Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.396

# Дифракционные характеристики линзы Люнеберга для поля круговой поляризации

Б.А. Панченко, Д.В. Денисов

Уральский технический институт связи и информатики (филиал) ФГОБУ ВПО «СибГУТИ» 620109, Российская Федерация, г. Екатеринбург

ул. Репина, 15

Получены расчетные диаграммы рассеянья по основной и кросс-поляризационной составляющим линзы Люнеберга при падении плоской волны с круговой поляризацией электромагнитного поля. В качестве модели линзы выбрана шестислойная диэлектрическая структура с изменяющимися значениями диэлектрической проницаемости отдельных слоев. Для нескольких размеров линзы получены коэффициенты рассеяния. Коэффициент поглощения получен на основе использования оптической теоремы. Определена доля мощности рассеянная полем кросс-поляризации. Ключевые слова: линза Люнеберга, поляризация, дифракция.

#### Введение

Антенные системы, построенные на базе линзы Люнеберга (ЛЛ), являются сравнительно новым типом направленных антенн. Основным преимуществом таких антенн становится возможность широкоугольного сканирования при фиксированном положении основного элемента конструкции тела линзы. Сканирование лучей осуществляется путем перемещения слабонаправленных облучателей по внешней поверхности линзы. Антенны на базе ЛЛ используются для военных целей и космической связи [1]. Чтобы линза фокусировала слабонаправленное излучение облучателя, коэффициент рефракции материала линзы должен удовлетворять следующему закону [2]:

$$n(r) = \sqrt{\varepsilon'(r)} = \sqrt{2 - (r/a)^2} = \sqrt{2 - \tilde{r}^2},$$
 (1)

где є' — относительная диэлектрическая проницаемость материала линзы в точке r; r — радиальная координата в сферической системе координат; a — внешний радиус линзы.

Технически линза реализуется в виде концентрических сферических слоев, для которых диэлектрическая проницаемость удовлетворяет условиям закона (1). На ряду с основным облучателем могут использоваться дополнительные источники излучения, удаленные от поверхности сферы, которые формируют диаграммы, используемые, например, для подавления организованной помехи или отражения от местных предметов на местности. В связи с этим представляет интерес дифракционная задача для ЛЛ.

В работе исследуются дифракционные характеристики ЛЛ при облучении электромагнитными волнами круговой поляризации. На ряду с диаграммами рассеяния и коэффициентами дифракции определяется коэффициент эффективности по основной поляризации («on»). Появление кросс-поляризации («кn») обусловлено наличием границ разделов слоев и кривизной поверхностей линзы.

# 1. Диаграммы рассеяния линзы при дифракции

Дифракционные характеристики ЛЛ для линейной поляризации поля исследовались ранее [3]. Поле источника, удаленного на бесконечность, формирует поле круговой поляризации. Задача решается в сферической системе координат, волна внешнего источника падает с направления  $\theta = 0$ ,  $\varphi = 0$ . Сторонний ток, который формирует падающее поле, имеет следующий вид:

$$\vec{I}_{on}^{e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha \vec{a}_{\theta} \pm \sqrt{1 - \alpha^{2}} \exp\left(j\psi\right) \vec{a}_{\phi} \right), \tag{2}$$

где  $0 \le \alpha \le 1; \psi$  – разность фаз между двумя ортогональными составляющими тока;  $\vec{a}_{\theta}, \vec{a}_{\phi}$  – единичные векторы в сферической системе координат.

При  $\alpha = 1 / \sqrt{2}$  и  $\psi = \pm \pi / 2$  формируется поле круговой поляризации правого и левого вращения.





Рис. 1. Диаграммы рассеяния для «оп» (a); фрагмент в увеличенном масштабе диаграммы рассеяния для «кп»(б)

Задача электромагнитного возбуждения удаленным источником решается с использованием тензорных функций Грина и методик, изложенных в [4]. Вектор напряженности электрического поля дифрагированной волны в случае поля круговой поляризации в дальней зоне определяется следующим образом:

$$\begin{split} \vec{E}\left(\theta\right) &= E_0 \, \frac{\exp\left(-ik_0 r\right)}{(k_0 r)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \exp\left(i\frac{\pi}{2}n\right) \times \\ &\times \exp\left(i\varphi\right) \left\langle [\vec{a}_{\theta} \tau_n(\theta) + i\vec{a}_{\varphi} \pi_n(\theta)] M_n - \right. \tag{3} \\ &- \left[\vec{a}_{\theta} \pi_n(\theta) + i\vec{a}_{\varphi} \tau_n(\theta)\right] N_n \right\rangle, \end{split}$$

