

Прохождение фрактального импульса в зашумленном волоконно-оптическом канале с дисперсией

Г.С. Малышев, А.С. Раевский

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева
603950, Российская Федерация, г. Нижний Новгород
ул. Минина, 24

Рассмотрен результат численного эксперимента по исследованию прохождения фрактального импульса через одномодовый волоконный световод с учетом хроматической дисперсии. Наряду с полезным сигналом передавался маскирующий шумовой сигнал. Показано, что для эффективной очистки фрактального сигнала от шума на выходе волоконно-оптической линии связи необходимо наряду с кодом фрактального сигнала знать коэффициент дисперсии волоконного световода.

Ключевые слова: фрактальный импульс, дисперсия, белый гауссов шум, дискретное вейвлет-преобразование.

Введение

В настоящее время разработаны специальные средства незаметного считывания информации с волоконно-оптических линий связи (ВОЛС). В связи с этим необходимо применять специальные методы защиты передаваемой по ВОЛС информации. Одним из эффективных методов предотвращения несанкционированного доступа к информации является криптографическое шифрование данных [1]. Однако при таком подходе подразумевается, что факт наличия в канале связи передаваемого сообщения заранее известен злоумышленнику. В результате вопрос защиты информации сводится к выбору криптостойкого шифрования, что само по себе является сложной задачей. В то же время можно пойти по другому пути, а именно, скрыть от злоумышленника сам факт передачи информации. Для этого можно использовать сигналы, имеющие шумоподобный характер. Одним из подходов к решению данной задачи является применение для модуляции оптической несущей фрактальных сигналов [2], имеющих шумоподобную структуру. Благодаря такой структуре они незаметны на фоне шумов, что делает невозможным детектирование информационной посылки по максимуму интенсивности импульса. Для генерирования фрактальных сигналов используются программируемые генераторы [3]. Для маскировки информационного сигнала необходимо обеспечить искусственное зашумление

передаваемых данных и передавать поляризованный отвлекающий сигнал высокой интенсивности, который на приемном конце ВОЛС может быть удален при помощи анализатора. Для выделения фрактальных импульсов из маскирующего шумового сигнала необходимо применять цифровые методы очистки от шума [4]. Однако эффективно продетектировать очищенный импульс можно лишь в том случае, если априори известна структура самого фрактального сигнала. Именно эти преимущества фракталов обеспечивают высокую скрытность передаваемой информации. Однако в ВС существенную роль будет играть эффект дисперсии [5; 6], что требует внесения специальных корректировок в алгоритм выделения информационных импульсов из шума.

1. Описание фрактального сигнала

Возьмем за основу фрактальный импульс $\psi(t)$, который определяется следующим образом [4]:

$$\psi(t) = \frac{1}{c_\psi} \left| FUWB \left(\frac{t-b}{T_0} \right) \right|, \quad (1)$$

где c_ψ – нормировочный коэффициент; T_0 – полная длительность фрактального импульса; b – смещение центра симметрии сигнала по оси абсцисс;

$$FUWB(t) = \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \cos(\beta^n(2t-1)) \right] \text{sign}(2t-1) \Theta(t);$$

