

Квантовые ограничения различимости сигналов

А.Л. Куракин

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН
117997, Российская Федерация, г. Москва
Нахимовский пр., 36

С учетом того, что из корпускулярного представления радиоволн следует, что достаточно малые локационные сигналы являются дискретными и могут пропадать полностью, предельная дальность локации имеет, таким образом, фундаментальные ограничения, не зависящие от уровня шума; при уровне средней энергии порядка единиц квантов дискретный сигнал подчиняется распределению Пуассона (которое объясняет мерцание целей на экранах локаторов), получены выражения необходимого времени для регистрации слабых сигналов и эффективности предельного обнаружения с учетом динамики объекта. Идентификация целей при таких сигналах является проблематичной ввиду равенства средних значений сигнала его вариации. Высказывается гипотеза, что аномальное влияние инфразвуков связано с явлением противоположного характера – с очень высокой концентрацией квантов при низких частотах излучаемых волн.

Ключевые слова: теоретический предел дальности, корпускулярный характер слабых сигналов, распределение Пуассона, мерцание, эффективность обнаружения объектов.

Введение

Пространственные пределы исследования и контроля (мониторинга окружающей среды) ограничены мощностью принимаемых сигналов. При использовании локационных методов зондирования мощность N_r принимаемого сигнала определяется известным соотношением локационной дальности (см., напр., [1–3]) вида

$$N_r = k \frac{N_t S}{4\pi R^2} \frac{s}{4\pi R^2}, \quad (1)$$

где k – коэффициент, включающий в себя параметры поглощения и рассеяния волн в среде, а также коэффициент усиления (направленности) антенны; N_t – мощность излучаемого сигнала; S – эффективная площадь приемной антенны; s – эффективная площадь отражения сигнала объектом; R – расстояние. Применительно к локаторам, работающим в импульсном режиме, соотношение локационной дальности имеет аналогичный вид

$$E_r = k \frac{E_t S}{4\pi R^2} \frac{s}{4\pi R^2}, \quad (2)$$

где E_t и E_r – энергии излучаемого и принимаемого импульсов.

Уменьшение уровня сигнала с четвертой степенью расстояния – причина серьезных пространственных ограничений возможности активного зондирования (локации) окружающей среды. Столь резкое снижение уровня сигнала с

расстоянием приводит к известным проблемам обнаружения сигнала на фоне шума (см., напр., [4]). Кроме того, в области достаточно высоких частот актуальным оказывается и квантовый (корпускулярный) характер излучений.

В соответствии с известным принципом квантово-волнового дуализма принимаемое отраженное излучение частоты f представляет собой поток квантов энергии $\varepsilon = hf$, где h – постоянная Планка ($h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с). При достаточно большом расстоянии (т. е. достаточном снижении энергетических характеристик принимаемого сигнала) и достаточно высокой частоте (т. е. достаточно высокой энергии кванта) поток квантов может стать прерывистым и слишком редким для того, чтобы уровень принимаемого сигнала можно было рассматривать как непрерывную величину. В случае импульсного излучения число квантов в принимаемых отраженных импульсах может становиться недостаточным (в том числе нулевым).

Следствиями такого рода дискретности малых отраженных сигналов являются:

1) существование предельной дальности локации, которая (для заданной энергетики и физических параметров объектов обнаружения) не может быть превышена в принципе, т. е. вне зависимости от уровня шума;

2) случайный характер уровня сигнала при дальности, близкой к предельной.

Более строгое обоснование такого подхода к анализу малых сигналов излагается в следующем разделе.

1. Анализ эффекта дискретизации

Представив излученный импульс в виде n квантов, где

$$n = \frac{E_t}{\varepsilon}, \quad (3)$$

будем полагать, что каждый излученный квант имеет некую вероятность p отразиться от объекта и вернуться в отраженном импульсе. Поскольку такая вероятность должна быть равна отношению E_r / E_t , то из исходного соотношения (2) следует выражение величины p в виде

$$p = k \frac{S}{4\pi R^2} \frac{s}{4\pi R^2}. \quad (4)$$

Интерпретация доли отраженной энергии как доли возвратившихся квантов означает, что количество вернувшихся квантов подчиняется закону биномиального распределения. То есть вероятность $P\{\mu = m\}$ того, что случайное число μ квантов в принятом импульсе равно m , должно быть представлено в виде

$$P\{\mu = m\} = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad (5)$$

где C_n^m – число сочетаний из n элементов по m , $q = 1 - p$.

