2013 г. *Том 16, № 3*

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.372.8

Применение спектрального метода к расчету дисперсии волн регулярных волноводов с произвольным диэлектрическим заполнением

А.А. Титаренко

ФГУП «ФНПЦ НИИ измерительных систем им. Ю.Е. Седакова»
603137, Российская Федерация, г. Нижний Новгород
ул. Тропинина, 47

С помощью метода спектрального разложения предложен общий алгоритм расчета направляющих характеристик волн, распространяющихся в регулярных волноводах с произвольным диэлектрическим заполнением. Метод основан на представлении полей волн направляющей структуры в виде разложений по базису функций, обладающих свойством полноты и удовлетворяющих граничным условиям на внешней поверхности закрытого волновода.

Ключевые слова: спектральный метод, метод Галеркина, произвольные волноводы.

Введение

В статье предложен общий подход к расчету дисперсионных характеристик экранированных волноводов с произвольным диэлектрическим заполнением и сложной формой идеально проводящей ограничивающей поверхности. Подход основан на методе Галеркина и на представлении полей волн направляющей структуры в виде разложений по базису функций, обладающих свойством полноты.

Метод расчета

Рассмотрим закрытую направляющую структуру (экранированный волновод) с произвольным диэлектрическим заполнением и произвольной регулярной и непрерывной формой внешней идеально проводящей ограничивающей поверхности (рис. 1).

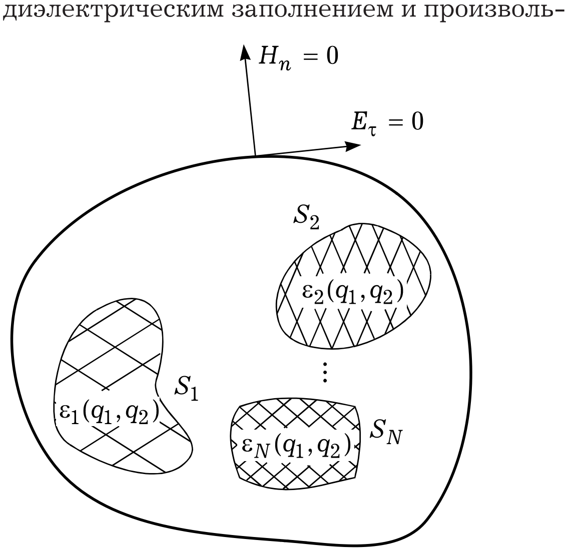

Рис. 1. Произвольная направляющая структура

Геометрия идеально проводящего экрана рассматриваемого волновода описывается обобщенными координатами (q_1, q_2, z). В качестве примеров возможных вариантов (q_1, q_2) можно указать канонические системы координат: прямоугольную, цилиндрическую и эллиптическую. В предлагаемом методе нет ограничений на форму внешней идеально проводящей границы – она может быть как гладкой, так и дискретной, единственным ограничением является существование для заданной формы внешней идеально проводящей границы базиса собственных функций, обладающего свойством полноты.

Полагая, что диэлектрическое заполнение рассматриваемого волновода является изотропным и регулярным по продольной оси z, представим значение диэлектрической проницаемости в виде кусочно-непрерывной функции:

$$\varepsilon(q_1, q_2) = \begin{cases} \varepsilon_1(q_1, q_2) \in S_1, \\ \varepsilon_2(q_1, q_2) \in S_2, \\ \ldots \\ \varepsilon_N(q_1, q_2) \in S_N, \end{cases}$$

запишем уравнения Максвелла для всей области внутри рассматриваемого волновода:

$$\begin{aligned} &rot\left(\vec{E}\right) = -i\omega\mu_0\vec{H}; \\ &rot\left(\vec{H}\right) = i\omega\varepsilon(q_1, q_2)\varepsilon_0\vec{E}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Из системы уравнений (1) получаем уравнение

$$rot\, rot\vec{E} = k_0^2 \varepsilon(q_1, q_2)\vec{E}\,, \tag{2}$$

где вектор напряженности электрического поля представляется в виде

$$\vec{E} = \Big(E_{q_1}(q_1, q_2)\vec{q}_1 + E_{q_2}(q_1, q_2)\vec{q}_2 + E_z(q_1, q_2)\vec{z}_0\Big)e^{-i\beta z}.$$

