

## Влияние обратной связи на радиус сходимости рядов Вольтерры

А.М. Бобрешов, Н.Н. Мымрикова

Воронежский государственный университет  
394006, Российская Федерация, г. Воронеж  
Университетская пл., 1

Показан деструктивный характер влияния как внешней, так и внутренней обратной связи на сходимость итерационного процесса при нахождении ядер Вольтерры сильно нелинейных электронных схем. Исследовано местоположение критических точек, в которых система теряет аналитические свойства, а ряды Вольтерры начинают расходиться. Продемонстрировано, что в одних случаях критические точки располагаются в области глубокой нелинейности, а в других случаях они непосредственно примыкают к слабо нелинейному режиму. Установлено, что срыв итерационного процесса происходит и при отрицательной, и при положительной обратной связи, однако последняя ограничивает радиус сходимости рядов Вольтерры в гораздо большей степени.

*Ключевые слова:* нелинейные динамические системы, электронные схемы, аналитические системы, сильно нелинейные режимы, ряды Вольтерры, отрицательная обратная связь, положительная обратная связь, радиус сходимости рядов Вольтерры.

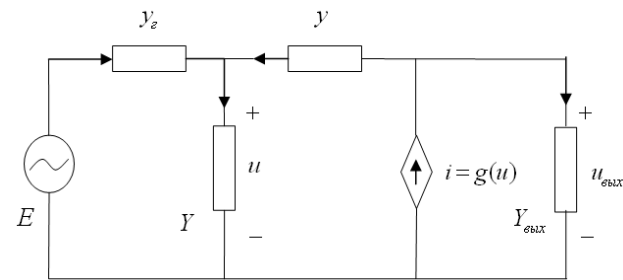
### Введение

Современные пакеты анализа и проектирования ВЧ/СВЧ-устройств включают в себя модули с идеологией моделирования на платформе функциональных рядов Вольтерры [1; 2]. Модель Вольтерры привлекательна своей универсальностью вследствие способности описывать различные по своей природе естественные и технические системы, в том числе при наличии шума. При расчете схем метод рядов Вольтерры работает с ассоциированными системами линейных алгебраических уравнений, порождаемых исходными уравнениями схемы. Благодаря концепции разделения продуктов по уровням нелинейности осуществляется точное преобразование Фурье или Лапласа, а не дискретное, как в методе гармонического баланса. Вследствие этого низкоуровневые и высокоуровневые компоненты не смешиваются и определяются с равной точностью. Однако более простой путь к линеаризации исходных уравнений приводит к пониженной сходимости итерационного процесса получения решения (по сравнению с методом гармонического баланса). Вследствие этого метод может потерять работоспособность при сильной нелинейности. Идеальный для анализа слабо нелинейных искажений, к тому же очень быстрый и простой для практического исполь-

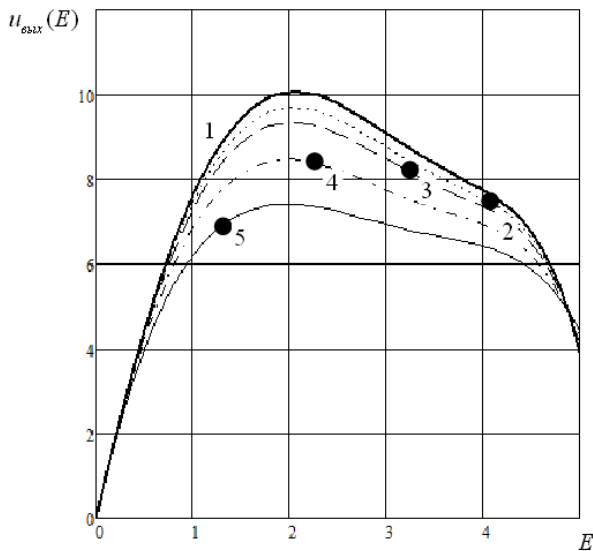
зования, метод рядов Вольтерры уже перестает быть универсальным, единым методом решения нелинейных задач.

