

Влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику перепутанных сверхпроводящих потоковых кубитов, взаимодействующих с тепловым шумом

Е.К. Башкиров, М.С. Мастюгин

Самарский государственный университет
443011, Российская Федерация, г. Самара
ул. Ак. Павлова, 1

Рассмотрена динамика двух первоначально перепутанных искусственных двухуровневых атомов с вырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующих индуктивно со сверхпроводящей электронной LC -цепью в тепловом состоянии. Исследовано влияние начальной атомной когерентности состояний кубитов и их прямого диполь-дипольного взаимодействия на степень перепутывания.

Ключевые слова: потоковые кубиты, перепутывание, диполь-дипольное взаимодействие, двухфотонные переходы, тепловой шум.

Введение

В настоящее время широко обсуждаются возможности использования различных физических систем в качестве кубитов квантовых компьютеров [1; 2]. При этом обсуждается возможное использование как естественных атомов (таких как нейтральные атомы или ионы), так и искусственных атомов (таких как сверхпроводящие цепи, спины в твердых телах, ядерные спины в молекулах, примеси фосфора в кремнии, примеси Кондо и др. [2]). Одной из наиболее перспективных физических систем, которая может быть использована в качестве логического элемента квантового компьютера, является сверхпроводящая LC -цепь с джозефсоновскими переходами. Сверхпроводящие цепи имеют размеры порядка микрона и функционируют при температурах в десятки мК. Хотя такие контуры имеют макроскопические размеры, они ведут себя как квантовые объекты, поэтому могут использоваться для квантовых вычислений [3]. Сверхпроводящие кубиты могут управляться микроволновым излучением, напряжением, магнитным полем и токами. Их состояние может быть также измерено с высокой точностью с использованием специальных чипов [2]. Обычно сверхпроводящие кубиты соединяются через электрические «резонаторы». Сами «резонаторы» представляют собой сверхпроводящие электрические LC -цепи, взаимодействующие с кубита-

ми индуктивно («фотоны» таких «резонаторов» представляют собой фактически колебаниями электронной плотности в цепи). В настоящее время реализованы и протестированы различные типы джозефсоновских кубитов, при этом достигнуты высокие уровни когерентности в несколько десятков мкс. Реализованы системы двух и трех взаимосвязанных кубитов. Первоочередной задачей является создание системы из четырех и более кубитов с контролируемым взаимодействием.

Для сверхпроводящих цепей удалось, как уже было сказано выше, экспериментально наблюдать долгоживущие перепутанные состояния кубитов, что является принципиальным для физики квантовых вычислений. Однако в реальных условиях квантовые системы всегда взаимодействуют с окружением. Такое взаимодействие обычно приводит к декогерентности. Поэтому с практической точки зрения важнейшей задачей является уменьшение влияния шума на систему кубитов. Недавно было высказано предположение о том, что в некоторых случаях диссипация и шум могут, напротив, являться источником перепутывания [1]. Ряд работ в последнее время был посвящен исследованию возможности генерации перепутывания в атомных системах в резонаторах, индуцированного тепловым шумом. В работе [4] доказано, что одномодовый тепловой шум может индуцировать атом-атомное перепу-

тывание в системе двух двухуровневых атомов в идеальном резонаторе. Перепутывание в двух-атомной системе с вырожденным двухфотонным взаимодействием, индуцированное однофотонным тепловым шумом, было рассмотрено в работе [5], а влияние двухмодового теплового шума на перепутывание двух двухуровневых атомов с невырожденными переходами и переходами рамановского типа – в работе [6]. При этом было показано, что при двухфотонном взаимодействии степень перепутывания атомных состояний может значительно превосходить соответствующую величину для однофотонного взаимодействия. Как хорошо известно, диполь-дипольное взаимодействие атомных систем является естественным механизмом возникновения атомного перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия атомов, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой теплового поля в идеальном резонаторе посредством однофотонных переходов [7; 8]. Физически диполь-дипольное взаимодействие легко контролировать, изменяя расстояние между кубитами.