Математическое ожидание (далее – МО) M_μ распределения (5) определяется известным соотношением

$$M_\mu = np, \quad (6)$$

а из сопоставления соотношений (2)–(4) следует равенство

$$M_\mu = \frac{E_r}{\varepsilon}, \quad (7)$$

позволяющее сделать такое уточнение, что E_r является *средней* энергией принимаемых импульсов.

Из выражения

$$D_\mu = npq \quad (8)$$

для дисперсии D_μ в нашем случае (т.е. при $p \ll 1$) следует практическое равенство между МО и дисперсией.

При имеющих место больших значениях n и $np \leq 10$ (условии малости сигнала) распределение (5) принято заменять распределением Пуассона, имеющим вид

$$P\{\mu = m\} = \frac{v^m e^{-v}}{m!}, \quad (9)$$

где $v = np$, причем

$$M_\mu = D_\mu = v = \frac{E_r}{\varepsilon}; \quad (10)$$

т.е. среднее число E_r / ε квантов в отраженном импульсе равно параметру v распределения Пуассона.

Распределение Пуассона для значений v : 0,01; 0,025; 0,1; 1; 3; 5; 10 представлено в таблице ниже.

Таким образом, случайный характер величины сигнала, соответствующей предельной дальности локации (при средних значениях $v = E_r / \varepsilon$ порядка 0,01 ÷ 10 квантов), описывается распределением Пуассона.

Представляющую особый интерес вероятность $P\{\mu = 0\} \equiv Q$ полного отсутствия отраженного сигнала легко выразить (через биномиальное представление) как

$$Q = (1 - p)^n \cong 1 - np, \quad (11)$$

а дополнительная вероятность $P \equiv 1 - Q$ (вероятность ненулевого сигнала) может быть представлена приближенным равенством вида

$$P \cong v; \quad (12)$$

причем выражения (11) и (12) справедливы при условии $v = np \ll 1$. Обратное условие, условие $v \gg 1$, характеризует уверенный прием.

Предельная дальность локации, соответствующая условию $v \sim 1$, может быть определена (из (2) и (10)) соотношением вида

$$k \frac{E_t S}{4\pi R^2} \frac{s}{4\pi R^2} \sim \varepsilon. \quad (13)$$

В тех случаях, когда для регистрации (приема) импульсам необходимо превышение некоторого порога, эквивалентного m квантам входного сигнала, вероятность $P\{\mu > m\}$ регистрации имеет вид равенства

$$P\{\mu > m\} = 1 - \sum_{j=0}^m \frac{v^j e^{-v}}{j!}, \quad (14)$$

пользуясь которым минимально достаточные значения $v = E_r / \varepsilon$ можно определять путем численных расчетов.

2. Обсуждение результатов

Дискретность малых электромагнитных сигналов (являющаяся следствием квантово-волнового дуализма) имеет своим результатом условие физической осуществимости в виде

$$k \frac{E_t S}{4\pi R^2} \frac{s}{4\pi R^2} \frac{1}{hf} = v > 1. \quad (15)$$

При этом дальность локации оказывается ограничена максимально возможным расстоянием R_{\max} , которое оценивается соотношением вида

$$R_{\max} \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{kSs \frac{E_t}{hf}} \quad (16)$$

и которое представляет собой фундаментальное ограничение для локоаторов, работающих в импульсном режиме.

Для локоаторов с непрерывным излучением оценка максимального расстояния может быть представлена в виде

$$R_{\max} \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{kSs \frac{N_t}{hf} \frac{1}{f_{tw}}}, \quad (17)$$

где f_{tw} – минимально допустимая частота мерцания точки (совокупности точек) изображения объекта.

Условие (15) использовалось при оптимизации лазерных дальномеров [5], у которых квантовая природа принимаемых сигналов очевидна, впрочем, уже из техники их приема (с помощью ФЭУ).

Мерцание изображений, наблюдаемых на предельной дальности локации (а также шумы в виде хаотических импульсов и щелчков, возникающие на выходе разного рода приемных устройств при отсутствии сигнала), автор статьи относит к подтверждениям квантовой природы радиосигналов.

В работе [6, с. 267 и далее] «мерцание целей» объясняется флуктуациями сигнала вследствие изменений ориентации наблюдаемых объектов, а также наложением полей от множества «светящихся точек». Известны также объяснения мерцания изображений интерференцией отраженных волн.

Между тем изображения и заведомо неподвижных объектов на экранах, например, гидролокаторов (работающих на неподвижных свайных основаниях) бывают также представлены мерцающими точками, свидетельствующими о прерывистости принимаемого сигнала.

