

## Точность определения координат целей в многопозиционных просветных радиолокационных системах с подвижными позициями

Р.С. Фадеев, А.В. Мякинъков, А.Г. Огурцов

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева  
603950, Российская Федерация, г. Нижний Новгород  
ул. Минина, 24

Получены оценки потенциальной точности определения координат целей в многопозиционных просветных радиолокационных системах с подвижными позициями. Рассмотрены два аналитических метода определения координат. Приведены результаты математического моделирования.

*Ключевые слова:* просветная радиолокационная система, подвижные позиции, метод максимального правдоподобия, итерационный алгоритм Гаусса – Ньютона, суммарно-дальномерный метод, разностно-дальномерный метод.

### Введение

Наиболее распространенным типом разработанных к настоящему времени просветных радиолокационных комплексов [1–4] является просветная радиолокационная система (РЛС) со стационарными разнесенными в пространстве передающей и приемной позициями. Эффективное обнаружение объекта при его движении между передатчиком и приемником обеспечивается за счет резкого увеличения рассеянного вперед теневого поля. При условии, что отношение длины волны к характерному размеру объекта  $\lambda/a$  существенно больше единицы, просветная эффективная площадь рассеяния (ЭПР) цели определяется только теневым силуэтом объекта [1; 2]. В качестве зондирующего сигнала в таких системах обычно используется непрерывный квазигармонический сигнал [2–5], что обусловлено простотой практической реализации передатчика и приемника, а также возможностью использования режима внешней когерентности. Поскольку в точке расположения приемной антенны интерференционный сигнал представляет собой сумму мощного прямого сигнала передатчика и рассеянного целью сигнала, то выделение доплеровского сигнала с частотой биений производится при помощи амплитудного детектора. Компенсация пассивных помех в просветных РЛС с непрерывным узкополосным сигналом производится за счет применения режек-

торного фильтра, подавляющего спектральные компоненты в окрестности нулевой частоты.

Одной из актуальных задач при проектировании является задача обеспечения быстрого развертывания просветного радиолокационного комплекса в том месте, где его применение необходимо в данный момент. Одним из вариантов решения данной задачи является размещение приемных и передающих позиций на борту беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), которые, передвигаясь в заданной области воздушного пространства, обеспечивали бы зону обнаружения необходимого размера и конфигурации. При этом достигается хорошая скрытность самой системы вследствие малой эффективной площади рассеяния (ЭПР) БПЛА. В [5] рассмотрены вопросы точности определения координат целей в бистатических просветных РЛС с подвижными позициями для случая, когда координаты цели определяются по измерениям частоты Доплера и угла прихода отраженного от цели сигнала.

При размещении позиций на подвижных носителях спектр пассивной помехи от местных предметов и подстилающей поверхности сдвигается за счет взаимного перемещения приемной и передающей антенн, причем для различных участков отражающей поверхности этот сдвиг оказывается различным. Для обеспечения возможности компенсации пассивных помех указанного типа РЛС должна обладать достаточно

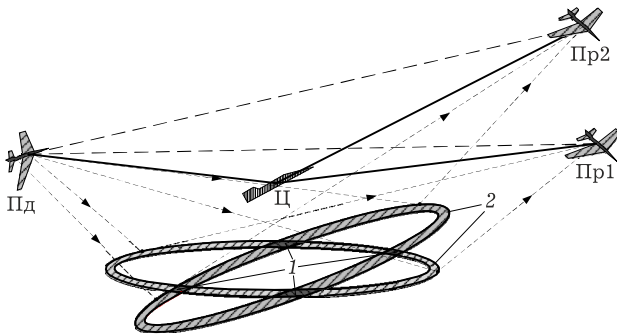


Рис. 1. Просветная РЛС с размещением позиций на БПЛА

высоким разрешением по задержке рассеянного сигнала, поэтому необходимо использовать широкополосный зондирующий сигнал. Анализ показывает, что при работе в диапазоне длин волн 0,5...1,0 м, оптимальном для обнаружения наиболее опасных аэродинамических целей [6; 7], ширина полосы сигнала для обеспечения необходимого разрешения по задержке должна составлять более 100 МГц.