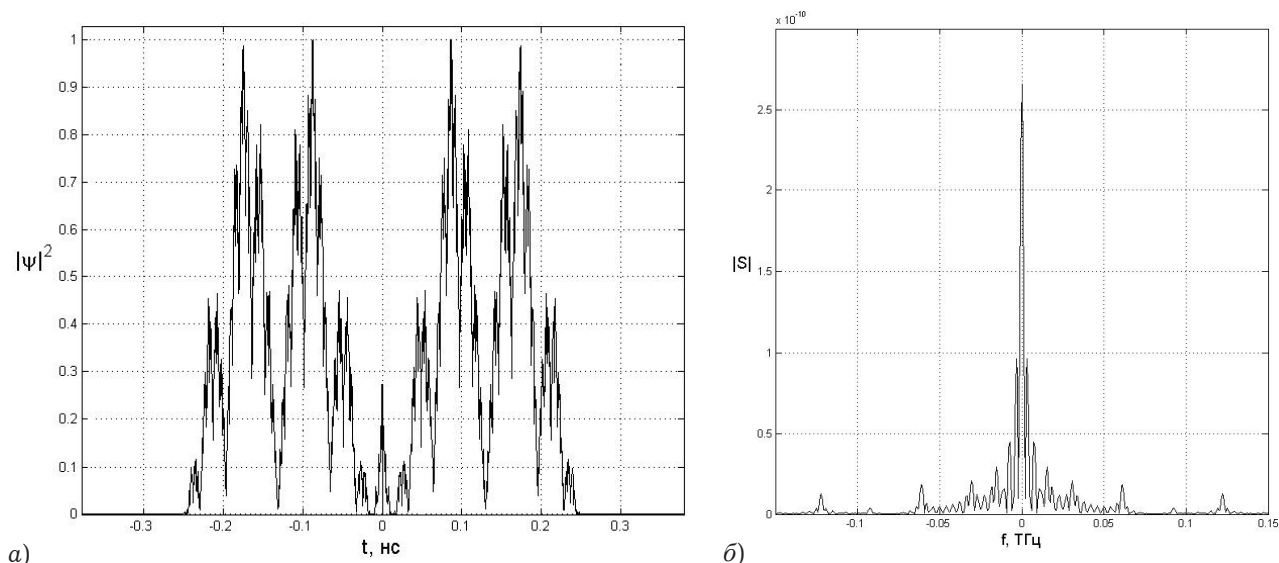


Рис. 1. Характеристики фрактального импульса (1), построенные для значений $T_0 = 0.5$ нс, $b = -T_0/2$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2$: а) временная реализация квадрата амплитуды фрактального импульса; б) амплитудный спектр фрактального импульса

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases},$$

$$\Theta(t) = \eta(t) - \eta(t-1),$$

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}.$$

На рис. 1, а, б показаны соответственно временная реализация квадрата амплитуды фрактального импульса (1) и его амплитудный спектр, построенные для значений $T_0 = 0.5$ нс, $b = -T_0/2$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2$.

В настоящей статье будем рассматривать ВОЛС с модуляцией оптической несущей по интенсивности. Везде в дальнейшем мы будем понимать под спектром сигнала спектр огибающей. Для построения спектра, рис. 1, б, использовался алгоритм быстрого преобразования Фурье. По оси ординат откладываются абсолютные значения интеграла Фурье:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt.$$

2. Выделение фрактального сигнала из шума

В работе [4] показано, что для оптимальной фильтрации таких сигналов можно использовать метод быстрого дискретного вейвлет-преобразования, так как он является одним из самых чувствительных за счет свойства масштабирования вейвлетов [7]. Более того, этот метод отличается высоким быстродействием, так как основан

на вычислении линейных сверток с фильтрами вейвлетов [8]. К сожалению, не существует универсальной методики, которая позволила бы определить тип того вейвлета, фильтр которого производил бы наилучшую очистку сигнала от шума. Для каждого конкретного вида сигналов необходимо подбирать какой-то один из существующих вейвлетов. Поэтому для очистки от шума были проверены четыре типа вейвлетов – вейвлеты Добеши, койфлеты, симлеты и биортогональные вейвлеты. Путем численного эксперимента было установлено, что для очистки сигнала (1) больше всего подходят вейвлеты Добеши. В частности, использовался вейвлет Добеши 8 (db8), фильтры которого содержат по 16 элементов. Везде далее под фильтрами мы будем понимать именно фильтры вейвлетов.