Вероятностное представление величин предельно малых сигналов отражает известный факт их «размытости» без привлечения дополнительных соображений о присутствии шума.

Учитывая случайный характер сигнала (вместо случайного характера шума), нетрудно получить условия надежного обнаружения и надежного необнаружения объектов.

Выражение вероятности $P(l)$ регистрации сигнала (вероятности приема хотя бы одного импульса минимальной амплитуды) при подаче пачки из l зондирующих импульсов имеет вид

$$P(l) = 1 - \exp(-vl). \quad (18)$$

Для обнаружения объекта с заданной вероятностью P_d минимальное необходимое количество l_d (размер пачки) импульсов составляет

$$l_d = \frac{-\ln(1 - P_d)}{v} \quad (19)$$

(где $v = E_r / \varepsilon$).

Для того чтобы, напротив, объект остался незамеченным с вероятностью $1 - P_u$, достаточно, чтобы число импульсов в пачке не превысило величины

$$l_u = \frac{P_u}{v}. \quad (20)$$

Переход к соответствующим временам t_d и t_u экспозиции в локоаторах с непрерывным излучением осуществляется с учетом соотношения $t = l / F$, где F – частота следования локационных импульсов.

Задача о времени, достаточном для обнаружения объекта, может быть актуальна при учете его динамики. Если вероятность того, что объект сохранит свое местоположение в течение времени t , имеет распределение $P_p(t)$ вида

$$P_p(t) = \exp(-\rho t) \quad (21)$$

(здесь ρ – вероятность смены местоположения в единицу времени t), а распределение (18) также представить относительно времени

$$P_d(t) = 1 - \exp(-\eta t) \quad (22)$$

(где $\eta = v / F$), то вероятность обнаружения объекта во времени t (т. е. эффективность мониторинга [7; 8]) с учетом динамики объекта можно выразить в виде функции эффективности вида

$$P(t) = \frac{\eta}{\eta + \rho} [1 - \exp-(\eta + \rho)t], \quad (23)$$

где коэффициент $\eta / (\eta + \rho)$ представляет предельную (при $t \rightarrow \infty$) вероятность обнаружения.

Если энергия сигнала распределена по частоте f в соответствии с заданным частотным спектром $W(\omega)$ (где $\omega = 2\pi f$), то отношение $W(2\pi f) / (hf)$ представляет распределение квантов (чисел квантов в импульсе или квантов в секунду при непрерывном излучении) по частоте f . При этом частота f излучения импульсного локоатора фактически оказывается ограничена максимальным значением f_{\max} , определяемым из условия

$$\int_{f_{\max}}^{\infty} \frac{W(2\pi f)}{hf} df \sim 1, \quad (24)$$

означающего, что сигнал существует, пока в рассматриваемом диапазоне частот есть хотя бы один квант.

Функция $\varphi(f)$ плотности вероятностей распределения квантов спектра по частотам f излучений имеет вид

$$\varphi(f) = K \frac{W(2\pi f)}{hf}, \quad (25)$$

где K – нормировочный коэффициент, определяемый из соотношения

$$K = \frac{1}{\int_0^{\infty} [W(2\pi f) / hf] df}, \quad (26)$$

знаменатель которого представляет число квантов в локационном импульсе, имеющем заданный частотный спектр $W(2\pi f)$.

Очевидной проблемой обработки предельно малых сигналов (помимо их дискретности) является, по-видимому, и проблема классификации объектов. Соотношение (10) (являющееся фундаментальным свойством распределения Пуассона) говорит о том, что средний уровень принимаемого сигнала равен его вариации. Классификация целей при этом условии (т. е. при $E_r \sim \varepsilon$) представляется весьма проблематичной.

Помимо проблемы различимости сигналов ввиду малого числа квантов, дискретный анализ интенсивностей излучений может представить интерес и в прямо противоположных случаях очень большого количества квантов на

инфранизких частотах. Причем в случае звуковых волн концентрация квантов в потоке увеличивается еще и за счет уменьшения скорости распространения излучений (скорость звука в 10^6 раз меньше скорости света).

В связи с этими соображениями можно предложить такую гипотезу, что известные аномальные воздействия инфразвука на живые организмы обусловлены наличием колоссального количества квантов в зоне излучения.

Заключение

Таким образом, из корпускулярной интерпретации радиоволн следует существование теоретического предела различимости слабых сигналов в отсутствие шумов. По сути дела, это – предел существования малых волновых сигналов.