где  $k_0 = 2\pi / \lambda$  – волновое число;

$$\tau_n(\theta) = \frac{\partial \mathbf{P}_n^1(\cos \theta)}{\partial \theta}, \quad \pi_n(\theta) = \frac{\mathbf{P}_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta};$$

 $P_n^1(\cos \theta)$  – функция Лежандра;

$$M'_{n} = \frac{i\bar{Z}_{n}(a)j_{n}(k_{0}a) - j_{n}(k_{0}a)}{i\tilde{Z}_{n}(a)h_{n}(k_{0}a) - h_{n}(k_{0}a)},$$
$$N'_{n} = \frac{i\tilde{\tilde{Y}}_{n}(a)j_{n}(k_{0}a) - j_{n}(k_{0}a)}{i\tilde{\tilde{Y}}_{n}(a)h_{n}(k_{0}a) - h_{n}(k_{0}a)}, \quad [4];$$

 $h_n(x), j_n(x)$  — сферические функции Бесселя — Рикатти [5];  $\tilde{\tilde{Z}}_n, \tilde{Y}_n(a)$  — ориентированные направленные импедансы и адмитансы, которые определяются последовательным пересчетом от внешней границы ЛЛ к центру через частичные области-слои по методике [4].

Поля «on» и «кn» определяются стандартным способом как скалярное произведение двух векторов. Поле основной поляризации определяется как

$$E_{on} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{E} (\vec{a}_{\theta} + j \vec{a}_{\varphi}). \tag{4}$$



Поле кросс поляризационной составляющей определяется как:

$$E_{\kappa n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{E} (\vec{a}_{\theta} - j\vec{a}_{\phi}).$$
<sup>(5)</sup>

Для определенности в качестве «on» выбрано поле правого вращения. Численные расчеты полей и дифракционных коэффициентов выполнены для шестислойной модели линзы. Относительная диэлектрическая проницаемость отдельных слоев выбирается для средней точки слоя в соответствии с формулой (1) при равношаговой аппроксимации ширины слоев. Диэлектрическая проницаемость материала слоев выбирается комплексной, что позволяет в дальнейшем учесть омические потери в линзе.

В качестве примера на рис. 1 в полярной системе координат приведены рассеянные поля «ол» и « $\kappa n$ » для  $k_0 a = 2\pi (2a = 2\lambda)$ . Поля на рис. 1, a и б имеют общую нормировку.

С увеличением радиуса линзы концентрация энергии в направлении  $\theta = 180^{\circ}$  увеличивается.

Для других диаметров линзы основные вторичные характеристики диаграммы направленности приведены ниже в табл. 1.

# 2. Дифракционные коэффициенты

Концентрированный эффект рассеяния электромагнитной волны при дифракции и доля омических потерь описываются квадратичными дифракционными коэффициентами. Перечислим основные дифракционные коэффициенты:

1)  $\sigma_s$  – коэффициент рассеяния, определяется отдельно для «ол» и «кл»:

$$\sigma_{s,on} = \frac{P_{on}}{\pi a^2 \left| \vec{\Pi}_i \right|}, \quad \sigma_{s,\kappa n} = \frac{P_{\kappa n}}{\pi a^2 \left| \vec{\Pi}_i \right|}, \tag{6}$$

где  $\pi a^2$  — площадь проекции препятствия на фронт набегающей волны;  $P_{on}$ ,  $P_{\kappa n}$  — мощность, рассеянная полем «on»- и «кn»-составляющих соответственно;  $\left|\vec{\Pi}_i\right| = \left|E_0\right|^2 / (2Z_0)$  — абсолютное значение действительной части вектора Пойнтинга падающей волны.