В качестве модели шума использовался дискретный белый гауссов шум (БГШ) с фактически нулевым математическим ожиданием и конечным числом отсчетов. В отличие от своего непрерывного аналога, дискретный БГШ имеет конечную дисперсию [8]. Название БГШ связано с тем, что график выборочной автокорреляционной функции дискретного шума имеет в центре резкий пик. При увеличении числа элементов дискретного БГШ величина этого пика также возрастает. В то же время известно, что автокорреляционная функция непрерывного БГШ математически описывается через дельта-функцию Дирака. Именно на основании этой аналогии дискретный БГШ получил свое название. Выборочная автокорреляционная функция представляет собой массив, элементы которого определяются следующим образом:

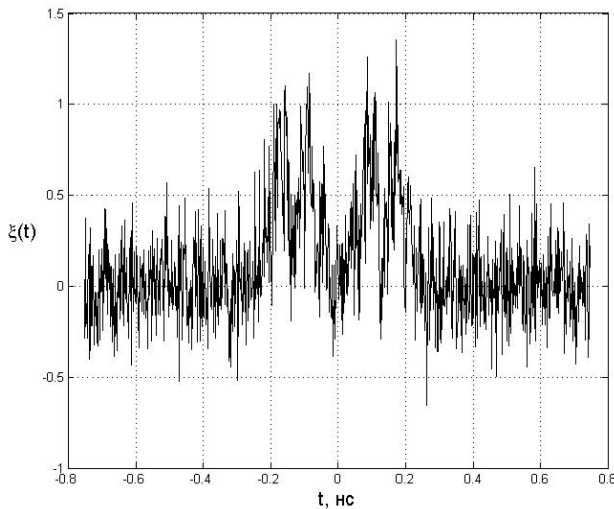


Рис. 2. Зашумленный фрактальный сигнал

$$r_k = \frac{\sum_{n=k+1}^N (x_n - m_x)(x_{n-k} - m_x)}{\sum_{n=1}^N (x_n - m_x)^2},$$

$$k = 1, 2, \dots, (2N - 1).$$

Здесь N – это число элементов массива $\{x_k\}$; m_x – это математическое ожидание дискретной случайной величины. Как уже отмечалось, в случае дискретного БГШ с конечным числом элементов $m_x \approx 0$. Для бесконечного числа элементов выполнится строгое равенство $m_x = 0$. Для моделирования массива дискретного БГШ необходимо использовать генератор случайных чисел, распределенных по нормальному закону.

В настоящей работе при моделировании зашумленного сигнала на выходе приемника полагалось, что дискретный БГШ является аддитивным шумом, то есть суммируется с основным сигналом. В результате мы получаем реализацию $\xi(t)$, образец которой показан на рис. 2. Численно реализация $\xi(t)$ представляется как сумма двух массивов, первый из которых состоит из дискретных отсчетов незашумленного сигнала $P(t) = |\psi(t)|^2$, а второй представляет собой дискретный БГШ. Функция $\psi(t)$ определяется с помощью выражения (1). Для зашумления сигнала генерировался дискретный БГШ с выборочной дисперсией 0.04 и соответствующим стандартным отклонением в $\sqrt{0.04} = 0.2$.

Применяя к массиву дискретного БГШ алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), мы получим, что дискретный спектр шума неравномерен. Это еще одно отличие от непрерывного БГШ, который, как известно, имеет

постоянный уровень спектра во всем диапазоне частот. Спектр дискретного БГШ, посчитанный с помощью алгоритма БПФ [9], занимает всю полосу частот от нуля до максимального значения, определяемого формулой $\omega = \pi/\Delta t$. Здесь Δt – это шаг дискретизации принимаемого сигнала.

Остановимся подробнее на процессе удаления шума. Заметим сначала, что принятый зашумленный сигнал называют реализацией. Под шумом понимают высокочастотные составляющие в спектре принятой реализации. Поэтому идея очистки состоит в том, чтобы выделить высокочастотную структуру оцифрованного зашумленного сигнала путем свертки с дискретным ФВЧ. В качестве такого фильтра в данной работе применялись высокочастотные фильтры разложения вейвлета *db8*. Процедура получения такой свертки заложена уже в сам алгоритм дискретного вейвлет-преобразования. На первом шаге происходит вычисление дискретной свертки массива $\{f_k\}$ отсчетов зашумленного сигнала с низкочастотным $\{h_k^*\}$ и высокочастотным $\{g_k^*\}$ фильтрами разложения и последующей за этим децимацией, то есть выбором из полученной свертки только элементов с четными номерами $2n$:

$$a_{1,n} = \sum_k h_k^* \cdot f_{2n-k}, \quad d_{1,n} = \sum_k g_k^* \cdot f_{2n-k}.$$