Вследствие ограниченности геометрических размеров БПЛА в рассматриваемой системе предполагается использование слабонаправленных антенн, поэтому измерение угловых координат целей (азимута и угла места) не производится, а измеряемыми параметрами являются временные задержки сигналов. Таким образом, элементы разрешения отдельных позиций будут иметь вид эллипсов равных суммарных дальностей (рис. 1). На рис. 1 цифрой 1 обозначены элементы разрешения системы в целом, а цифрой 2 – элементы разрешения отдельных позиций.

Целью данной работы является оценка точности определения координат движущихся целей в многопозиционной просветной широкополосной РЛС с подвижными позициями по измерениям временных задержек рассеянных целями сигналов.

### 1. Геометрия системы

Будем полагать, что многопозиционная просветная РЛС с размещением позиций на борту БПЛА состоит из одной передающей позиции и трех приемных. На практике число передающих позиций может быть и больше. В этом случае необходимо обеспечивать отдельный прием сигналов, излученных разными передатчиками, каждой из приемных позиций. Таким образом, передающие позиции должны излучать ортогональные (или квази-ортогональные) сигналы.

Для упрощения анализа будем рассматривать двухкоординатную систему, в которой координаты

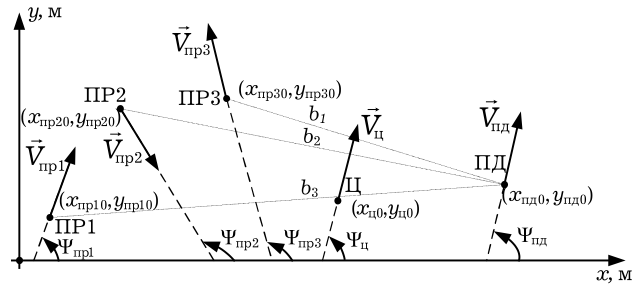


Рис. 2. Геометрия просветной системы с подвижными позициями

наты целей измеряются на плоскости. Геометрия системы представлена на рис. 2.

На рис. 2 обозначено: ПД – передающая позиция; ПР<sub>1</sub>...ПР<sub>3</sub> – приемные позиции; Ц – цель; b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, b<sub>3</sub> – линии базы; x<sub>ц0</sub>, y<sub>ц0</sub> – начальное положение цели, x<sub>пр10</sub>, y<sub>пр10</sub>, x<sub>пр20</sub>, y<sub>пр20</sub>, x<sub>пр30</sub>, y<sub>пр30</sub>, x<sub>пд0</sub>, y<sub>пд0</sub> – начальное положение позиций;  $\vec{V}_{ц}$ ,  $\vec{V}_{пр1}$ ,  $\vec{V}_{пр2}$ ,  $\vec{V}_{пр3}$ ,  $\vec{V}_{пд}$  – векторы скорости цели и позиций соответственно. Траектории приемников, передатчика и цели задаются углом наклона к оси абсцисс  $\Psi_{пр1...3}$ ,  $\Psi_{пд}$ ,  $\Psi_{ц}$ .

Рассмотрим случай, когда измеряемыми параметрами рассеянного целью сигнала являются суммарные дальности передатчик-цель-приемник  $l_{k,i}$  (где  $k \in [1, 3]$  – номер приемной позиции). Будем полагать, что цель движется по прямолинейной траектории. Связь между параметрами сигнала и параметрами траектории в декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$l_{k,i}(\vec{x}_n) = \sqrt{(x_i - x_{прk,i})^2 + (y_i - y_{прk,i})^2} + \sqrt{(x_{пдi} - x_i)^2 + (y_{пдi} - y_i)^2}, \tag{1}$$

где  $\vec{x}_n = [x_n, y_n]^T$  – вектор координат цели;  $x_{прk,i}$ ,  $y_{прk,i}$ ,  $x_{пдi}$ ,  $y_{пдi}$  – координаты позиций в  $i$ -й момент времени.