Представляет поэтому большой интерес исследовать динамику перепутанных состояний для кубитов с двухфотонными переходами при наличии прямого диполь-дипольного взаимодействия. В случае обычных двухуровневых атомов при многофотонных переходах прямое диполь-дипольное взаимодействие отсутствует в силу правил запрета для атомных переходов. Однако существуют физические системы, для которых обычные правила отбора нарушаются. К таким системам относятся потоковые сверхпроводящие кубиты, которые при определенных условиях в случае трехуровневой схемы являются трехуровневыми атомами Δ -типа. В таких искусственных атомах могут быть одновременно разрешены как одно-, так и двухфотонные процессы. Еще одной важной особенностью таких кубитов является то, что их дипольные моменты значительно превосходят по величине дипольные моменты естественных атомов. Недавно в работе [9] для двух атомов в резонаторе также было показано, что на степень атомного перепутывания, индуцированного одно- и двухмодовым тепловым полем, существенное влияние оказывает наличие начальной когерентности атомных состояний

Поэтому целью настоящей работы является исследование особенностей динамики перепу-

танных состояний системы двух сверхпроводящих потоковых кубитов, взаимодействующих с электронной сверхпроводящей цепью в тепловом состоянии посредством вырожденных двухфотонных переходов при наличии прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов и в случае начального когерентного перепутанного состояния кубитов.

1. Гамильтониан и оператор эволюции модели

Рассмотрим два идентичных сверхпроводящих потоковых кубита Δ -типа, взаимодействующих индуктивно со сверхпроводящей LC-цепью («резонатором»). Сверхпроводящая цепь – идеальный гармонический осциллятор, описываемый гамильтонианом $H_F = \hbar\omega a^+a$, где a^+ и a – бозонные операторы рождения и уничтожения «фотонов» электронного «резонатора» и ω – его частота. Чтобы получить эффективный двухфотонный гамильтониан системы, рассмотрим два идентичных трехуровневых кубита с переходами Δ -типа между уровнями (рис. 1). Обозначим через $|g\rangle$, $|i\rangle$ и $|e\rangle$ состояния, соответствующие трем нижним уровням кубита (основное, промежуточное и возбужденное соответственно). Предположим, что каскадный переход $|e\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |g\rangle$ резонансен удвоенной частоте контура $\omega_{eg} = 2\omega$, в то время как частоты переходов между промежуточным уровнем и двумя другими уровнями ω_{ei} и ω_{ig} сильно отстроены от частоты резонатора ω . После адиабатического исключения промежуточного уровня $|i\rangle$ мы получаем эффективный гамильтониан невырожденного двухфотонного взаимодействия двухуровневых кубитов с полем «резонатора»

$$H_1 = \hbar\gamma \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2),$$

где σ_i^+ и σ_i^- – повышающий и понижающий оператор в i -м искусственном атоме ($i = 1, 2$), γ – эффективная константа взаимодействия

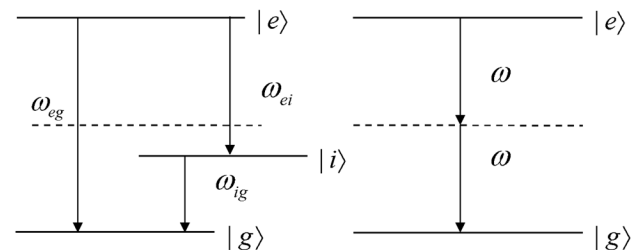


Рис. 1. Схема переходов в трехуровневом искусственном атоме Δ -типа и эффективном двухуровневом атоме с вырожденными двухфотонными переходами