В итоге мы получаем две последовательности коэффициентов. Первая последовательность коэффициентов называется массивом коэффициентов аппроксимации первого уровня и обозначается как $\{a_{1,m}\}$. Ясно, что этот массив содержит информацию о низкочастотных компонентах сигнала. Другая последовательность называется массивом коэффициентов детализации первого уровня и обозначается как $\{d_{1,m}\}$. Этот массив содержит информацию о высокочастотных, то есть шумовых, компонентах принятой реализации. Процесс вычисления свертки может быть продолжен. Коэффициенты аппроксимации и детализации для любого j -го уровня разложения находятся по заданным коэффициентам $\{a_{j-1,m}\}$ аппроксимации $(j-1)$ -го уровня [8]

$$a_{j,n} = \sum_k h_k^* \cdot a_{j-1,2n-k}, \quad \forall j, \forall n. \quad (2)$$

Для коэффициентов детализации получается аналогичное выражение:

$$d_{j,n} = \sum_k g_k^* \cdot a_{j-1,2n-k}, \quad \forall j, \forall n. \quad (3)$$

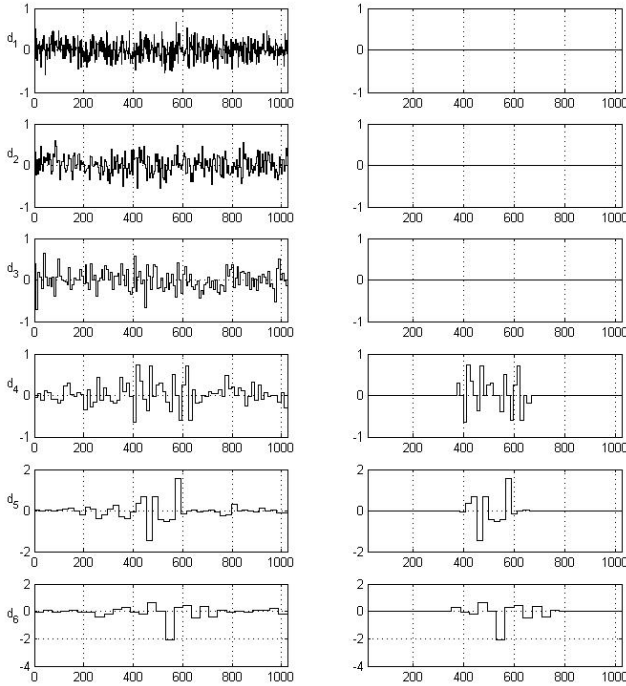


Рис. 3. Шестиуровневое вейвлет-разложение зашумленного сигнала. В левом столбце отображены коэффициенты детализации зашумленного сигнала, а в правом – коэффициенты детализации очищенного сигнала

На основании выражений (2) и (3) можно сделать вывод, что коэффициенты аппроксимации и детализации j -го уровня разложения получаются путем вычисления свертки коэффициентов $\{a_{j-1,m}\}$ аппроксимации $(j-1)$ -го уровня разложения с соответствующими фильтрами разложения $\{h_k^*\}$, $\{g_k^*\}$ и последующей децимацией, то есть выбором из полученной свертки только элементов с четными номерами $2n$. Прямую децимацию принято обозначать значком ($\downarrow 2$).

Так как коэффициенты детализации были получены путем свертки с ФВЧ, то очистка от шума может быть осуществлена с помощью зануления части коэффициентов детализации с последующим восстановлением исходного сигнала. Численно было установлено, что для 6- или 7-уровневого разложения необходимо занулять коэффициенты детализации первых трех уровней. Для более высоких уровней разложения предварительно определялась та часть массива коэффициентов, которая содержала максимальные по абсолютному значению коэффициенты детализации. Эта часть массива сохранялась без

изменения, а оставшиеся коэффициенты детализации отбрасывались. На рис. 3 показано шестиуровневое вейвлет-разложение зашумленного сигнала, который представлен на рис. 2. В левом столбце отображены коэффициенты детализации зашумленного сигнала, а в правом – коэффициенты детализации очищенного сигнала. Крайнее значение по оси абсцисс составляет 1024, то есть коэффициенты детализации равномерно распределены на отрезке от нуля до 1024 (для вычислений зашумленный сигнал дискретизировался с помощью 1024 отсчетов). В то же время дискретное вейвлет-преобразование аппроксимирует вейвлет-спектрограмму [7], которая представляет собой некоторую поверхность. Для построения этой поверхности также необходимо задать 1024 отсчета по оси абсцисс.