Полагаем, что имеется  $n$  последовательных измерений суммарных дальностей передатчик-цель-приемник  $l_{1,i}$ ,  $l_{2,i}$ ,  $l_{3,i}$  образующих вектор измерений:

$$\vec{l}_n = [\hat{l}_{11}, \hat{l}_{21}, \hat{l}_{31}, \hat{l}_{12}, \hat{l}_{22}, \hat{l}_{32}, \dots, \hat{l}_{1n}, \hat{l}_{2n}, \hat{l}_{3n}]^T = \vec{h}_n(\vec{x}_n) + \Delta\vec{l}_n, \tag{2}$$

где  $\vec{h}_n$  – нелинейная векторная функция, описываемая (1),  $\Delta\vec{l}_n$  – вектор ошибок измерений.

Будем считать, что ошибки измерения первичных параметров (суммарных дальностей) независимы для каждого момента времени и распределены по гауссовскому закону с известными дисперсиями  $\sigma_{l1}^2$ ,  $\sigma_{l2}^2$  и  $\sigma_{l3}^2$  соответственно, полагаемыми далее одинаковыми для всех мо-

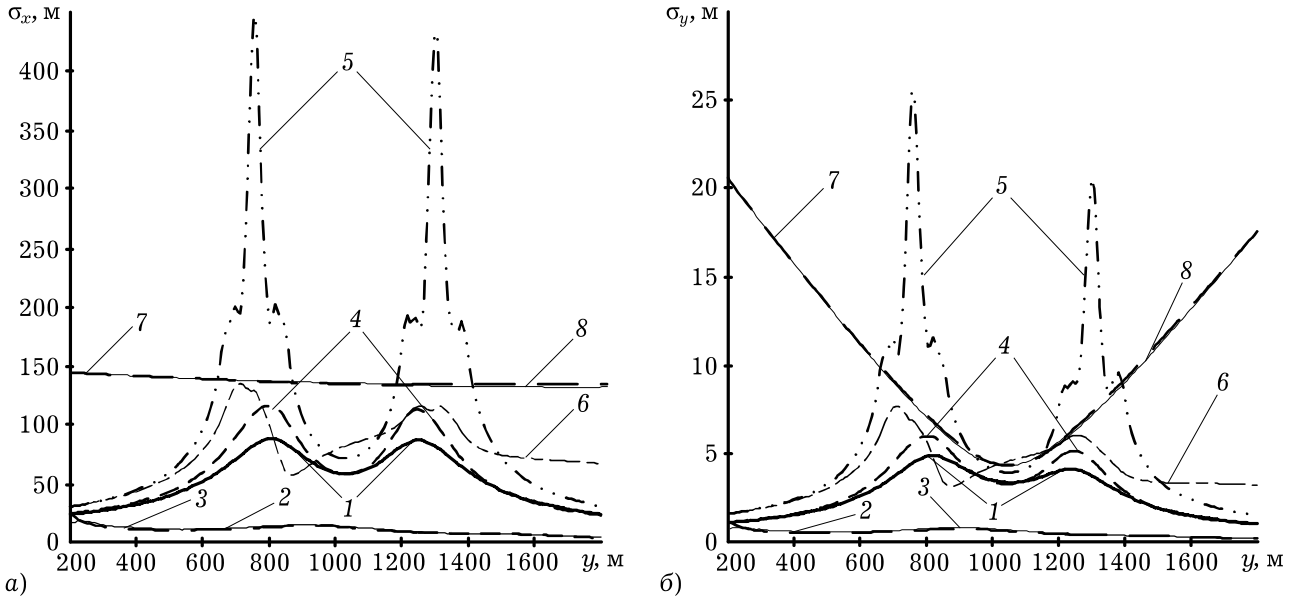


Рис. 3. Зависимость СКО ошибок определения координаты  $x$  и координаты  $y$  цели от координаты  $y$  местоположения цели