Объем вычислений, необходимых для нахождения ядер Вольтерры, увеличивается экспоненциально по мере роста учитываемых уровней нелинейности [3; 4]. Разумеется, из-за усложнения модель Вольтерры в сильно нелинейных режимах до некоторой степени теряет свою привлекательность. Однако любые методы нелинейного анализа, если они претендуют на точность, неизбежно сталкиваются с «проклятием размерности». Например, метод гармонического баланса тоже с большим трудом справляется с необходимостью учета чрезмерного количества спектральных составляющих при сильной нелинейности. Среди описанных в [5] трудностей вычислительного характера, возникающих при расчете электронных схем на основе функциональных рядов, нет таких, которые нельзя преодолеть совершенствованием алгоритмов. Поэтому вопрос о применимости рядов Вольтерры для сильно нелинейных процессов главным образом упирается в проблему их сходимости.

Вопрос о сходимости рядов Вольтерры в том или ином объеме присутствует во многих публикациях [6–15]. Традиционное изложение материала на эту тему [6; 7] сводится к тому, что доказывалось существование и единственность

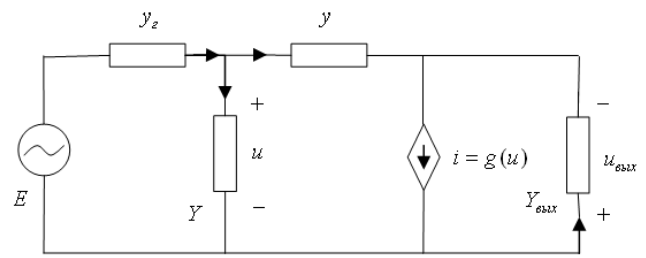


а)

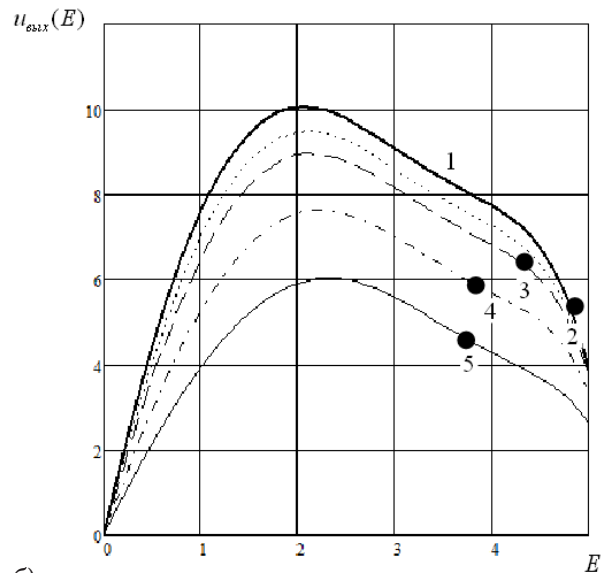


б)

Рис. 1



а)



б)

Рис. 2

представления абстрактной нелинейной системы моделью Вольтерры, строятся мажорирующие ряды, применяются критерии Коши и Даламбера, оцениваются скорость сходимости ряда и погрешности из-за замены бесконечного ряда конечным отрезком. При этом обычно ограничиваются общими положениями функционального анализа [8] без указания каких-либо путей практического применения этого формализма для реальных систем.

Помимо работ с формальным применением известных положений функционального анализа есть еще разрозненные публикации по сходимости рядов Вольтерры с конкретными результатами [9–15]. В статьях [9–12] исследуются нелинейности в оптических системах (осциллятор Дуффинга). В [13; 14] рассматриваются квадратичные нелинейности и дискретные ряды Вольтерры. В некоторых чисто математических работах изучаются дифференциальные уравнения специального вида. Пожалуй, только [15] имеет непосредственное отношение к электрическим цепям. Целью данной работы является дать объяснение возможной расходимости рядов Вольтерры при расчете сильно нелинейных режимов, исходя из физических соображений и свойств конкретных схем.