Используя обобщенную формулу [1] представления оператора «ротор»в произвольной координатной системе:

$$rot\left(\vec{E}\right) = \frac{1}{H_2}\left(\frac{\partial E_z}{\partial q_2} - \frac{\partial\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial z}\right)\vec{q}_1 + \frac{1}{H_1}\left(\frac{\partial\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial q_1}\right)\vec{q}_2 + \frac{1}{H_1H_2}\left(\frac{\partial\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_1} - \frac{\partial\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial q_2}\right)\vec{z},$$

где H_1, H_2 − коэффициенты Ламе [1], получим:

$$\begin{gathered}
rotrot\left(\vec{E}\right)_{q_1} = \\
= \frac{1}{H_1H_2}\left(\frac{1}{H_2}\left(\frac{\partial^2\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_1 \partial q_2} - \frac{\partial^2\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial q_2^2}\right) - \left(\frac{\partial^2\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial q_1 \partial z}\right)\right); \\
rotrot\left(\vec{E}\right)_{q_2} = \frac{1}{H_2}\left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial q_2 \partial z} - \frac{\partial^2\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial z^2}\right) - \\
- \frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_1}\right) + \\
+ \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial q_1}\right); \\
rotrot\left(\vec{E}\right)_z = \\
= \left(\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{H_2}{H_1}\frac{\partial\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial z}\right) - \frac{\partial^2 E_z}{\partial q_1^2} - \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\frac{\partial E_z}{\partial q_2}\right) + \frac{\partial^2\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_2 \partial z}\right).
\end{gathered} \tag{3}$$

Подставив (3) в (2), получаем:

$$\begin{gathered}
\frac{1}{H_1H_2}\left(\frac{1}{H_2}\left(\frac{\partial^2\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_1 \partial q_2} - \frac{\partial^2\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial q_2^2}\right) + \left(\beta^2 E_{q_1}H_1 - i\beta\frac{\partial E_z}{\partial q_1}\right)\right) = k_0^2\varepsilon(q_1, q_2)E_{q_1}; \\
\frac{1}{H_2}\left(-i\beta\frac{\partial E_z}{\partial q_2} + \beta^2 E_{q_2}H_2\right) - \\
- \frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_1}\right) + \\
+ \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial\left(E_{q_1}H_1\right)}{\partial q_1}\right) = k_0^2\varepsilon(q_1, q_2)E_{q_2}; \\
\frac{1}{H_1H_2}\left(-i\beta\frac{\partial}{\partial q_1}\left(E_{q_1}H_2\right) - \frac{\partial^2 E_z}{\partial q_1^2} - \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\frac{\partial E_z}{\partial q_2}\right) - i\beta\frac{\partial\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_2}\right) = k_0^2\varepsilon(q_1, q_2)E_z.
\end{gathered} \tag{4}$$

При решении системы трех дифференциальных уравнений (4) будем использовать представление искомых компонент поля в виде рядов по некоторому базису функций разложения. Данный базис должен удовлетворять свойству полноты и может быть ортогональным (при этом требование ортогональности не является обязательным).

Кроме того, выбранный базис функций разложения должен обеспечивать выполнение граничных условий на идеально проводящей ограничивающей поверхности волновода S , которые могут быть записаны в следующем виде [2]:

$$E_{q_1}\Big|_s = 0\,; \quad \left.\frac{\partial\left(E_{q_2}H_2\right)}{\partial q_2}\right|_S = 0\,; \quad E_z\Big|_s = 0\,. \tag{5}$$

Вид граничных условий (5) обеспечивает автономность разложений компонент поля.