ментов времени. При этом считаем, что координаты приемника и передатчика в каждый момент времени точно известны. Для упрощения анализа мы не учитываем изменения амплитуды рассеянного целью сигнала, соответствующие изменению ЭПР цели в зависимости от текущего угла дифракции. Влияние этого фактора на точность измерения первичных параметров рассмотрено в [8], где описан алгоритм траекторной обработки с учетом изменения амплитуды отраженного от цели сигнала.

## 2. Точность определения координат

При использовании метода максимального правдоподобия потенциальная точность координат цели определяется информационной матрицей Фишера [9]. При определении координат по измерениям суммарных дальностей тремя приемными позициями элементы матрицы Фишера записываются в виде

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_{mk}(\bar{x}_n) &= -M \left\{ \frac{\partial^2 \ln p(\bar{l}_n | \bar{x}_n)}{\partial x_m \partial x_k} \right\} = \\
 &= \frac{1}{\sigma_{l1}^2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial l_{1,i}(\bar{x}_n)}{\partial x_m} \frac{\partial l_{1,i}(\bar{x}_n)}{\partial x_k} + \\
 &+ \frac{1}{\sigma_{l2}^2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial l_{2,i}(\bar{x}_n)}{\partial x_m} \frac{\partial l_{2,i}(\bar{x}_n)}{\partial x_k} + \\
 &+ \frac{1}{\sigma_{l3}^2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial l_{3,i}(\bar{x}_n)}{\partial x_m} \frac{\partial l_{3,i}(\bar{x}_n)}{\partial x_k},
 \end{aligned} \quad (3)$$

где  $p(\bar{l}_n | \bar{x}_n)$  – условная плотность вероятности вектора измерений  $\bar{l}_n$ ;  $x_m, x_k$  – элементы векто-

ра  $\bar{x}_n$ ;  $k, m \in [1, 2]$  ( $x_1 = x_n, x_2 = y_n$ );  $M\{\cdot\}$  – знак статистического усреднения.

Используя (3), можно найти дисперсии  $\sigma_{x,n}^2, \sigma_{y,n}^2$  ошибок определения параметров траектории как диагональные элементы матрицы, обратной матрице Фишера.

Все приведенные далее результаты расчетов и математического моделирования получены при следующих значениях параметров системы:  $b_1 = 9865$  м,  $b_2 = 9300$  м,  $b_3 = 9860$  м,  $\Psi_{\text{пр1}} = \Psi_{\text{пр2}} = \Psi_{\text{пр3}} = 60^\circ$ ,  $\Psi_{\text{ц}} = 90^\circ$ ,  $\Psi_{\text{пд}} = 120^\circ$ ,  $V_{\text{ц}} = 80$  м/с,  $V_{\text{пр1}} = V_{\text{пр2}} = V_{\text{пр3}} = V_{\text{пд}} = 10$  м/с. Начальное положение цели задавалось координатами влета в зону обнаружения:  $x_{\text{ц0}} = 5000$  м,  $y_{\text{ц0}} = 200$  м, начальное положение позиций:  $x_{\text{пр10}} = 150$  м,  $y_{\text{пр10}} = 500$  м,  $x_{\text{пр20}} = 70$  м,  $y_{\text{пр20}} = 1000$  м,  $x_{\text{пр30}} = 150$  м,  $y_{\text{пр30}} = 1500$  м,  $x_{\text{пд0}} = 10000$  м,  $y_{\text{пд0}} = 950$  м. Среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибок измерения суммарных дальностей полагали равными  $\sigma_l = 0,5$  м.

Кривыми 1 на рис. 3, а и б показаны зависимости СКО ошибок определения координаты  $x$  (рис. 3, а) и координаты  $y$  (рис. 3, б) цели от координаты  $y$  местоположения цели.