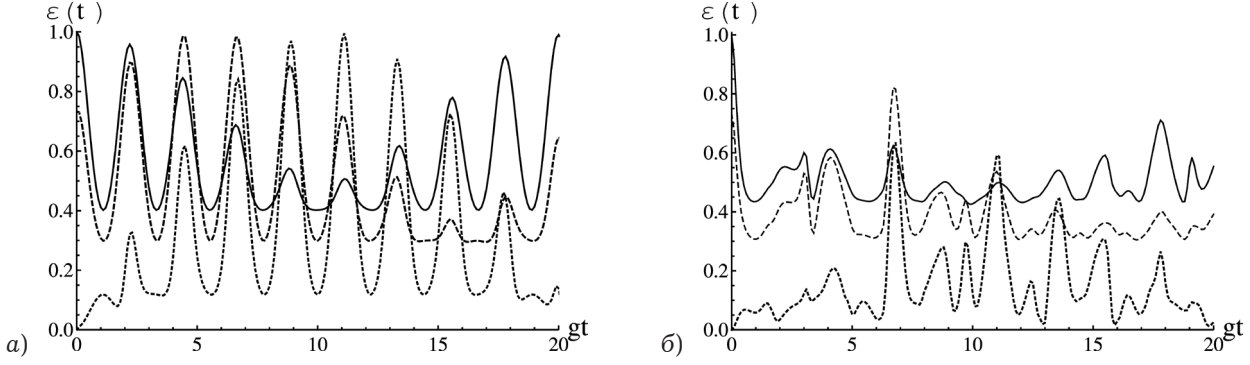


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания для среднего числа фотонов: а) $\bar{n} = 0.001$; б) $\bar{n} = 0.1$. Атомы первоначально приготовлены в состояниях вида (3): $|\Psi(0)\rangle = |+, -\rangle$ (точечная линия), $|\Psi(0)\rangle = 0.4 |+, -\rangle + 0.9165e^{2\pi i/3} |-, +\rangle$ (штриховая линия); $|\Psi(0)\rangle = (1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + e^{3\pi i/3} |-, +\rangle)$ (сплошная линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$

атомов с полем. Гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия кубитов может быть записан в квазиспиновом представлении как $H_2 = \hbar J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-)$, где J – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов. В результате в представлении взаимодействия эффективный двухфотонный гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в виде

$$H = \hbar \gamma \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2) + \hbar J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-). \quad (1)$$

Обозначим через $|e\rangle$ и $|g\rangle$ возбужденное и основное состояние двухуровневого атома. Тогда двухатомная волновая функция может быть представлена в виде комбинации волновых векторов вида $|v_1, v_2\rangle = |v_1\rangle |v_2\rangle$, где $v_1, v_2 = e, g$. Рассматриваемая система обладает унитарной динамикой, которая в представлении взаимодействия описывается оператором эволюции вида $U(t)$. Нами найдено точное выражение для оператора эволюции. В настоящей работе оно не приводится ввиду достаточной громоздкости.

Пусть в начальный момент времени резонаторное поле находится в одномодовом тепловом поле

$$\rho_F(0) = \sum_n P(n) |n\rangle \langle n|,$$

где $P(n) = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$ и \bar{n} – среднее число тепловых фотонов в моде, а атомы – в когерентном суперпозиционном перепутанном состоянии. Явный вид начальной атомной матрицы плотности будет определяться, соответственно, выбором начального состояния атомов. Температура чипа, на котором располагаются «резонаторов» и кубиты, составляет десятки мК, поэтому среднее число «фотонов» $\bar{n} \ll 1$.

Для определения степени атом-атомного перепутывания будем использовать параметр Пе-

реса Хородецких, который определим стандартным образом [1]:

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (2)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита (атома) редуцированной матрицы плотности. Для неперепутанных состояний $\varepsilon = 0$. Для перепутанных состояний $0 < \varepsilon \leq 1$. Максимальной степени перепутывания соответствует значение $\varepsilon = 1$.

С использованием оператора эволюции вычислим стандартным образом редуцированную матрицу плотности

$$\rho_A(t) = \text{Tr}_F U(t) \rho_F(0) \otimes \rho_A(0) U^\dagger(t),$$

а с ее помощью – частично транспонированную по переменным одного кубита атомную матрицу плотности. Все указанные формулы имеют чрезвычайно громоздкий вид, и поэтому их явные выражения не приведены в настоящей работе. Получение аналитических результатов для параметра перепутывания рассматриваемой модели представляет собой весьма непростую задачу. В связи с этим далее мы представим результаты численного моделирования перепутывания для различных начальных состояний двух двухуровневых атомов.

2. Численное моделирование параметра перепутывания и обсуждение результатов

1. Выберем начальное перепутанное когерентное атомное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = \cos \theta |+, -\rangle + \sin \theta e^{i\varphi} |-, +\rangle, \quad (3)$$

где θ – параметр когерентности и φ – относительная фаза.