## 1. Нелинейные управляемые источники с обратной связью

Одним из факторов, приводящим к расходимости рядов Вольтерры в непрерывной системе, является обратная связь (ОС) между нелинейным управляемым источником и управляющим элементом. Рассмотрим нелинейный источник тока, управляемый напряжением (ИТУН), в схемах на рис. 1, а, 2, а, который имеет характеристику

$$i = g(u) = g_1 u + g_2 u^2 + g_3 u^3 + \dots + g_r u^r. \quad (1)$$

ИТУН как любой управляемый источник является невзаимным элементом. При отсутствии ОС, которая создается проводимостью  $y$ , отклик  $u_{\text{вых}}$  можно найти в виде степенного ряда  $E^i$  ( $i = 1, \dots, r$ ) при любых значениях коэффициентов  $g_i$  и любом порядке аппроксимирующего полинома  $r$ . В этом случае радиус сходимости функционального ряда ничем не ограничивается, т.к. по существу производится прямая подстановка воздействия  $E$  в уравнение схемы с последующими тригонометрическими преобразованиями. Самая высокая степень  $E^i$  в отклике соответствует порядку полинома  $r$ .

Однако ситуация коренным образом изменяется, как только появляется ОС ( $y \neq 0$ ). Из-за двойной нелинейной связи между  $E$  и  $u_{\text{вых}}$  выходное напряжение содержит бесконечное число членов  $E^i$  ( $i = 1, 2, \dots, \infty$ ) даже в том случае, если полином имеет единственный нелинейный член, например, квадратичный член  $r = 2$ . Из-за ОС радиус сходимости функционального ряда  $\rho$  становится конечным.

Начиная с некоторого значения  $E$ , решение перестает существовать в виде ряда Тейлора. В некоторых случаях ряды Вольтерры не позволяют получить решение из-за того, что решение вообще отсутствует, т. к. система становится неустойчивой. В других случаях система может иметь несколько решений, т. е. несколько состояний равновесия. При некотором малом изменении  $E$  будет происходить скачкообразный переход из одного состояния в другое. Возможно, реальное устройство не обладало такими свойствами, и нарушение непрерывности возникло в результате неудачного моделирования. Разумеется, ряды Вольтерры не в состоянии описывать такие процессы. Сейчас речь идет о том, что в непрерывной системе ряды Вольтерры начинают расходиться при превышении входным воздействием критического значения  $\rho$ . Рис. 1, б иллюстрирует существование таких критических значений входного воздействия  $E$ , при превышении которых расчеты схемы на основе рядов Вольтерры становятся невозможными. Параметры нелинейных элементов взяты равными  $y_e = 0.02$ ,  $Y_{\text{вых}} = 0.002$ ,  $Y = 10^{-5}$ . Величина проводимости  $y$  варьировалась в пределах  $0 \dots 0.001$ . ИТУН описывался полиномом 7-й степени с коэффициентами:  $g_1 = 0.02$ ,  $g_2 = -0.004$ ,  $g_3 = -0.001$ ,  $g_4 = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $g_5 = 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $g_6 = -5 \cdot 10^{-6}$ ,  $g_7 = -5 \cdot 10^{-7}$ . Зависимости  $u_{\text{вых}}(E)$  на рис. 1, б представляют собой численное решение нелинейных уравнений с использованием программы MathCad. Кривым 1–5 соответствуют значения  $y = 0, 0.0001, 0.0002, 0.0005, 0.001$ . Для этих же наборов параметров зависимости  $u_{\text{вых}}(E)$  были рассчитаны методом рядов Вольтерры. Кружками показаны найденные критические для каждого уровня ОС точки, за которыми нельзя получить решение уравнений методом рядов Вольтерры, т. к. ряды начинают расходиться. Если воздействие не превышает критический уровень, то расчеты рядами Вольтерры дают результаты, визуально не различимые с эталонными зависимостями  $u_{\text{вых}}(E)$ . При этом хорошая точность достигается уже при учете 5–7 членов ряда.

Хорошо видно также, что критические для рядов Вольтерры точки могут быть расположены далеко за насыщением амплитудной характеристики. При отсутствии ОС (кривая 1) никаких ограничений на уровни воздействий вообще не существует. Это опровергает распространенное убеждение о неприменимости рядов Вольтерры в существенно нелинейных режимах.

Изображенный на рис. 1, а ИТУН не инвертирует напряжение на выходе, поэтому проводимость  $y$  создает положительную ОС (ПОС), увеличивая напряжение  $u$  на управляющем элементе. На рис. 2, а показан инвертирующий ИТУН. В этом случае проводимость  $y$  приводит к отрицательной ОС (ООС). Зависимости на рис. 2, б построены для тех же самых наборов параметров, что и раньше, но для ООС. В этом случае хотя ООС также ограничивает радиус сходимости рядов Вольтерры, но в гораздо меньшей степени, чем ПОС. Минимальный радиус сходимости наблюдается для  $y \approx 0,001$ . При дальнейшем повышении  $y$  радиус сходимости начинает очень медленно увеличиваться. Все критические точки при ООС лежат в области глубокой нелинейности. Более мягкое влияние ООС на сходимость рядов Вольтерры по сравнению с ПОС легко объяснимо: ООС снижает нелинейные явления, а ПОС, наоборот, усугубляет их.