Будем считать, что для рассматриваемого волновода в выбранной системе координат существует набор базисных функций $e_n^{(q_1)}$, $e_n^{(q_2)}$, $e_n^{(z)}$, обладающих свойством полноты и удовлетворяющих граничным условиям на идеально проводящих стенках ограничивающего волновода (рис. 1).

Таким образом, функции выбранного базиса должны удовлетворять соотношениям:

$$e_n^{(q_1)}\Big|_s = 0,$$

$$\lim_{N\to\infty}\left(E_{q_1} - \sum_{n=0}^{N} a_n e_n^{(q_1)}\right) \to 0$$

для любого E_{q_1};

$$\left.\frac{\partial\left(e_n^{(q2)}H_2\right)}{\partial q_2}\right|_S = 0\,,$$

$$\lim_{N\to\infty}\left(E_{q_2} - \sum_{n=0}^{N} b_n e_n^{(q2)}\right) \to 0 \qquad (6)$$

для любого E_{q_2};

$$\left.e_n^{(z)}\right|_s = 0,$$

$$\lim_{N\to\infty}\left(E_z - \sum_{n=0}^{N} c_n e_n^{(z)}\right) \to 0$$

для любого E_z.

На практике условия (6) могут быть легко реализованы в случае, если форма ограничивающего волновода (рис. 1) соответствует какой-либо канонической системе координат (прямоугольной, цилиндрической, эллиптической и т. д.). Для системы координат, отличающейся от канонической, поиск таких базисных функций представляет собой нетривиальную задачу, которая в основном может быть решена только численным способом [3–4].

В результате неизвестные функции поля будем искать в виде разложений:

$$E_{q_1}(q_1,q_2) = \sum_{n=0}^{N} a_n e_n^{(q_1)}(q_1,q_2);$$

$$E_{q_2}(q_1,q_2) = \sum_{n=0}^{N} b_n e_n^{(q_2)}(q_1,q_2); \qquad (7)$$

$$E_z(q_1,q_2) = \sum_{n=0}^{N} c_n e_n^{(z)}(q_1,q_2).$$

Отметим, что в качестве базисных функций в разложениях (7) могут использоваться собственные функции так называемого «волновода сравнения» – однородно заполненного волновода с ограничивающим идеально проводящим экраном, полностью идентичным ограничивающей поверхности рассматриваемого волновода. В таком волноводе, как известно, могут распространяться только волны Е- и Н-типа, электрические поля которых можно использовать в качестве базисных функций.

Однако выбор функций разложения в виде собственных функций «волновода сравнения» для данного метода вовсе не является обязательным. В качестве базиса могут использоваться совершенно произвольные функции, удовлетворяющие свойству полноты и граничным условиям (6).

Подставив (7) в (4), получим систему трех функциональных уравнений, записываемых относительно коэффициентов разложений неизвестных функций:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{H_1H_2}\left(\frac{1}{H_2}\left(\sum_{n=0}^{N} b_n \frac{\partial^2\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_1\partial q_2} - \sum_{n=0}^{N} a_n \frac{\partial^2\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2^2}\right) + \left(\beta^2 H_1\sum_{n=0}^{N} a_n e_n^{(q_1)} - i\beta\sum_{n=0}^{N} c_n \frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_1}\right)\right) = \\
&= k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)\sum_{n=0}^{N} a_n e_n^{(q_1)};\\
&\frac{1}{H_2}\left(-i\beta\sum_{n=0}^{N} c_n \frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2} + \beta^2 H_2\sum_{n=0}^{N} b_n e_n^{(q_2)}\right) - \\
&-\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1H_2}\sum_{n=0}^{N} b_n \frac{\partial\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_1}\right) + \\
&+\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1H_2}\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{\partial\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2}\right) = \\
&= k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)\sum_{n=0}^{N} b_n e_n^{(q_2)};\\
&\frac{1}{H_1H_2}\left(-i\beta\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{\partial\left(e_n^{(q_1)}H_2\right)}{\partial q_1} - \sum_{n=0}^{N} c_n \frac{\partial^2 e_n^{(z)}}{\partial q_1^2} - \sum_{n=0}^{N} c_n \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2}\right) - i\beta\sum_{n=0}^{N} b_n \frac{\partial\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_2}\right) = \\
&= k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)\sum_{n=0}^{N} c_n e_n^{(z)};
\end{aligned} \qquad (8)$$