Расчет кривых 1 производился в предположении, что в каждой точке траектории движения цели учитывалось только одно измерение набора первичных параметров, т. е. в (3) сумма заменялась одним элементом. Рассмотрим зависимость ошибок от координаты  $y$ . Следует заметить, что для рассматриваемых траекторий движения цели рост координаты  $y$  соответствует увеличению времени наблюдения за целью.

Из графика 1 видно, что наблюдается резкий рост ошибок определения координат целей в моменты пересечения целью линий баз системы. Это обусловлено тем, что эллипс равной суммарной дальности в момент пересечения линии базы вырождается в прямую, что приводит к обращению в ноль производной суммарной дальности по координате  $x$ .

На рис. 3, а и б кривыми 2 показаны зависимости СКО ошибок определения координаты  $x$  (рис. 3, а) и координаты  $y$  (рис. 3, б) цели от координаты  $y$  местоположения цели для случая, когда расчет точности производился в предположении, что в каждой точке траектории движения цели учитывался вектор из  $n$  измерений, накопленных на момент оценивания (к концу наблюдения за целью число измерений  $n$  достигало двухсот).

Как видно из соответствующих рисунков, использование всех накопленных к текущему моменту измерений первичных параметров при наличии априорной информации о характере траектории движения цели позволяет существенно повысить точность определения координат.

Оценка точности определения координат методом максимального правдоподобия была получена по результатам математического моделирования. При использовании метода максимального правдоподобия оптимальная оценка вектора координат цели  $\hat{x}$  находится в соответствии с правилом [2–5]:

$$\hat{x} = \arg \min L_n(\bar{x}_n), \quad (4)$$

где  $L_n(\bar{x}_n) = [\bar{l}_n - \bar{h}_n(\bar{x}_n)]^T \mathbf{G}_n [\bar{l}_n - \bar{h}_n(\bar{x}_n)]$ ;  $\mathbf{G}_n$  – матрица, обратная априорно неизвестной корреляционной матрице ошибок первичных измерений.

Корреляционная матрица ошибок первичных измерений априорно неизвестна и должна оцениваться в процессе сопровождения цели. Наиболее просто корреляционная матрица ошибок измерения оценивается в предположении, что ошибки измерений первичных параметров  $l_{1,i}$ ,  $l_{2,i}$  и  $l_{3,i}$  независимы для каждого момента времени и между собой и распределены по гауссовскому закону с дисперсиями  $\sigma_{l1}^2$ ,  $\sigma_{l2}^2$  и  $\sigma_{l3}^2$ , одинаковыми для всех моментов времени. В этом случае элементы корреляционной матрицы ошибок первичных измерений могут быть найдены следующим образом [2; 4]:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{l1,n}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{l}_{1,i} - \tilde{l}_{1,i}(t_i))^2, \\ \hat{\sigma}_{l2,n}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{l}_{2,i} - \tilde{l}_{2,i}(t_i))^2, \\ \hat{\sigma}_{l3,n}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{l}_{3,i} - \tilde{l}_{3,i}(t_i))^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\tilde{l}_{1,i}(t_i)$ ,  $\tilde{l}_{2,i}(t_i)$ ,  $\tilde{l}_{3,i}(t_i)$  – сглаженные оценки первичных измерений. В случае принятой линейной модели движения цели изменение суммарной дальности происходит по закону, близкому к квадратичному. Поэтому квадратичное сглаживание измерений суммарных дальностей оказывается наиболее приемлемым.