## 2. Особые точки в комплексной области

Проиллюстрируем на специальном примере, что радиус сходимости ряда Вольтерры – это точки, в которых решение перестает существовать в виде степенного ряда. Придется ограничиться 3-й степенью аппроксимирующего полинома, т. к. в общем случае решение для произвольных алгебраических уравнений не может быть получено. Даже для кубического уравнения формулы Кардано не очень удобны для интерпретации.

Кубическое уравнение

$$a_1 u^3 + a_2 u^2 + u - \varepsilon = 0, \quad (2)$$

согласно формулам Кардано, имеет решение:

$$y_1 = Y_1 - Y_2, \quad y_{2,3} = -\frac{y_1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} (Y_1 + Y_2) i, \quad (3)$$

где

$$Y_{1,2} = \sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3 + (q/2)^2} \mp q/2}, \quad (4)$$

$$p = \frac{1 - \alpha a_2}{\sqrt[3]{a_3}}, \quad q = \frac{2}{3} \alpha^2 a_2 - \alpha - \varepsilon, \quad \alpha = \frac{a_2}{3a_3}.$$

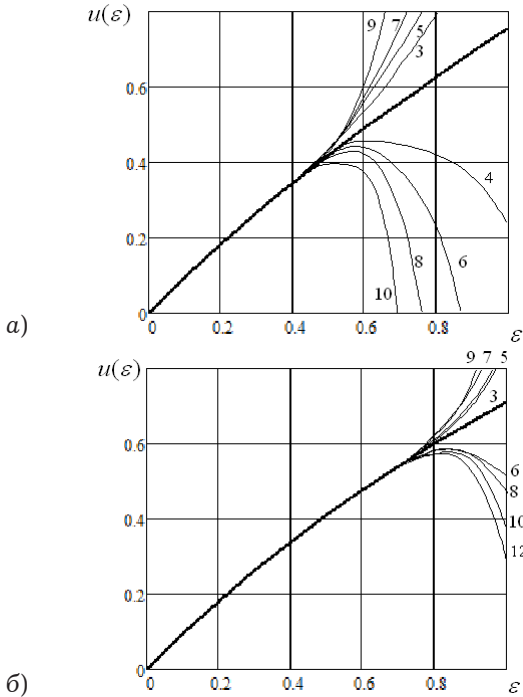


Рис. 1

Один из корней всегда вещественный, другие корни либо оба вещественные, либо комплексно-сопряженные, причем любой из корней может быть вещественным, а может быть комплексным.

Для дальнейших рассуждений необходимо построить аналитическое продолжение функции  $y_i(\varepsilon)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) в комплексную область

$$y_i(\varepsilon) \rightarrow y_i(z).$$

Характер корней при различных  $z$  зависит от подкоренного выражения

$$(p/3)^3 + (q/2)^2.$$

Для сокращения записи введем обозначения:

$$\begin{aligned} \rho_3 &= \frac{2}{3\sqrt[3]{|a_3|}}, \\ R &= \rho_3 |1 - \alpha a_2|^{3/2}, \\ \Lambda &= \frac{2}{3} \alpha^2 a_2 - \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Можно показать, что  $\rho_3$  — это радиус сходимости решения для  $a_2 = 0$ . При условии  $p > 0$  особыми точками функций  $y_i(z)$  являются  $z_{1,2} = -\Lambda \pm iR$ . При  $p < 0$  особые точки  $z_{1,2} = \Lambda \pm iR$ . В соответствии с теорией функции комплексной переменной решение  $y_i(z)$  может быть представлено рядом Тейлора только внутри круга радиуса:

$$|z| = \sqrt{R^2 + \Lambda^2}, \quad p > 0,$$

или

$$|z| = \min\{|R - \Lambda|, |R + \Lambda|\}, \quad p < 0. \quad (6)$$

Возвращаясь к функции действительной переменной  $\varepsilon$ , можно утверждать, что решение на основе рядов Тейлора может быть найдено только при изменении входного воздействия  $\varepsilon$  в пределах от  $-\rho$  до  $\rho$ , где  $\rho$  — радиус сходимости:

$$\rho = \begin{cases} \sqrt{R^2 + \Lambda^2} & \text{при } \frac{1 - \alpha}{\sqrt[3]{a_3}} > 0, \\ \min\{|R - \Lambda|, |R + \Lambda|\} & \text{при } \frac{1 - \alpha}{\sqrt[3]{a_3}} < 0. \end{cases} \quad (7)$$

Представленные на рис. 3 расчеты полностью подтверждают этот вывод. Центральные кривые соответствуют точному решению уравнения (2) при  $a_2 = 0.5$ ,  $a_3 = -0.1$  (рис. 3, а) и  $a_3 = 0.1$  (рис. 3, б). Метод простой итерации и метод Ньютона дают правильные результаты для всех показанных на рис. 3 значений  $\varepsilon$ . Однако решение, полученное при помощи рядов Вольтерры, сходится к правильному результату только до значений  $\rho = 0.429$  (рис. 3, а) и  $\rho = 0.745$  (рис. 3, б). Эти критические значения  $\rho$  полностью соответствуют оценкам (7). При  $a_3 = -0.1$  значение  $\alpha = -0.83$  и используется нижняя часть (7), при  $a_3 = 0.1$  значение  $\alpha = 0.83$  и применяется верхняя часть (7). Расходящиеся веером за критическими точками кривые рассчитаны с помощью рядов Вольтерры при учете в них различного числа ядер. Максимальные порядки учитываемых ядер отмечены на кривых. Хорошо видно, что никаких видимых аномалий в поведении точного решения не наблюдается. Без математического обоснования расходимость рядов Вольтерры выглядит непредсказуемой, поскольку поведение точных зависимостей на рис. 3 можно классифицировать как слабо нелинейное.

### 3. Контуры и сечения с нелинейными элементами

Система уравнений для любой схемы, содержащей один нелинейный элемент, может быть преобразована к единственному нелинейному уравнению. Поэтому многие важные закономерности могут быть установлены из рассмотрения нелинейного контура, показанного на рис. 4, а. В таком контуре высшие гармоники и комбинационные составляющие, образуясь на нелинейном сопротивлении, начинают циркулировать по контуру, что приводит к дополнительному возбуждению нелинейных продуктов. В этом случае существует скрытая внутренняя ОС, ус-