При средней энергии в пределах десяти квантов сигнал имеет случайный дискретный уровень, подчиняющийся распределению Пуассона. Соответственно, при средней энергии, составляющей долю кванта, эта доля равна вероятности существования сигнала как такового. Такой случайный характер наличия сигнала делает актуальными задачи как о надежности обнаружения объекта, так и о надежности необнаружения скрытого объекта.

Дискретным стохастическим характером малых волновых сигналов можно объяснить мерцание целей на экранах локаторов.

При заданном энергетическом спектре сигнала квантовое ограничение выражается в ограничении верхней частоты.

Таблица

Распределение Пуассона – вероятности значений m числа квантов при заданных средних интенсивностях ν сигнала

$m \setminus \nu$	0.01	0.025	0.1	1	3	5	10
0	0.99	0.975	0.905	0.368	0.05	$6.738 \cdot 10^{-3}$	$4.54 \cdot 10^{-5}$
1	$9.9 \cdot 10^{-3}$	0.024	0.09	0.368	0.149	0.034	$4.54 \cdot 10^{-4}$
2	$4.95 \cdot 10^{-5}$	$3.048 \cdot 10^{-4}$	$4.524 \cdot 10^{-3}$	0.184	0.224	0.084	$2.27 \cdot 10^{-3}$
3	$1.65 \cdot 10^{-7}$	$2.54 \cdot 10^{-6}$	$1.508 \cdot 10^{-4}$	0.061	0.224	0.14	$7.567 \cdot 10^{-3}$
4	$4.125 \cdot 10^{-10}$	$1.587 \cdot 10^{-8}$	$3.77 \cdot 10^{-6}$	0.015	0.168	0.175	0.019
5	$8.25 \cdot 10^{-13}$	$7.937 \cdot 10^{-11}$	$7.54 \cdot 10^{-8}$	$3.066 \cdot 10^{-3}$	0.101	0.175	0.038
6	$1.375 \cdot 10^{-15}$	$3.307 \cdot 10^{-13}$	$1.257 \cdot 10^{-9}$	$5.109 \cdot 10^{-4}$	0.05	0.146	0.063
7	$< 10^{-17}$	$1.181 \cdot 10^{-15}$	$1.795 \cdot 10^{-11}$	$7.299 \cdot 10^{-5}$	0.022	0.104	0.09
8	$< 10^{-17}$	$< 10^{-17}$	$2.244 \cdot 10^{-13}$	$9.124 \cdot 10^{-6}$	$8.102 \cdot 10^{-3}$	0.065	0.113

Список литературы

1. Максимальная дальность действия радиолокационной станции / пер. с англ. под ред. В.Ф. Высоцкого. М.: Советское радио, 1947. 68 с.
2. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования / В.С. Верба [и др.]; под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника, 2010. 680 с.
3. Справочник по радиолокации / под ред. М. Скольника (Нью-Йорк, 1970). / пер. с англ. (в четырех томах) под общей ред. К.Н. Трофимова. Т. 1 // Основы радиолокации / под ред. Я.С. Иццоки. М.: Сов. радио, 1976. 408 с.
4. Куликов Е.И., Трифионов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
5. Куракин А.Л. Оптимизация параметров лазерных дальномеров // Авиакосмическое приборостроение. 2009. № 6. С. 12–19.
6. Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М.: Советское радио, 1960. 448 с.
7. Куракин А.Л., Флейшман Б.С. Два варианта функции осуществимости // Автоматика. 1984. № 2. С. 81–82.
8. Куракин А.Л. Методы оценки эффективности автоматизированных систем сбора и обработки океанологической информации // Мониторинг океана. М.: ИОАН СССР, 1986. С. 67–82.

Quantum limitations of the signals distinguishability

A.L. Kurakin

From the corpuscular understanding of radio waves it follows that small enough location signals are discrete and may disappear completely. Maximum location distance has, therefore, the fundamental limitations, not depending on the noise level. By the signal mean energy level of the order of some units of quanta discrete signal complies to the Poisson distribution (what explains the target flashing on locators screens). Expressions are got for time necessary for weak signals registration and for detection effectiveness taking into account the dynamics of the object. Targets identification by such signals is problematic due to equality of the signals mean values and the signals variance. The hypothesis is suggested that infrasounds anomalous influence is connected with the opposite phenomenon, e. i. with a very high quanta concentration by low frequencies of waves.

Keywords: distance theoretical limit, corpuscular nature of small signals, Poisson distribution, scintillation, effectiveness of objects detection.