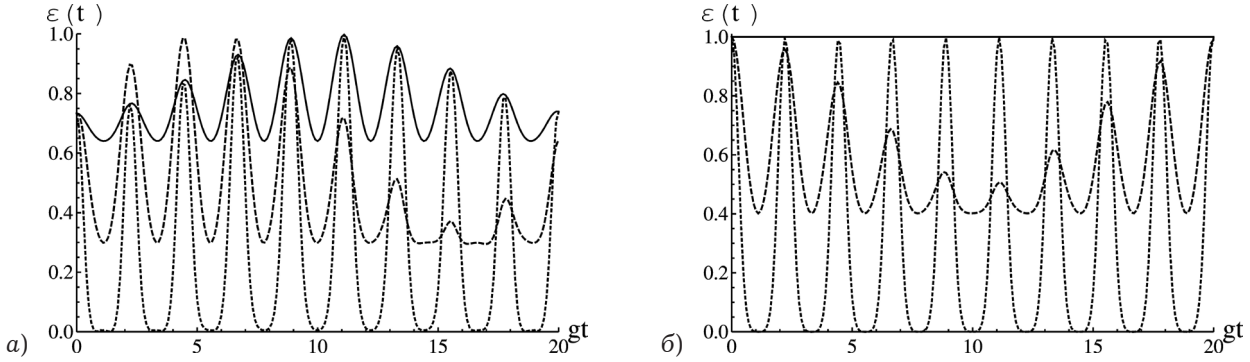


Рис. 3. Временная зависимость параметра перепутывания для начальных состояний вида (3): а) $|\Psi(0)\rangle = 0.4|+,+\rangle + 0.9165e^{i\varphi}|-, -\rangle$; б) $|\Psi(0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|+,+\rangle + e^{i\varphi}|-, -\rangle)$. Относительные фазы состояний $\varphi = 0$ (точечная линия), $\varphi = 2\pi/3$ (штриховая линия); $\varphi = \pi$ (сплошная линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$. Среднее число фотонов $\bar{n} = 0,001$

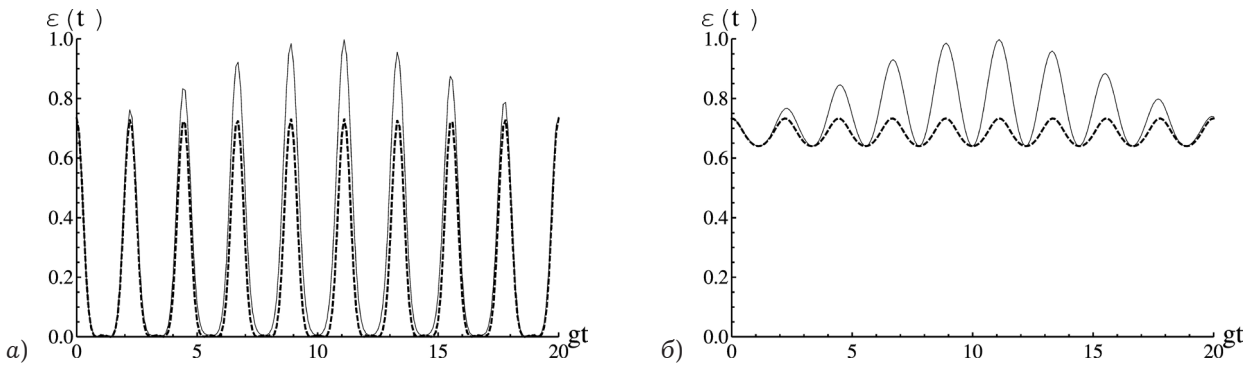


Рис. 4. Временная зависимость параметра перепутывания для начального состояния вида (3) $|\Psi(0)\rangle = 0.4|+,+\rangle + 0.9165e^{i\varphi}|-, -\rangle$ и значений относительной фазы: а) $\varphi = 0$; б) $\varphi = \pi$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0$ (штриховая линия) и $\alpha = 0,1$ (сплошная линия). Среднее число фотонов $\bar{n} = 0,001$