Методика получения расчетных формул для линейной поляризации падающего поля изложена в [4]. Аналогично получены формулы для случая круговой поляризации. Запишем общие коэффициенты рассеяния для «on»- и «кn»составляющих поля:

$$\sigma_{s,on}(\theta) = \frac{4}{(k_0 a)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left( \left| M_n \right|^2 + \left| N_n \right|^2 \right), \tag{7}$$

$$\sigma_{s,\kappa n}(\theta) = \frac{4}{(k_0 a)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left( \left| M_n \right|^2 - \left| N_n \right|^2 \right).$$
(8)

При выводе формул (7) и (8) использовалась ортогональность полиномов Лежандра и их производных. На рис. З приведены графики зависимости  $\sigma_{s,\kappa n}$  (показано пунктирной линией) и  $\sigma_{s,on}$  (показано сплошной линией) от размеров линзы  $k_0a$ ;

2)  $\sigma(\theta, \theta_i)$  – двухпозиционные коэффициенты рассеяния для «ол»- и «кл»-составляющих, которые характеризуют интенсивность рассеяния в определенных направлениях.

$$\sigma(\theta, \varphi; \theta_i, \varphi_i) = \lim_{r \to \infty} \left[ \left( \frac{2r}{a} \right)^2 \frac{\left| \vec{\Pi}_{s,on} \left( \theta, \varphi \right) \right|}{\left| \vec{\Pi}_i \left( \theta_i, \varphi_i \right) \right|} \right], \tag{9}$$



$$\sigma(\theta, \varphi; \theta_i, \varphi_i) = \lim_{r \to \infty} \left[ \left( \frac{2r}{a} \right)^2 \frac{\left| \vec{\Pi}_{s, \kappa n} \left( \theta, \varphi \right) \right|}{\left| \vec{\Pi}_i \left( \theta_i, \varphi_i \right) \right|} \right], \quad (10)$$

где  $\left|\vec{\Pi}_{s,on}\left(\theta,\phi\right)\right|$ ,  $\left|\vec{\Pi}_{s,\kappa n}\left(\theta,\phi\right)\right|$  – модуль вектора Пойнтинга рассеянной волны для угла  $\theta$ .

Запишем двухпозиционные коэффициенты рассеяния для случая круговой поляризации:

$$\sigma(\theta, \theta_i) = \frac{4}{(k_0 a)^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} (-1)^n \times \left( \left[ \tau_n(\theta) - \pi_n(\theta) \right] \cdot \left[ M_n + N_n \right] \right) \right|^2,$$

$$\sigma(\theta, \theta_i) = \frac{4}{(k_0 a)^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} (-1)^n \times \right(12)$$

$$\times \left\langle \left[ \tau_n(\theta) + \pi_n(\theta) \right] \cdot \left[ M_n - N_n \right] \right\rangle \right|^2;$$

 частными случаями двухпозиционных коэффициентов рассеяния являются радиолокационный σ(0,0) и попутный σ(π,0) коэффициенты рассеяния:

$$\sigma_{\kappa n, p a \partial}(\theta, \varphi; 0, 0) = = \frac{2}{(k_0 a)^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) [M_n - N_n] \right|^2,$$
(13)

 $\sigma_{on,nonym}(\theta,\phi;0,0) =$ 

$$= \frac{2}{(k_0 a)^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) [M_n + N_n] \right|^2.$$
(14)

Радиолокационный коэффициент рассеяния (в направлении падающей волы,  $\theta = 0$ ,  $\phi = 0$ ) равен нулю для «on»-составляющей и имеет максимальной значение для «кn». Для попутного коэффициента рассеяния (при  $\theta = \pi$ ,  $\phi = 0$ ) максимум излучения определяется только полем «on».



Ниже в табл. 2 приведены расчетные данные по радиолокационному и попутному коэффициентам рассеяния для трех радиусов линзы;

 4) σ<sub>a</sub> – коэффициент поглощения, определяется с использованием оптической теоремы [6]:

$$\sigma_a = \frac{P_a}{\pi a^2 \left| \Pi_i \right|},\tag{15}$$

где  $P_a$  — полная поглощенная препятствием мощность.

Коэффициент поглощения описывается следующей формулой [4]:

$$\begin{split} \sigma_{a}(a) &= \frac{2}{(k_{0}a)^{2}} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \times \\ &\times \operatorname{Re} \left\{ (-i) \left\langle \frac{i\tilde{Z}(a)}{\left| i\tilde{Z}(a)h_{n}^{(2)}(k_{0}a) - h_{n}^{(2)'}(k_{0}a) \right|^{2}} + \right. \end{split} \tag{16} \\ &+ \frac{1}{\left| i\tilde{\tilde{Y}}(a)h_{n}^{(2)}(k_{0}a) - h_{n}^{(2)'}(k_{0}a) \right|^{2}} \right\rangle \right\}. \end{split}$$

Ниже в табл. 3 показано влияние омических потерь материала линзы (Im  $\varepsilon$ ) на определенные выше коэффициенты рассеяния при радиусе

Таблица 1 Вторичные характеристики линзы для различных диаметров линзы  $k_0 a = 8\pi$ . Как видно из таблицы, основное влияние на уровень потерь в материале линзы, оказывает на  $\sigma_a$ .