Для решения задачи минимизации (4) был использован итерационный алгоритм Гаусса – Ньютона [2–5; 8]:

$$\begin{aligned} \hat{x}_n^{(i+1)} &= \\ &= \hat{x}_n^{(i)} + k(\mathbf{H}_n^T \mathbf{G}_n \mathbf{H}_n)^{-1} \mathbf{H}_n^T \mathbf{G}_n [\bar{l}_n - \bar{h}_n(\hat{x}_n^{(i)})], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\hat{x}_n^{(i)}$  – оценка вектора параметров на  $i$ -й итерации,  $\mathbf{H}_n = \partial \bar{h}_n(\bar{x}_n) / \partial \bar{x}_n \Big|_{\bar{x} = \hat{x}_n^{(i)}}$  – матрица производных;  $k$  – параметр, определяющий скорость сходимости.

Кривыми 3 рис. 3, а и б изображены зависимости СКО ошибок определения координаты  $x$  (рис. 3, а) и координаты  $y$  (рис. 3, б) цели от координаты  $y$  местоположения цели, полученные при использовании алгоритма Гаусса – Ньютона.

Оценки точности определения координат методом максимального правдоподобия по единичным измерениям суммарных дальностей также были получены методом математического моделирования. Для этого численным методом производилась максимизация двумерной условной плотности вероятности:

$$\begin{aligned} W(\hat{l}_{1,i}, \hat{l}_{2,i}) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{l1}^2}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_{l1}^2} (l_{1,i} - \hat{l}_{1,i}(x, y))^2\right] \times \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{l2}^2}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_{l2}^2} (l_{2,i} - \hat{l}_{2,i}(x, y))^2\right] \times \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{l3}^2}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_{l3}^2} (l_{3,i} - \hat{l}_{3,i}(x, y))^2\right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Считалось, что дисперсии ошибок измерения суммарных дальностей  $\sigma_{l1}^2$ ,  $\sigma_{l2}^2$ ,  $\sigma_{l3}^2$  точно извест-

ны. Кривыми 4 рис. 3, а и б изображены зависимости СКО ошибок определения координаты  $x$  (рис. 3, а) и координаты  $y$  (рис. 3, б) цели от координаты  $y$  местоположения цели, полученные данным методом.

Результаты математического моделирования (кривые 3 и 4) на рис. 3, а и б показывают, что точность оценивания координат, полученная методом математического моделирования, близка к потенциальной точности оценок максимального правдоподобия.

Практическая реализация алгоритма определения координат методом максимального правдоподобия требует достаточно много вычислительных ресурсов, особенно в многоцелевой ситуации при использовании вектора первичных измерений большого размера. Вместе с тем известны аналитические решения систем уравнений, соответствующих задаче о нахождении координат точки пересечения линий положения, которые записываются на основании (1) для случаев, когда измеряются суммарные дальности [10]. В случае непосредственного использования суммарных дальностей передатчик-цель-приемник(и) координаты цели могут быть определены суммарно-дальномерным методом, задача которого состоит в отыскании пересечения линий положения в виде эллипсов равной суммарной дальности. По вычисленным на приемной стороне разностям суммарных дальностей, координаты цели могут быть определены разностно-дальномерным методом. В этом случае линиями положения цели будут являться гиперболы. Точность определения координат целей двумя описанными выше аналитическими методами в системе с подвижными позициями была оценена методом математического моделирования. Статистику ошибок первичных измерений принимали гауссовской, усреднение проводили по 1000 независимых реализаций. СКО ошибок определения первичных параметров (суммарных дальностей) задавали равным  $\sigma_l = 0,5$  м.

На рис. 3, а и б кривыми 5 представлены зависимости СКО ошибок определения координаты  $x$  (рис. 3, а) и координаты  $y$  (рис. 3, б) цели, полученные суммарно-дальномерным методом от координаты  $y$  местоположения цели. На рис. 3, а и б кривыми 6 представлены зависимости СКО ошибок определения координаты  $x$  (рис. 3, а) и координаты  $y$  (рис. 3, б) цели, полученные разностно-дальномерным методом от координаты  $y$  местоположения цели.