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (2) для начального чистого атомного состояния (3) и фиксированного значения параметра диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$ представлены на рис. 2–4. На рис. 2 показано влияние среднего начального числа фотонов в резонаторной моде и параметра атомной когерентности θ на поведение атомной перепутанности. Из рис. 2 хорошо видно, что степень перепутывания для любых значений среднего числа фотонов всегда выше для когерентного состояния, чем для некогерентного. Кроме того, степень перепутывания возрастает по мере приближения параметра θ к значению $\pi/4$ ($\cos\theta = \sin\theta = 1/\sqrt{2}$). То есть для белловских начальных атомных состояний степень перепутывания остается наибольшей для всех моментов времени, т. е. чем выше начальная степень когерентности атомов, тем больше их перепутывания в процессе эволюции. Из рис. 2 также видно, что при наличии начальной атомной когерентности степень атомного перепутывания остается весьма значительной даже при относительно высоких степенях теплового шума. Для всех начальных когерентных и некогерентных начальных состояний, кроме случая $\theta = \pi/4$, степень

перепутывания атомов в процессе эволюции принимает значения, превышающие начальные. На рис. 3 отражено влияние относительной фазы на степень атомного перепутывания. Расчеты показывают, что степень атомного перепутывания возрастает при увеличении относительной фазы φ от 0 до π . Из рисунков также видно, что для значений параметра когерентности, отличных от $\theta \neq \pi/4$, и некоторых значений относительной фазы степень перепутывания в процессе эволюции системы может превзойти ее значение в начальный момент времени. Таким образом, использование когерентных начальных атомных состояний позволяет добиться значительной степени атомного перепутывания в процессе эволюции системы. Кроме того, выбирая определенным образом параметры когерентности атомов, мы можем добиться эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов. На рис. 5 показана зависимость параметра перепутывания от параметра диполь-дипольного взаимодействия. Из рисунка хорошо видно, что учет диполь-дипольного взаимодействия приводит к заметному увеличению степени атомного перепутывания для слабых тепловых полей и начальных состояний с малой степенью когерент-

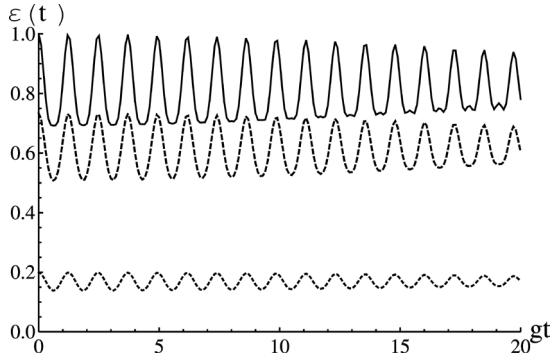


Рис. 5. Временная зависимость параметра перепутывания для среднего числа фотонов $\bar{n} = 0.001$. Атомы первоначально приготовлены в состояниях вида (4): $|\Psi(0)\rangle = 0,1 |+, -\rangle + 0,9965e^{2\pi i/3} |-, +\rangle$ (точечная линия), $|\Psi(0)\rangle = 0,4 |+, -\rangle + 0,9165e^{2\pi i/3} |-, +\rangle$ (штриховая линия); $|\Psi(0)\rangle = (1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + e^{2\pi i/3} |-, +\rangle)$ (сплошная линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$

ности. Для состояний с максимальной степенью когерентности ($\theta = \pi/4$) диполь-дипольное взаимодействие приводит даже к незначительному уменьшению степени перепутывания атомов.

2. Выберем теперь другое начальное перепутанное когерентное атомное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = \cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta e^{i\varphi} |-, -\rangle, \quad (4)$$

где как и в предыдущем случае θ – параметр когерентности и φ – относительная фаза.

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (2) для начального чистого атомного состояния (4) и фиксированного значения параметра диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$ представлены на рис. 5, 6. На рис. 5 показано влияние среднего начального числа фотонов в резонаторной моде и параметра атомной когерентности θ на поведение атомной перепутанности.