или

$$\sum_{n=0}^{N} a_n\left(k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)e_n^{(q_1)} + \frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial^2\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2^2} + \beta^2\frac{1}{H_2}e_n^{(q_1)}\right) - \sum_{n=0}^{N} b_n \frac{1}{H_1H_2^2}\frac{\partial^2\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_1\partial q_2} + i\beta\sum_{n=0}^{N} c_n \frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_1} = 0;$$

$$
\begin{gathered}
\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2}\right)- \\
-\sum_{n=0}^{N} b_n \left(k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)e_n^{(q_2)}+\beta^2 H_2 e_n^{(q_2)}+\right. \\
\left.+\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_1}\right)\right)- \\
-i\beta\sum_{n=0}^{N} c_n \frac{1}{H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2}=0; \\
-i\beta\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_1)}H_2\right)}{\partial q_1}- \\
-i\beta\sum_{n=0}^{N} b_n \frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_2}- \\
-\sum_{n=0}^{N} c_n \left(k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)e_n^{(z)}\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial^2 e_n^{(z)}}{\partial q_1^2}+\right. \\
\left.\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2}\right)\right)=0.
\end{gathered} \tag{9}
$$

Для решения дисперсионной задачи и расчета полей собственных волн рассматриваемого волновода воспользуемся проекционной методикой, умножив первое уравнение (8) на функцию $e_q^{(q_1)}$, второе – на функцию $e_q^{(q_2)}$, третье – на функцию $e_q^{(z)}$ (здесь $q = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ N$) и проинтегрировав по поперечному сечению волновода.

Такой подход представляет собой модификацию метода Галеркина. Отличительными особенностями предлагаемого подхода, обеспечивающими его универсальность, являются применение процедуры Галеркина к функциональным уравнениям, получаемым непосредственно из уравнений Максвелла, и отказ от использования аналитической связи между компонентами поля. Установление взаимосвязи между q_1, q_2, z компонентами поля здесь полностью возлагается на коэффициенты разложения a_n, b_n, c_n.

В результате применения спектрального метода получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно трех неизвестных вектор-столбцов:

$$
\begin{gathered}
\sum_{n=0}^{N} a_n \oint_S e_q^{(q_1)}\left(k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)e_n^{(q_1)}+\right. \\
\left.+\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial^2\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2^2}+\beta^2\frac{1}{H_2}e_n^{(q_1)}\right)ds- \\
-\sum_{n=0}^{N} b_n \oint_S e_q^{(q_1)}\frac{1}{H_1 H_2^2}\frac{\partial^2\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_1\partial q_2}ds+ \\
+i\beta\sum_{n=0}^{N} c_n \oint_S e_q^{(q_1)}\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_1}ds=0; \\
\sum_{n=0}^{N} a_n \oint_S e_q^{(q_2)}\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2}\right)ds- \\
-\sum_{n=0}^{N} b_n \oint_S e_q^{(q_2)}\left(k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)e_n^{(q_2)}+\beta^2 H_2 e_n^{(q_2)}+\right. \\
\left.+\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_1}\right)ds\right)+ \\
+i\beta\sum_{n=0}^{N} c_n \oint_S e_q^{(q_2)}\frac{1}{H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2}ds=0; \\
-i\beta\sum_{n=0}^{N} a_n \oint_S e_q^{(z)}\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_1)}H_2\right)}{\partial q_1}ds- \\
-i\beta\sum_{n=0}^{N} b_n \oint_S e_q^{(z)}\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial\left(e_n^{(q_2)}H_2\right)}{\partial q_2}ds- \\
-\sum_{n=0}^{N} c_n \oint_S e_q^{(z)}\left(k_0^2\varepsilon(q_1,q_2)e_n^{(z)}+\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial^2 e_n^{(z)}}{\partial q_1^2}+\right. \\
\left.+\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2}\right)\right)ds=0.
\end{gathered} \tag{10}
$$

