

Соотношение между концентрациями свободных носителей заряда в равновесном полупроводнике

А.С. Арефьев

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

Получено соотношение, связывающее концентрации свободных носителей заряда в немагнитной равновесной плазме полупроводника. Соотношение выведено из условий равенства нулю плотностей токов электронов проводимости и дырок.

Ключевые слова: концентрация свободных носителей заряда, немагнитная равновесная плазма полупроводника.

Под равновесием мы понимаем состояние полупроводника, в котором выполняются следующие условия. Во-первых, суммарные токи электронов проводимости и дырок равны нулю

$$\vec{j}_e = 0, \quad \vec{j}_h = 0. \quad (1)$$

Во-вторых, концентрации свободных носителей заряда n_e и n_h не изменяются со временем

$$dn_e/dt = 0, \quad dn_h/dt = 0. \quad (2)$$

Из (2) следует, что состояние равновесия стационарно. Отсутствие тока исключает наличие в полупроводнике внутреннего магнитного поля. В дальнейшем мы будем предполагать, что внешнее магнитное поле также отсутствует. Тем самым на свободные носители заряда в полупроводнике может воздействовать только электрическое поле, в общем случае складывающееся из внутреннего и внешнего полей. Условие существования внутреннего электрического поля в равновесном полупроводнике можно записать в виде

$$\nabla(N_a - N_d) \neq 0,$$

где N_a и N_d – концентрации акцепторных и донорных ионов.

Как известно [1], в отсутствие электрического и магнитного полей концентрации электронов проводимости и дырок в равновесном невырожденном полупроводнике связаны законом обратной пропорциональности

$$n_e n_h = n_i^2, \quad (3)$$

где n_i – концентрация свободных носителей заряда одного знака в полупроводнике i -типа, определяемая материалом полупроводника и зависящая от его температуры.

При выводе (3) предполагается, что плазма твердого тела подчиняется статистике Максвелла – Больцмана. Кроме того, принимается ряд физических идеализаций, таких как бесконечная ширина зоны проводимости и валентной энергетической зоны. В настоящей работе формула (3), а также более общее соотношение будут получены из иных соображений, допускающих наличие в кристалле электрического поля.

В немагнитной плазме полупроводника плотности токов электронов проводимости и дырок [2]

$$\vec{j}_e = e\mu_e n_e \vec{E} + eD_e \nabla n_e, \quad (4)$$

$$\vec{j}_h = e\mu_h n_h \vec{E} - eD_h \nabla n_h. \quad (5)$$

Здесь e – абсолютное значение заряда электрона; μ_e , μ_h и D_e , D_h – подвижности и коэффициенты диффузии электронов проводимости и дырок; \vec{E} – напряженность электрического поля.

Будем предполагать, что функция $n_e(n_h)$, связывающая равновесные концентрации свободных носителей заряда, не содержит в явном виде компоненты напряженности электрического поля, концентрации акцепторных и донорных ионов, а также координаты точки наблюдения. В этом случае градиент концентрации электронов проводимости можно представить в виде

$$\nabla n_e = \frac{dn_e}{dn_h} \nabla n_h. \quad (6)$$

Подстановка (6) в (4) дает

$$\vec{j}_e = e\mu_e n_e \vec{E} + eD_e \frac{dn_e}{dn_h} \nabla n_h. \quad (7)$$

Выразим ∇n_h из (5) и (7) с учетом условий равновесия (1).

$$\nabla n_h = \frac{\mu_h}{D_h} n_h \vec{E} = -\frac{\mu_e}{D_e} n_e \frac{dn_h}{dn_e} \vec{E}.$$

Приравнявая коэффициенты при напряженности электрического поля, имеем

$$\frac{D_e}{\mu_e} \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dn_h} + \frac{D_h}{\mu_h} \frac{1}{n_h} = 0.$$

Это – дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными [3], решение которого имеет вид

$$\frac{D_e}{\mu_e} \int \frac{dn_e}{n_e} + \frac{D_h}{\mu_h} \int \frac{dn_h}{n_h} = 0,$$

или

$$\frac{D_e}{\mu_e} \ln\left(\frac{n_e}{A}\right) + \frac{D_h}{\mu_h} \ln\left(\frac{n_h}{A}\right) = 0, \quad (8)$$

где A – постоянная интегрирования.

Как было отмечено выше, мы предполагаем, что искомая функция $n_e(n_h)$ не содержит в явном виде концентрации N_a и N_d . Вследствие этого равенство (8) справедливо для равновесного полупроводника любого типа, в том числе для собственного полупроводника, в котором

$$n_e = n_h = n_i. \quad (9)$$

Подстановка (9) в (8) дает

$$\left(\frac{D_e}{\mu_e} + \frac{D_h}{\mu_h}\right) \ln\left(\frac{n_i}{A}\right) = 0.$$

Откуда находим постоянную интегрирования

$$A = n_i.$$

При этом соотношение (8) принимает вид

$$\frac{D_e}{\mu_e} \ln\left(\frac{n_e}{n_i}\right) + \frac{D_h}{\mu_h} \ln\left(\frac{n_h}{n_i}\right) = 0. \quad (10)$$

Его можно также записать следующим образом:

$$n_e = n_i \left(\frac{n_i}{n_h}\right)^{(D_h/\mu_h)(\mu_e/D_e)}, \quad (11)$$

или

$$n_h = n_i \left(\frac{n_i}{n_e}\right)^{(D_e/\mu_e)(\mu_h/D_h)}. \quad (12)$$

Таким образом, замена (11) переводит первое из условий равновесия (1) во второе. Обратная замена (12) обеспечивает противоположное преобразование уравнений (1).

Для невырожденного полупроводника справедливы соотношения Эйнштейна [4]

$$\frac{D_e}{\mu_e} = \frac{D_h}{\mu_h} = \frac{kT}{e},$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура полупроводника. В данном случае соотношения (10)–(12) переходят в (3).

Список литературы

1. Киреев П.С. Физика полупроводников. М.: Высшая школа, 1975. 584 с.
2. Владимиров В.В., Волков А.Ф., Мейлихов Е.З. Плазма полупроводников. М.: Атомиздат, 1979. 256 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970. 720 с.
4. Шалимова К.В. Физика полупроводников. М.: Энергоатомиздат, 1985. 392 с.

The correlation between concentrations of free carriers of charge in a semiconductor in equilibrium

A.S. Arefev

The correlation, connecting concentrations of free carriers of charge in unmagnetized semiconductor plasma in equilibrium, is derived. The correlation is derived from the conditions, that current densities of conductance electrons and holes are equal to zero.

Keywords: concentration of free charge carriers, unmagnetized plasma equilibrium of semiconductor.