Из рис. 5 хорошо видно, что, как и для первого состояния, степень перепутывания для любых значений среднего числа фотонов всегда выше для когерентного состояния, чем для некогерентного. Для некогерентного начального состояния атомов $|+, +\rangle$ перепутывания атомов не возникает ни при каких значениях параметров модели. Отметим, что для рассматриваемого состояния степень атомного перепутывания практически не зависит от относительной фазы φ . Наконец, на рис. 6 показана зависимость параметра перепутывания от параметра диполь-дипольного взаимодействия. При этом учет диполь-дипольного взаимодействия приводит к незначительному увеличению степени атомного перепутывания для начальных когерентных атомных состояний. Влияние диполь-дипольного

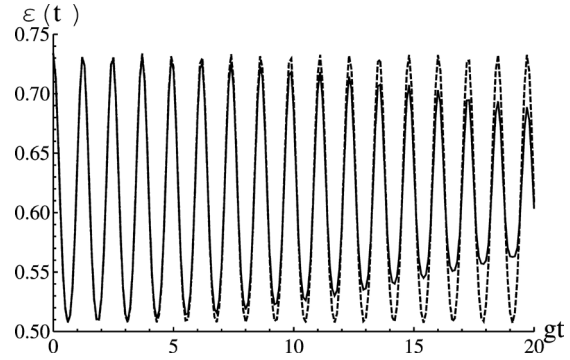


Рис. 6. Временная зависимость параметра перепутывания для среднего числа фотонов $\bar{n} = 0.001$. Атомы первоначально приготовлены в состоянии вида (4) $|\Psi(0)\rangle = 0,4 |+, -\rangle + 0,9165e^{2\pi i/3} |-, +\rangle$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$ (штриховая линия), $\alpha = 0,1$ (сплошная линия)

взаимодействия весьма существенно только для некогерентных начальных состояний искусственных атомов.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе мы рассмотрели динамику перепутывания двух потоковых сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с электронным резонатором в тепловом состоянии посредством вырожденных двухфотонных переходов. При этом было показано, что начальная когерентность и диполь-дипольное взаимодействие позволяют в широких пределах контролировать степень перепутывания искусственных атомов. Выяснены возможные значения параметров первоначально перепутанных кубитов, для которых тепловой шум приводит либо к увеличению степени перепутывания, либо к ее несущественным изменениям. Полученные в работе результаты могут быть использованы при выборе наиболее эффективных схем контроля за степенью перепутывания сверхпроводящих кубитов, необходимого при квантовой обработке информации.

Работа выполнена в рамках задания Министерства образования и науки РФ № 2.2459.2011.

Список литературы

1. Schumacker D., Westmoreland M.D. Quantum Processes, Systems, and Information. N.-Y.: Oxford University Press, 2010. 469 p.
2. Buluta I., Ashhab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2011. V. 74. P. 104401.
3. You J.Q., Nori F. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits // Nature. 2011. V. 474. P. 589–597.

4. Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim [et al.] // Phys. Rev. 2002. V. A65. P. 040101.
5. Zhou L., Song H.S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. 2002. V. B4. P. 425–429.
6. Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Physics Letters. 2006. V. 3. P. 145–150.
7. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar [et al.] // J. Opt. 2005. V. B7. P. 769–771.
8. Башкиров Е.К., Ступацкая М.П. Перепутывание двух дипольно связанных атомов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2009. Т. 12. № 2. С. 85–90.
9. Coherence-enhanced entanglement between two atoms at high temperature / Y.-H. Hu [et al.] // Chin. Phys. 2008. V. 17. P. 1784–1790.

The influence of dipole-dipole interaction on dynamics of entangled superconducting flux qubits interacting with thermal noise

E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin

The dynamics of two initially entangled artificial atoms with degenerate two-photon transitions interacting with superconducting LC-circuit in the thermal state has been investigated. The influence of initial degree of qubits states coherence and dipole-dipole interaction on the degree of entanglement.

Keywords: flux qubits, entanglement, dipole-dipole interaction, two-photon transitions, thermal noise.

Неганов, В.А.

Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: «САЙНС-ПРЕСС», 2008. – 432 с., 122 ил.



ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87

ББК 32.84

Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.