## 3. Поляризационные потери

Потери на переизлучение, связанное с полем паразитной поляризации в некотором конусе углов  $\theta_0$  или во всем полупространстве, могут характеризоваться коэффициентом потерь  $\alpha$ , который определяется как отношение мощности, излученной полем « $\kappa n$ » к суммарной мощности, переизлученной рассеивателем:

$$\alpha = \frac{\sigma_{s,\kappa n}}{\sigma_{s,\kappa n} + \sigma_{s,on}}.$$
(17)

Поляризационная эффективность по «on»линзы  $\mu$  при этом определяется через коэффициент поляризационных потерь  $\mu = 1 - \alpha$ , на рис. 4 приведена зависимость изменения коэффициента поляризационных потерь  $\alpha$  от радиуса линзы  $k_0a$ .

Колебательный характер коэффициента α при больших значениях радиуса линзы обусловлен наличием большого количества боковых лепестков, что является следствием интерференции волн, переизлученных отдельными участками объемной структуры неоднородной линзы.

# Заключение

Показано, что многослойная линза Люнеберга при облучении падающей волной круговой поляризации может быть использована для эффективного формирования луча в попутном направлении с теневой стороны линзы. Дифракционный режим работы линзы может быть использован параллельно с антенным режимом. Дополнительные лучи могут быть использованы для подавления организованных помех или отражения от местных предметов.

$k_0 a$	2Δθ по 3 дБ	ψ1, дБ	$E_{\max \kappa n}, { m дB}$
2π	36°	-18	-28
4π	14°	-12	-30
8π	6°	-14	-32

Примечание:

2 $\Delta \theta$  – ширина диаграммы направленности;

ψ<sub>1</sub> – уровень первого бокового лепестка, дБ;

 $E_{\max \kappa n}$  — максимальный уровень «кn»-составляющей.

#### T.16, №4

### Таблица 2

Попутный и радиолокационный коэффициенты линзы

$k_0 a$	2π	4π	8π
σ <sub><i>nonym,on</i></sub> (θ), раз (дБ)	94,74 (19,8)	246,17 (23,9)	971,65 (29,9)
σ <sub>радиолокац,кп</sub> (θ), раз (дБ)	0,225 (-6,5)	0,15 (-8,3)	0,118 (-9,3)

#### Таблица 3

Влияние омических потерь на коэффициенты рассеяния

-Im ε' σ	0	0,01	0,1
$\sigma_{s,on},{ m pas}({ m gB})$	3,5 (5,5)	3 (4,7)	1,73 (2,38)
σ <sub>s,кп</sub> , раз (дБ)	0,013 (-18,8)	0,011 (-19,4)	-0,004 (-24,3)
σ <sub>a</sub> , раз (дБ)	0	0,128 (-8,9)	0,46 (-3,4)
σ <sub>попут,оп</sub> , раз (дБ)	971,6 (29,9)	967,7 (29,8)	941,3 (29,7)
σ <sub>радиолокац,кп</sub> , раз (дБ)	0,118 (-9,3)	0,111(-9,5)	0,087 (-10,6)

# Список литературы

- Design optimization of multishell Luneburg lenses / B. Fuchs [et al.] // IEEE Trans. AP. 2007. Vol. 55. № 2. P. 283-289.
- Luneberg R.K. The mathematical theory of optics. Providence: Brown University, 1944. 448 p.
- Панченко Б.А, Комарова Е.В. Дифракционные и антенные характеристики многослойной линзы Люнеберга.

Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. 108 c.

- Панченко Б.А. Рассеяние и поглощение электромагнитных волн неоднородными сферическими телами. М.: Радиотехника, 2013. 264 с.
- Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
- 6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.

# Luneberg lens dissipation properties for electromagnetic field of circular polarization

# B.A. Panchenko, D.V. Denisov

The calculated scattering diagram for main and cross-polarization components of Luneburg lens, when a plane wave with a circularly polarized electromagnetic field. As a model of the lens is selected from the six-layer structure of the dielectric permittivity values of the variable individual layers. For several sizes of lenses produced in the scattering coefficient. The absorption coefficient is obtained through the use of the optical theorem. Defined portion of the power dissipated field of cross-polarization.

Keywords: Luneberg lens, polarization, diffraction.

37