Далее необходимо решить задачу обращения, то есть по заданным коэффициентам детализации $\{d_{j,n}\}$ и аппроксимации $\{a_{j,n}\}$ j -го уровня разложения определить коэффициенты аппроксимации $\{a_{j-1,n}\}$ $(j-1)$ -го уровня разложения. Для этого сделаем обратную децимацию массива коэффициентов $\{a_{j,n}\}$ и $\{d_{j,n}\}$, то есть определим массивы $\{\tilde{a}_{j,m}\}$ и $\{\tilde{d}_{j,m}\}$, у которых на четных местах $m = 2k$ стоят элементы $a_{j,k}$ и $d_{j,k}$, а на остальных – нули:

$$\tilde{a}_{j,m} = \begin{cases} a_{j,k}, & m = 2k, \\ 0, & m = 2k + 1; \end{cases} \quad \tilde{d}_{j,m} = \begin{cases} d_{j,k}, & m = 2k, \\ 0, & m = 2k + 1. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда формула реконструкции будет иметь вид [8]

$$a_{j-1,n} = \sum_m (h_{n-m} \tilde{a}_{j,m} + g_{n-m} \tilde{d}_{j,m}). \quad (5)$$

Итак, мы установили, что процедура обращения производится с помощью низкочастотного $\{h_k\}$ и высокочастотного $\{g_k\}$ фильтров реконструкции с предварительной обратной децимацией. Обратную децимацию принято обозначать значком ($\uparrow 2$). Дискретные фильтры реконструкции $\{h_k\}$ и $\{g_k\}$ находятся путем транспонирования (изменения порядка следования) фильтров разложения $\{h_k^*\}$ и $\{g_k^*\}$ с последующим комплексным сопряжением. Схематично процедуры прямого и обратного вейвлет-преобразований показаны на рис. 4, а, б соответственно.

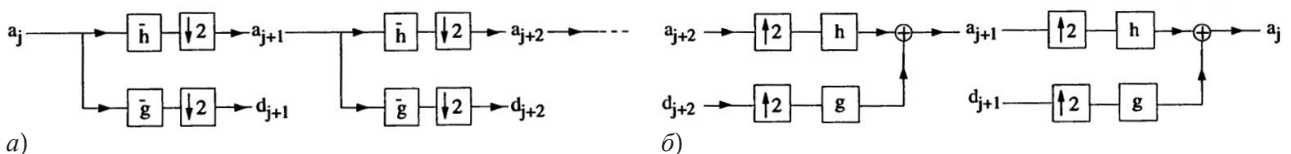


Рис. 4. Реализация алгоритма дискретного вейвлет-преобразования: а) прямое дискретное вейвлет-преобразование (разложение); б) обратное дискретное вейвлет-преобразование (реконструкция)

После того как будет произведена очистка принятого сигнала, можно переходить непосредственно к восстановлению самого информационного сообщения. Будем полагать, что наличие СШП-сигнала на отведенной позиции означает символ «1», а отсутствие – символ «0». Для фиксирования фрактального импульса понадобится вычисление следующих функционалов [4]:

$$\widehat{B} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P(t)P_0(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} P_0^2(t)dt}, \quad \widehat{D} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P^2(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} P_0^2(t)dt}. \quad (6)$$

Эти функционалы определяют меру схожести фрактального сигнала, имеющего мощность $P_0(t)$ на входе в линию, и восстановленного сигнала, имеющего мощность $P(t)$. Чем ближе функционалы (6) к единице, тем выше вероятность того, что принятый сигнал является фрактальным импульсом, который соответствует логической единице. Так как фрактальный импульс имеет сложную временную реализацию, то численное интегрирование выражений (6) является сложной задачей. На практике применяются специальные устройства, называемые интеграторами. Простейшим устройством такого типа является интегрирующая RC-цепь. Однако для численных расчетов гораздо проще от выражений (6) перейти к их дискретным аналогам.

