. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2007.05.003>.
11. Ghosh B., Majumdar A.S., Nayak N. Control of atomic entanglement by the dynamic Stark effect // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2008. Vol. 41. P. 065503. DOI: <https://doi.org/10.1088/0953-4075/41/6/065503>.

12. Hu Y.-H., Fang M.-F. Control of entanglement between two atoms by the Stark shift // *Chin. Phys. B*. 2010. Vol. 19(7). P. 070302. DOI: <https://doi.org/10.1088/1674-1056/19/7/070302>.
13. Zhang J.S., Chen A.X., Wu K.H. Influence of the Stark shift on entanglement sudden death and birth in cavity QED // *Chin. Phys. Lett.* 2011. Vol. 28. P. 010301. DOI: <https://doi.org/10.1088/0256-307X/28/1/010301>.
14. Khalili E.M., Ahmed M.M.A., Obada A.-S.F. Entanglement of a two-level atom interacting with a new structure of a generalized nonlinear Stark shift via Ξ configuration // *Int. J. Mod. Phys. B*. 2011. Vol. 25(19). P. 2621–2636. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0217979211100898>.
15. Effect of the Stark shift on entanglement in a double two-photon JC model / Y.H. Hu [et al.] // *Journal of Modern Optics*. 2008. Vol. 55(21). P. 3551–3562. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500340802337382>.
16. Kun H.W., Huang Q.F., Zhang X.Q. Three-atom entanglement sudden death and birth in cavity QED with the influence of the Stark shift // *Adv. Mat. Res.* 2013. Vol. 662. P. 537–542. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.662.537>.
17. Hussain M., Ebubechukwu O.I.-O., Byrnes T. Geometric phase gate based on the ac Stark shift // *Quan. Informa. Proc.* 2015. Vol. 14. P. 943–950. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11128-014-0907-7>.
18. Korashy S., Abdel-Rady S., Osman A.-N.A. Influence of Stark shift and Kerr-like medium on the interaction of a two-level atom with two quantized field modes: A time-dependent system // *Quant. Inf. Rev.* 2017. Vol. 5 (1). P. 9–14. DOI: <https://doi.org/10.18576/qir/050102>.
19. Pagel D., Alvermann A., Fehske H. Dynamic Stark effect, light emission, and entanglement generation in a laser-driven quantum optical system // *Phys. Rev. A*. 2017. Vol. 95. P. 013825(1–14). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.013825>.
20. AC-Stark shift and dephasing of a superconducting qubit strongly coupled to a cavity field / D.I. Schuster [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 94. P. 123602(1–4). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.123602>.
21. Measurement-induced state transitions in a superconducting qubit: beyond the rotating wave approximation / D. Sank [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2016. Vol. 117. P. 190503. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.190503>.
22. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на перепутывание двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами // *Оптика и спектроскопия*. 2014. Т. 116. № 4. P. 678–683.
23. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Препутывание двух сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем // *Компьютерная оптика*. 2013. Т. 37. № 3. С. 278–285.
24. Башкиров Е.К., Литвинова Д.В. Перепутывание кубитов при наличии атомной когерентности // *Компьютерная оптика*. 2014. Т. 38. № 4. С. 663–669.
25. Bashkirov E.K. Thermal entanglement between a Jaynes-Cummings atom and an isolated atom // *Intern. J. Theor. Phys.* 2018. Vol. 57 (12). P. 3761–3771. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10773-018-3888-y>.
26. Peres A. Separability criterion for density matrices // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77. P. 1413. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1413>.
27. Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: necessary and sufficient condition // *Phys. Lett. A*. 1996. Vol. 223. P. 333–339. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(96\)00706-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(96)00706-2).

References

1. Xiang Z.-L. [et al.] Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems. *Rev. Mod. Phys*, 2013, vol. 85, pp. 623–653. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623> [in English].
2. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation. *Rev. Mod. Phys*, 2014, vol. 88, pp. 153–186. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153> [in English].
3. Gu X. [et al.] Microwave photonics with superconducting quantum circuits. *Phys. Repts*, 2017, vol. 718–719, pp. 1–102. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002> [in English].
4. Wendin G. Quantum information processing with superconducting circuits: a review. *Rep. Prog. Phys*, 2017. vol. 80. pp. 106001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/aa7e1a> [in English].
5. Buluta I., Ashhab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation. *Rep. Prog. Phys*, 2011, vol. 74, pp. 104401. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401> [in English].
6. Shore B.W., Knight P.L. The Jaynes-Cummings model. *J. Mod. Opt.*, 1993, vol. 40, pp. 1195–1238. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500349314551321> [in English].
7. Larson J. Dynamics of the Jaynes-Cummings and Rabi models: Old wine in new bottles. *Physica Scripta*, 2007, vol. 76, pp. 146–160. DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/76/2/007> [in English].
8. Brune M. [et al.] Realization of a two-photon maser oscillator. *Phys. Rev. Lett*, 1987, vol. 59, pp. 1899–1902. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.1899> [in English].
9. Puri R.R., Bullough R.K. Quantum electrodynamics of an atom making two-photon transitions in an ideal cavity. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1988, vol. 5(10), pp. 2021–2018. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.5.002021> [in English].
10. Abdel-Aty M., Moya-Cessa M.H. Sudden death and long-lived entanglement of two trapped ions. *Phys. Lett*, 2007, vol. 369(5–6), pp. 372–376. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2007.05.003> [in English].
11. Ghosh B., Majumdar A.S., Nayak N. Control of atomic entanglement by the dynamic Stark effect. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys*, 2008, vol. 41, pp. 065503. DOI: <https://doi.org/10.1088/0953-4075/41/6/065503> [in English].
12. Hu Y.-H., Fang M.-F. Control of entanglement between two atoms by the Stark shift. *Chin. Phys. B*, 2010, vol. 19(7), pp. 070302. DOI: <https://doi.org/10.1088/1674-1056/19/7/070302> [in English].