Представим (10) в виде системы трех матричных уравнений:

$$
\begin{gathered}
\left(k_0^2 W^{(0)}+W^{(1)}+\beta^2 W^{(2)}\right)a-Qb+i\beta Vc=0; \\
\bar{W}a-\left(k_0^2\bar{Q}^{(0)}+\bar{Q}^{(1)}+\beta^2\bar{Q}^{(2)}\right)b+i\beta\bar{V}c=0; \\
-i\beta\widehat{W}a-i\beta\widehat{Q}b+\left(k_0^2\widehat{V}^{(0)}+\widehat{V}^{(1)}\right)c=0,
\end{gathered} \tag{11}
$$

где

$$
W_{q,n}^{(0)}=\oint_S \varepsilon(q_1,q_2)e_q^{(q_1)}e_n^{(q_1)}ds,
$$

$$
W_{q,n}^{(1)}=\oint_S e_q^{(q_1)}\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial^2\left(e_n^{(q_1)}H_1\right)}{\partial q_2^2}ds,
$$

$$
\begin{aligned}
&W^{(2)}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_1)} \frac{1}{H_2} e_n^{(q_1)} ds;\\
&Q_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_1)} \frac{1}{H_1 H_2^2} \frac{\partial^2 \left(e_n^{(q_2)} H_2\right)}{\partial q_1 \partial q_2} ds;\\
&V_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_1)} \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_1} ds;\\
&\bar{W}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_2)} \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial \left(e_n^{(q_1)} H_1\right)}{\partial q_2} \right) ds;\\
&\bar{Q}^{(0)}_{q,n} = \oint\limits_S \varepsilon(q_1, q_2) e_q^{(q_2)} e_n^{(q_2)} ds,\\
&\bar{Q}^{(1)}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_2)} \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial \left(e_n^{(q_2)} H_2\right)}{\partial q_1} \right) ds, \qquad (12)\\
&\bar{Q}^{(2)}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_2)} H_2 e_n^{(q_2)} ds\\
&\bar{V}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(q_2)} \frac{1}{H_2} \frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2} ds;\\
&\widehat{W}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(z)} \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial \left(e_n^{(q_1)} H_2\right)}{\partial q_1} ds;\\
&\widehat{Q}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(z)} \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial \left(e_n^{(q_2)} H_2\right)}{\partial q_2} ds;\\
&\widehat{V}^{(0)}_{q,n} = \oint\limits_S \varepsilon(q_1, q_2) e_q^{(z)} e_n^{(z)} ds,\\
&\widehat{V}^{(1)}_{q,n} = \oint\limits_S e_q^{(z)} \left(\frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial^2 e_n^{(z)}}{\partial q_1^2} + \right.\\
&\left. + \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_1}{H_2} \frac{\partial e_n^{(z)}}{\partial q_2} \right) \right) ds.
\end{aligned}
$$

Систему матричных уравнений (11) можно представить в виде одного однородного матричного уравнения

$$
\Re \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 0\,, \qquad (13)
$$

где

$$
\Re = \begin{bmatrix}
k_0^2 W^{(0)} + W^{(1)} + \beta^2 W^{(2)} & Q & i\beta V \\
\bar{W} & k_0^2 \bar{Q}^{(0)} + \bar{Q}^{(1)} + \beta^2 \bar{Q}^{(2)} & i\beta \bar{V} \\
-i\beta \widehat{W} & -i\beta \widehat{Q} & k_0^2 \widehat{V}^{(0)} + \widehat{V}^{(1)}
\end{bmatrix}.
$$

Записывая условие нетривиальности решений системы (11) – приравнивая определитель матрицы $\Re$ нулю, получаем дисперсионное уравнение.