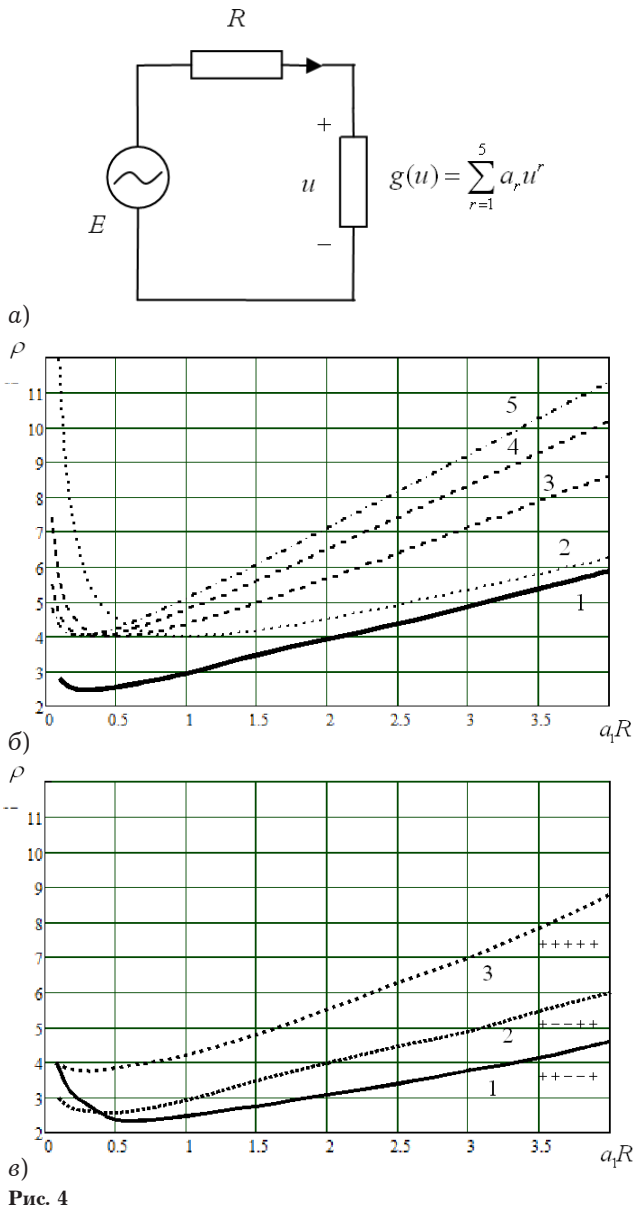


Рис. 4

транить которую можно только включением в контур невзаимного элемента.

На рис. 4, б показана зависимость радиуса сходимости  $\rho(a_1R)$  для пятичленного аппроксимирующего полинома с коэффициентами, убывающими по закону геометрической прогрессии  $\left| \frac{a_2}{a_1} \right| = \left| \frac{a_3}{a_2} \right| = \left| \frac{a_4}{a_3} \right| = \left| \frac{a_5}{a_4} \right|$  (кривая 1). Знако чередование коэффициентов:  $a_1 > 0, a_2, a_3 < 0, a_4, a_5 > 0$ . Наименьшее значение радиуса сходимости приходится на область  $0.1 < a_1R < 1$ . На этом же рисунке для сравнения приведены радиусы сходимости  $\rho_r$  ( $r = 2 \dots 5$ ) решений уравнения нелинейного контура с единственным ненулевым коэффициентом полинома  $a_r \neq 0$  (кривые 2–5). Радиус сходимости  $\rho$  в значительной степени зависит не только от закона убывания коэффи-

циентов  $a_r$ , но и от правил их знако чередования. На рис. 4, в изображены зависимости  $\rho(a_1R)$  для трех вариантов знако чередования: 1 –  $a_1, a_2 > 0, a_3, a_4 < 0, a_5 > 0$ ; 2 –  $a_1 > 0, a_2, a_3 < 0, a_4, a_5 > 0$ ; 3 –  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 > 0$ . Для рассмотренных вариантов наибольшие значения радиуса сходимости  $\rho$  наблюдались при отсутствии знако чередования. К сожалению, на практике более типичны варианты 1 и 2, а не 3. В типичных ситуациях при «правильном» знако чередовании коэффициентов полинома радиус сходимости всегда меньше, чем его оценки по отдельным полиномиальным членам. Исходя из принципа дуальности, можно также утверждать, что внутренние ОС неизбежно будут возникать при наличии в схеме сечений, в которые помимо нелинейного элемента входит хотя бы один RLC-элемент (сечения изолируют один или несколько узлов от остальных узлов схемы). Циркуляция нелинейных продуктов по контурам с их повторным попаданием на нелинейный элемент происходит и в тех случаях, если в контур вместо идеальных источников входят линейные или нелинейные управляемые источники.

#### 4. Расходимость рядов Вольтерры как следствие глубокой обратной связи

Для окончательных выводов выделим ОС как отдельный элемент схемы (рис. 5, а). Выражение для радиуса сходимости в этом случае

$$\rho = \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{|1 - \beta K_1|^3}{|\beta K_3|}} \tag{8}$$

Отсюда следует, что даже для умеренной ОС в линейном режиме ( $|\beta K_1| < 1$ ) независимо от ее знака выражение для отклика системы в виде степеней  $E$  не существует на всей числовой оси. Как и следовало ожидать, для ПОС ( $\beta > 0$ ) радиус сходимости ниже, чем для ООС ( $\beta < 0$ ). Минимальное значение радиуса сходимости для ООС имеет место при  $\beta K_1 = -0.5$ . При ПОС радиус сходимости неограниченно падает по мере роста  $\beta K_1$ . Нулевое значение  $\rho$  приходится на  $\beta K_1 = 1$ , что соответствует самовозбуждению схемы.