Анализ графиков, приведенных на рис. 3, а и б, показывает, что точность определения координат суммарно-дальномерным методом близка к потенциальной точности для случая расчета потенциальной точности по первичным измерениям, полученным в один момент времени. В то же время точность определения координат разностно-дальномерным методом близка к потенциальной достижимой точности лишь на небольшом участке траектории движения цели вблизи линии базы, соединяющей передающую позицию с центральной приемной позицией.

Применение алгоритма полиномиального сглаживания траектории движения цели приводит к повышению точности оценки координат (что особенно заметно в случае использования суммарно-дальномерного метода), однако не позволяет достичь потенциальной точности, соответствующей оценкам максимального правдоподобия при оценивании координат по вектору первичных измерений.

## Заключение

Анализ точности определения координат целей по измерениям суммарных дальностей в широкополосных импульсных многопозиционных просветных РЛС, позиции которых размещаются на борту БПЛА, позволяет сделать вывод о том, что при использовании оптимального алгоритма траекторного сопровождения, построенного на основе метода максимального правдоподобия, ошибки определения координат составляют порядка нескольких десятков метров при расстояниях между позициями порядка 10 км. Такая точность достигается при использовании вектора первичных измерений, накопленных в процессе наблюдения за целью. При определении координат целей по единичным измерениям первичных параметров ошибки увеличиваются до 200...300 м. Некоторое снижение ошибок может быть достигнуто за счет полиномиального сглаживания оценок координат в скользящем окне. Характер зависимости ошибок определения координат от положения цели в зоне обнаружения имеет свои особенности для суммарно-дальномерного и разностно-дальномерного метода.

Результаты математического моделирования, полученные при помощи разработанных программных реализаций алгоритмов определения координат, хорошо согласуются с результатами теоретического анализа потенциальной точ-



ности. Таким образом, при практической реализации рассматриваемой системы может быть достигнута точность, близкая к потенциально достижимой точности оценок максимального правдоподобия.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-37-20383 мол\_а\_вед.*

### Список литературы

1. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. 416 с.
2. Blyakhman A.B., Myakinkov A.V., Kostylev V.I. Bistatic Radar: Principles and Practice / ed. by M. Cherniakov. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2007. 504 p.
3. Точность определения координат методом максимального правдоподобия при локации «на просвет» / А.Г. Рындук [и др.] // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 12. С. 1436–1440.
4. Бляхман А.Б., Мякинков А.В., Рындук А.Г. Измерение координат целей в трехкоординатных бистатических РЛС с обнаружением «на просвет» // Радиотехника и электроника. 2006. № 4. С. 422–427.
5. Определение координат целей в просветных радиолокационных системах с подвижными позициями / А.Б. Бляхман [и др.] // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53. № 3. С. 327–332.
6. Detection of unmanned aerial vehicles via multi-static forward scattering radar with airborne transmit positions / A.B. Blyakhman [et al.] // Proceedings of International Conference «International Radar 2014», Lille, France, 13–17 October 2014.
7. Возможности обнаружения и определения координат малозаметных целей многопозиционных радиолокационных системах с размещением позиций на борту беспилотных летательных аппаратов / Р.С. Фадеев [и др.] // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2014. № 6. С. 29–35.
8. Мякинков А.В. Оптимизация алгоритма траекторной обработки в бистатической просветной радиолокационной системе в условиях неравноточных первичных измерений // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. № 4. С. 69–75.
9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
10. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы / под ред. В.В. Цветнова. М.: Радио и связь, 1986. 264 с.

---

## The coordinate measurement accuracy in multi-static forward scattering radar with mobile positions

*R.S. Fadeyev, A.V. Myakinkov, A.G. Ogurtsov*

The estimations of potential coordinate measurement accuracy in multi-static forward scattering radar with mobile positions are obtained. The two analytical methods of coordinate measurement are considered. The mathematical modeling results are presented.

*Keywords:* forward scattering radar, mobile positions, maximum-likelihood method, Gauss-Newton iterative algorithm, summary-ranging method, difference-ranging method.

---