13. Zhang J.S., Chen A.X., Wu K.H. Influence of the Stark shift on entanglement sudden death and birth in cavity QED. *Chin. Phys. Lett.*, 2011, vol. 28, pp. 010301. DOI: <https://doi.org/10.1088/0256-307X/28/1/010301> [in English].
14. Khalili E.M., Ahmed M.M.A., Obada A.-S.F. Entanglement of a two-level atom interacting with a new structure of a generalized nonlinear Stark shift via Ξ configuration. *Int. J. Mod. Phys. B*, 2011, vol. 25(19), pp. 2621–2636. DOI: <https://doi.org/10.1142/S021797921100898> [in English].
15. Hu Y.H. [et al.] Effect of the Stark shift on entanglement in a double two-photon JC model. *Journal of Modern Optics*, 2008, vol. 55 (21), pp. 3551–3562. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500340802337382> [in English].
16. Kun H.W., Huang Q.F., Zhang X.Q. Three-atom entanglement sudden death and birth in cavity QED with the influence of the Stark shift. *Adv. Mat. Res.*, 2013, vol. 662, pp. 537–542. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.662.537> [in English].
17. Hussain M., Ebubechukwu O.I.-O., Byrnes T. Geometric phase gate based on the ac Stark shift. *Quan. Informa. Proc.*, 2015, vol. 14, pp. 943–950. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11128-014-0907-7> [in English].
18. Korashy S., Abdel-Rady S., Osman A.-N.A. Influence of Stark shift and Kerr-like medium on the interaction of a two-level atom with two quantized field modes: A time-dependent system. *Quant. Inf. Rev.*, 2017, vol. 5 (1), pp. 9–14. DOI: <https://doi.org/10.18576/qir/050102> [in English].
19. Pagel D., Alvermann A., Fehske H. Dynamic Stark effect, light emission, and entanglement generation in a laser-driven quantum optical system. *Phys. Rev. A*, 2017, vol. 95, pp. 013825 (1–14). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.013825> [in English].
20. Schuster D.I. [et al.] AC-Stark shift and dephasing of a superconducting qubit strongly coupled to a cavity field. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, vol. 94, pp. 123602(1–4). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.123602> [in English].
21. Sank D. [et al.] Measurement-induced state transitions in a superconducting qubit: beyond the rotating wave approximation. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 117, pp. 190503. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.190503> [in English].
22. Bashkirov E.K., Mastjugin M.S. Vliyanie dipol'-dipol'nogo vzaimodejstviya i atomnoj kogerentnosti na pereputyvanie dvuh atomov s vyrozhdennymi dvuhfotonnymi perehodami [The effect of dipole-dipole interaction and atomic coherence on the entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions]. *Optika i spektroskopija* [Optics and Spectroscopy], 2014, no. 4, pp. 678–683 [in Russian].
23. Bashkirov E.K., Mastjugin M.S. Preputyvanie dvuh sverhprovodjaschih kubitov, vzaimodejstvujuschih s dvuhmodovym teplovym polem [The perturbation of two superconducting qubits interacting with a two-mode thermal field]. *Komp'yuternaja optika* [Computer optics], 2013, no. 3, pp. 278–285 [in Russian].
24. Bashkirov E.K., Litvinova D.V. Pereputyvanie kubitov pri nalichii atomnoj kogerentnosti [Entanglement of qubits in the presence of atomic coherence]. *Komp'yuternaja optika* [Computer optics], 2014, no. 4, pp. 663–669 [in Russian].
25. Bashkirov E.K. Thermal entanglement between a Jaynes-Cummings atom and an isolated atom. *Intern. J. Theor. Phys.*, 2018, no. 57(12), pp. 3761–3771. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10773-018-3888-y> [in English].
26. Peres A. Separability criterion for density matrices. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, vol. 77, pp. 1413. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1413> [in English].
27. Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: necessary and sufficient condition. *Phys. Lett. A*, 1996, vol. 223, pp. 333–339. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(96\)00706-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(96)00706-2) [in English].

UDC 535.1

DOI 10.18469/1810-3189.2019.22.3.36-43

Received: 03.07.2019

Accepted: 07.08.2019

The entanglement of atoms with two-photon transitions in the presence of ac Stark shift of energy levels

E.K. Bashkirov, M.O. Guslyannikova

Samara National Research University
34, Moskovskoye Shosse
Samara, 443086, Russian Federation

In this paper, we investigated the dynamics of atomic entanglement in a quantum system consisting of two identical two-level atoms (qubits) resonantly interacting with a mode of a thermal cavity field through degenerate two-photon transitions, in the presence of a Stark energy level shift. An analytical expression is obtained for the atom entanglement (negativity) parameter for separable and entangled initial states of atoms. The influence of the Stark shift on the degree of atom-atom entanglement is considered. It is established that the Stark shift leads to a significant increase in the degree of atom entanglement in the case of separable initial states of atoms and to stabilization of atomic entanglement in the case of entangled initial states of atoms.

Keywords: identical two-level atoms, two-photon transitions, thermal field, ac Stark shift, entanglement control and operation.