На рис. 5, б показано точное значение отклика для  $K_1 = 10, K_3/K_1 = 0.1, \beta = -0.005; |\beta K_1| = 0.5$ . Решение, полученное с помощью рядов Вольтерры, идеально совпадает с точным значением при  $E = 3.16$ . При  $E > 3.16$  ряд Вольтерры начинает расходиться, что точно соответствует оценке  $\rho$  (8).

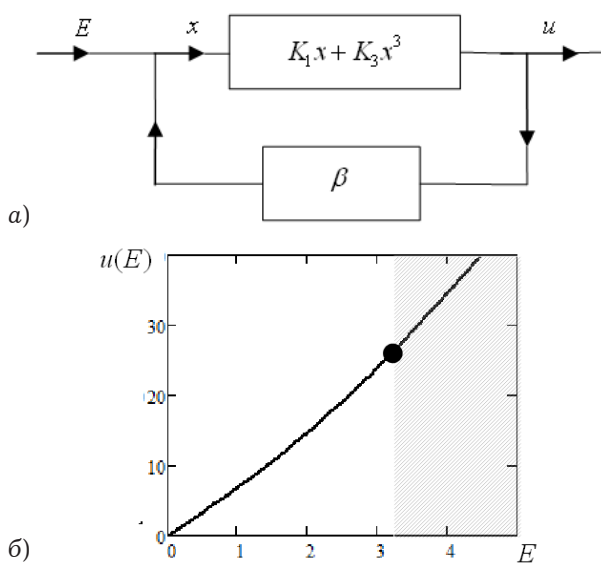


Рис. 5

При  $|\beta K_1| > 0.5$  и  $|\beta K_1| < 0.5$  радиус сходимости увеличивается.

Приведенные примеры наглядно свидетельствуют о деструктивном характере влияния как внутренней, так и внешней ОС на сходимость рядов Вольтерры в сильно нелинейных режимах. При этом ПОС в большей степени, чем ООС, ограничивает радиус сходимости рядов Вольтерры.

### Заключение

Установленные закономерности позволяют более обоснованно решать вопрос о том, можно ли привлечь функциональные ряды для решения конкретной нелинейной задачи.

Ряды Вольтерры всегда позволяют выполнить анализ слабо нелинейных режимов. Однако при существенно нелинейных процессах могут возникнуть принципиальные, непреодолимые в рамках классического подхода трудности, которые связаны с наличием критических для рядов Вольтерры точек. Эти критические точки неявным образом связаны с линейными и нелинейными параметрами схемы, и установить их точное местоположение **a priori**, до проведения расчетов невозможно. Может быть так, что эти критические точки не проявят себя, если они лежат за пределами уровней подаваемых на вход сигналов. Однако вполне возможно появление таких критических точек сразу за пределами слабо нелинейного режима. В последнем случае приходится с сожалением признать, что ряды Вольтерры позволяют далеко не всегда выполнить полный цикл расчетов, без привлечения других методов.

Для решения вопроса о том, стоит или не стоит применять функциональные ряды, следует хотя бы качественно оценить уровень повторных взаимодействий и характер ОС в схеме. Необходимо иметь в виду следующее:

- доминирующие нелинейные элементы можно выделить, исходя из пропорций между линейными и нелинейными членами в разложении характеристик нелинейных элементов (при ожидаемых значениях напряжений или токов);
- нелинейные управляемые источники, плохо развязанные с управляющими элементами, обеспечивают повторные взаимодействия;
- внешние глобальные и локальные ОС ограничивают радиус сходимости функциональных рядов;
- внешние и внутренние ООС с точки зрения их влияния на радиус сходимости менее опасны, чем ПОС;
- нелинейные RLC-элементы, включенные последовательно или параллельно с другими RLC-элементами, являются источниками повторных взаимодействий (особенно при соизмеримости их проводимостей).

Если перечисленные неблагоприятные факторы не носят ярко выраженного характера, то, скорее всего, применение рядов Вольтерры будет успешным в достаточно широком диапазоне изменения входных уровней сигналов.

*Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы по госконтракту № 14.740.11.1081.*

### Список литературы

1. Vuolevi J., Rahkonen T. Distorsion in RF Power Amplifiers. Norwood: Artech House, 2003. 258 p.
2. Разевиг В.Д., Потапов Ю.В., Курушин А.А. Проектирование СВЧ-устройств с помощью Microwave Office. М.: СОЛОН-Пресс, 2003. 429 с.
3. Maas S.A. Nonlinear Microwave and RF Circuits. Norwood: Artech House, 2003. 582 p.
4. Giannini F., Leuzzi G. Nonlinear Microwave Circuits Design. Chichester: John Wiley & Sons, 2004. 392 p.
5. Бобрешов А.М., Мымрикова Н.Н., Уткин А.М. Методы анализа нелинейных схем на основе функциональных рядов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15. № 3. С. 51–58.
6. Boyd S., Chua L.O., Desoer C.A. Analytical foundation of Volterra series // IMA Journal of Mathematical Control & Information. 1984. Vol. 1. № 3. P. 243–282.

7. Данилов Л.В. Ряды Вольтерра – Пикара. М.: Радио и связь, 1987. 224 с.
8. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2006. 570 с.
9. Chatterjee A., Vyas N.S. Convergence analysis of Volterra series response of nonlinear systems subjected to harmonic excitation // Journal of Sound and Vibration. 2000. Vol. 236. № 3. P. 339–385.
10. Peng Z.K., Lang Z.Q. On the convergence of the Volterra series representation of the Duffing's oscillators subjected to harmonic excitations // Journal of Sound and Vibration. 2007. Vol. 305. № 1–2. P. 322–332.
11. Li L.M., Billings S.A. Analysis of nonlinear oscillators using Volterra series in the frequency domain // Journal of Sound and Vibration. 2011. Vol. 330. № 2. P. 337–355.
12. Helie T., Laroche B. Computation of convergence bounds for Volterra series of linear-analytic single-input systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2011. Vol. 56. № 9. P. 2062–2072.
13. Helie T., Laroche B. On the convergence of finite dimensional quadratic MIMO Systems // Int. Journal of Control. 2008. Vol. 81. № 3. P. 358–370.
14. Christensen G. On the convergence of a discrete Volterra series // IEEE Transactions on Automatic Control. 1970. Vol. 15. № 1. P. 140–142.
15. Ehlen T., Stamm K., Solbach L. The convergence of Volterra series for arbitrary nonlinear networks with two-terminal elements // Site SeerX Computer and Information Science Publications Collection. Id. 41505645. 1994. P. 1–7.

## The effect of feedback on the Volterra series convergence radius

*A.M. Bobreshov, N.N. Mymrikova*

This paper describes the destructive effects of both external and internal feedback on the convergence of the iterative process for finding the Volterra kernels in strongly nonlinear electronic circuits. There is investigated the location of the critical points at which the system loses its analytical properties, and Volterra series begin to diverge. In some cases the critical points for the Volterra series lie in the deep nonlinear region, in other cases these points are directly adjacent to the weakly nonlinear mode. It is found that the failure of the iterative process occurs at the negative and positive feedback, but the latter one limits the convergence radius much more.

*Keywords:* nonlinear dynamic systems, electron circuits, analytical systems, strongly nonlinear modes, Volterra series, positive feedback, negative feedback, convergence radius of Volterra kernels.

**Неганов, В.А.**

**Теория и применение устройств СВЧ: учебн. пособие для вузов / В.А. Неганов, Г.П. Яровой;** под ред. В.А. Неганова. – М.: Радио и связь, 2006. – 720 с.



**ISBN 5-256-01812-4**

УДК 621.396.67

ББК 32.840

Н 41

В учебном пособии рассматриваются методы проектирования и конструктивной реализации устройств СВЧ: линий передачи различных видов, резонаторов, согласующих и трансформирующих устройств, фильтров, фазовращателей, аттенюаторов, тройниковых соединений, направленных ответвителей, различных мостовых соединений, ферритовых устройств (вентилей, циркуляторов, фазовращателей) и СВЧ-устройств на полупроводниковых диодах (умножителей, смесителей, переключателей, выключателей). Приводятся примеры применения устройств СВЧ в радиосвязи, радиолокации, измерительной аппаратуре и т. д. В книгу вошел оригинальный материал, полученный авторами. Учебное пособие может использоваться как справочник по устройствам СВЧ.

*Для специалистов в области теории и техники СВЧ, преподавателей вузов, докторантов, аспирантов, студентов старших курсов радиотехнического и радиофизического профиля.*