Необходимо отметить, что фрактальный импульс (1) имеет компактный носитель, то есть вся энергия этого импульса сосредоточена на ко-

нечном интервале, называемом носителем. В выражении (1) длина носителя задается параметром T_0 . Так как при построении рис. 1 полагали, что $T_0 = 0.5$ нс, то длина носителя данного незашумленного импульса равна 0.5 нс. Численно было установлено, что для световода с коэффициентом дисперсии $\beta_2 = -20$ пс²/км и длиной $L = 50$ км дисперсионные эффекты начинают играть заметную роль именно в случае начальной длительности импульса, равной 0.5 нс. Из рис. 1 видно, что вне интервала $[-T_0/2, T_0/2]$ импульс обращается в ноль, поэтому функционал \widehat{B} будет близок к единице в том случае, когда очистка от шума произведена успешно в пределах этого интервала.

3. Влияние дисперсии на результат приема фрактального сигнала

Ставилась задача определить, каким образом эффекты дисперсии повлияют на качество приема информации. Для моделирования эффекта дисперсии использовались следующие выражения. Спектр произвольного импульса на длине z световода определяется по формуле [5]:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left[-\frac{i}{2} z \omega^2 \beta_2\right]. \quad (7)$$

Здесь $\tilde{U}(0, \omega)$ – спектра импульса на входе:

$$\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) e^{-i\omega T} dT. \quad (8)$$

Под импульсом $U(0, T)$ мы в данном случае понимаем сигнал (1). Временная реализация импульса на длине z световода находится с помощью обратного преобразования Фурье:

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(z, \omega) e^{i\omega T} d\omega. \quad (9)$$

Расчеты производились с использованием программы [10], написанной авторами данной статьи. Для расчетов полагали, что длина линии составляет 50 км. Значение коэффициента дисперсии мы полагали равным $\beta_2 = -20$ пс²/км, что характерно для ВС стандартного профиля показателя преломления на длине волны 1,55 мкм [5]. Начальная длительность фрактального импульса (1) принималась равной $T_0 = 0.5$ нс. Временная реализация квадрата амплитуды диспергированного фрактального импульса приведена на рис. 5.

После того как была рассчитана временная реализация импульса на выходе ВС с дисперсией,

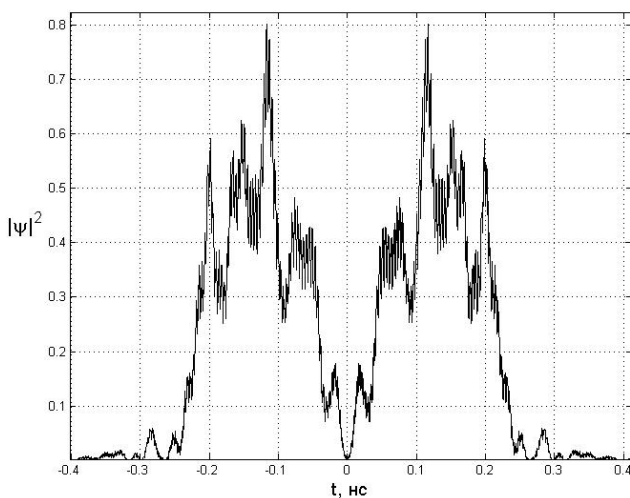


Рис. 5. Временная реализация квадрата амплитуды диспергированного фрактального импульса (1), построенная для значений $T_0 = 0.5$ нс, $b = -T_0/2$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2$, $L = 50$ км, $\beta_2 = -20$ пс²/км