Отметим особенности и преимущества численной реализации предложенного метода.

Из формул (12) видно, что от функции диэлектрического заполнения $\varepsilon(x, y)$ зависят только матрицы $Q^{(x)}$, $Q^{(y)}$ и $Q^{(z)}$, которые при этом не зависят ни от частоты, ни от значения продольной постоянного волнового числа β. В результате для сколь угодно сложной структуры (в предложенном методе нет никаких ограничений на характер диэлектрического заполнения) матрицы, входящие в (13), рассчитываются лишь единожды, а затем, при изменении частоты и продольного волнового числа β, они просто домножаются на k_0^2 и β^2. Это позволяет существенно сократить время расчета дисперсионных характеристик анализируемой структуры.

Все остальные матрицы в (13) не зависят ни от частоты, ни от структуры диэлектрического заполнения и определяются исключительно геометрией ограничивающей идеально проводящей поверхности (т. е., по сути, формой волновода сравнения). Это также позволяет вычислять их значения один раз и использовать при любых значениях частоты и продольного волнового числа.

Отмеченные особенности представленного метода обеспечивают его существенное преимущество в скорости расчетов по сравнению с методом частичных областей [5] или сеточными методами [6].

Практические результаты применения представленного подхода для частных случаев декартовых координат (при расчете планарных волноводов и прямоугольных волноводов со сложным диэлектрическим заполнением) и радиальных координат (при расчете круглых волноводов со сложным диэлектрическим заполнением) приведены в [7–10]. Все приведенные в указанных работах результаты свидетельствуют о работоспособности и эффективности представленного метода.

Заключение

В общей формулировке с использованием метода Галеркина представлен подход к расчету дисперсионных характеристик экранированных волноводов с произвольным диэлектрическим заполнением. Особенностью подхода является запись компонент поля в виде рядов по набору базисных функций, обладающих свойством полноты и удовлетворяющих граничным условиям на идеально проводящих границах волновода.

Список литературы

1. Маделунг Э. Математический аппарат физики. М.: Наука, 1961. 618 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1968. 624 с.
3. Никольский В.В., Никольская Т.И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М.: Наука, 1983. 304 с.
4. Ильинскиий А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. М.: Высшая школа, 1991. 224 с.
5. Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М.: Наука, 1986. 512 с.
6. Rahman B.M.A., Davies J.B. Finite-element analysis of optical and microwave waveguide problems // IEEE Trans. 1984. V. MTT-33. № 1. P. 20–28.
7. Агалаков А.Н., Раевский С.Б., Титаренко А.А. Спектральный метод расчета прямоугольных экранированных волноводов с произвольным анизотропным заполнением // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58. № 6. С. 1–11.
8. Раевский С.Б., Титаренко А.А. Решение внешней краевой задачи о распространении электромагнитных волн в направляющей диэлектрической структуре произвольного поперечного сечения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2009. Т. 49. № 12. С. 2201–2213.
9. Раевский С.Б., Титаренко А.А. Расчет открытых продольно-регулярных диэлектрических волноводов с произвольным поперечно-неоднородным сечением // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 11. С. 1285–1299.
10. Раевский С.Б., Титаренко А.А. Расчет дисперсии симметричных волн круглого волновода с произвольным заполнением // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2007. Т. 10. № 1. С. 89–94.

Calculation of dispersion characteristics of regular waveguide with arbitrary dielectric filling with spectral method

A.A. Titarenko

By the means of spectral method the universal algorithm of calculation of dispersion characteristics of regular waveguide with arbitrary dielectric filling is presented. The method is based upon presenting of guiding structure's fields as serial expansion of some basis functions, having completeness and satisfying boundary conditions of waveguide's boundary.

Keywords: spectral method, Galerkin method, arbitrary waveguides.