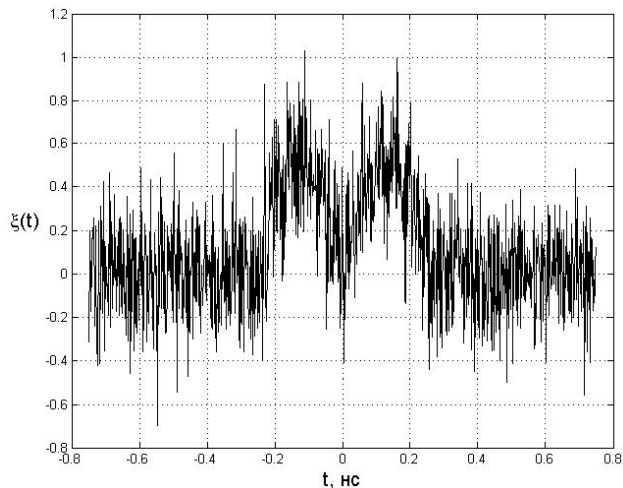


Рис. 6. Зашумленный диспергировавший фрактальный импульс на выходе оптического приемника. Зашумлению подвергался сигнал, показанный на рис. 5

производилось искусственное зашумление полученного сигнала. Для моделирования зашумленного сигнала на выходе приемника использовался дискретный БГШ с выборочной дисперсией 0.04 и соответствующим стандартным отклонением в $\sqrt{0.04} = 0.2$. В результате мы получаем на выходе приемника реализацию $\xi(t)$, образец которой показан на рис. 6.

На рис. 7 показано шестиуровневое вейвлет-разложение зашумленного сигнала, который представлен на рис. 5. В левом столбце отображены коэффициенты детализации зашумленного сигнала, а в правом – коэффициенты детализации очищенного сигнала. На рис. 8 содержится наложение незашумленного диспергировавшего сигнала, изображенного на рис. 5, и сигнала, очищенного с помощью фильтра *db8*.

Всего было произведено 15 численных экспериментов с зашумлением диспергировавшего фрактального сигнала и последующей его фильтрацией. В ходе каждого эксперимента был произведен расчет по формулам (6). Далее производилось усреднение полученных значений. В результате для рассматриваемого импульса были получены следующие данные:

$$\hat{B}_1^d = 0.729, \quad \hat{D}_1^d = 0.723. \quad (10)$$

Видно, что наличие дисперсии привело к значительному отличию функционалов схожести от 1. Можно сделать вывод, что для того, чтобы организовать успешный прием, необходимо заранее определить коэффициент дисперсии в волоконном световоде и скорректировать выражение для $P_0(t)$ с учетом эффекта дисперсии.

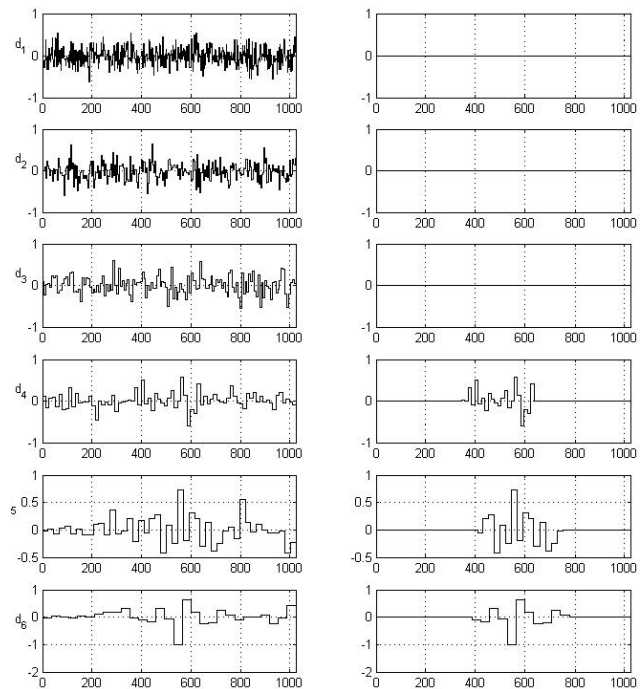


Рис. 7. Шестиуровневое вейвлет-разложение зашумленного сигнала, показанного на рис. 6. В левом столбце отображены коэффициенты детализации зашумленного сигнала, а в правом – коэффициенты детализации очищенного сигнала

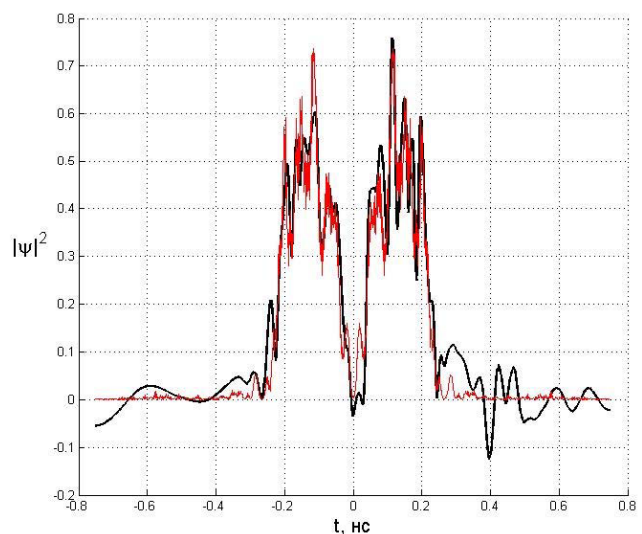


Рис. 8. Наложение незашумленного диспергировавшего сигнала, изображенного на рис. 5, и сигнала, очищенного с помощью фильтра *db8*. Очистке подвергался сигнал, показанный на рис. 6

Заключение

Таким образом, эффект дисперсионного уширения фрактального импульса может быть использован для обеспечения дополнительной защиты передаваемой информации. Допустим, что злоумышленнику стали известны параметры передаваемого фрактального сигнала. Тогда в качестве контрмеры можно внести в ВС участок волокна с высоким значением дисперсии, что приведет к значительному изменению фор-

мы сигнала. Без дополнительной информации о коэффициенте дисперсии введенного участка, злоумышленнику не удастся организовать эффективное считывание данных. В то же время сами получатели секретной информации смогут восстановить первоначальную форму сигнала при помощи компенсатора дисперсии.

Список литературы

1. Введение в информационную безопасность: учебное пособие для вузов / А.А. Малюк [и др.]; под ред. В.С. Горбатова. М.: Горячая линия – Телеком, 2011. 288 с.
2. Захаров К.А., Мейланов Р.П. О дискретизации сигнала с фрактальной структурой // Известия вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. № 8. С. 709–711.
3. Болотов В.Н., Ткач Ю.В. Генерирование сигналов с фрактальными спектрами // Журнал технической физики. 2006. Т. 76. Вып. 4. С. 91–98.
4. Сухарев Е.М. Информационная безопасность: методы шифрования. Кн. 7. М.: Радиотехника, 2011. 208 с.
5. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996. 323 с.
6. Малахов В.А., Малышев Г.С., Раевский А.С. Расчет коэффициента дисперсии волоконного световода на основе результатов измерения профиля показателя преломления заготовки // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 2. С. 58–64.
7. Штарк Г. Применение вейвлетов для ЦОС. М.: Техносфера, 2007. 192 с.
8. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М.: ДМК Пресс, 2008. 448 с.
9. Юнаковский А.Д. Начала вычислительных методов для физиков. Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 2007. 220 с.
10. Малахов В.А., Малышев Г.С., Раевский А.С. Программа расчета характеристик распространения волн волоконных световодов произвольного профиля показателя преломления // Государственный реестр программ для ЭВМ. Свидетельство № 2011611210 от 04.02.2011 г.

Passage of fractal pulse in noisy fiber link with dispersion

G.S. Malyshev, A.S. Raevskii

Consider the results of the numerical experiment to study the passage of fractional pulse through a single-mode optical fiber with the chromatic dispersion. Along with the desired signal transmitted masking noise signal. It is shown that for effective cleaning of the fractal signal from the noise at the output of the fiber-optic link is necessary along with the code to know the fractal signal dispersion coefficient of the optical fiber.

Keywords: fractal pulse, white Gaussian noise, the discrete wavelet transform.
