

**Перепутывание в двухкубитной системе,  
индуцированное одномодовым тепловым шумом,  
при наличии атомной когерентности**

*Е.К. Башкиров, М.С. Мастюгин*

Самарский государственный университет  
443011, Российская Федерация, г. Самара  
ул. Ак. Павлова, 1

В настоящей работе нами рассмотрено влияние начальной атомной когерентности на динамику перепутывания двух кубитов, один из которых находится в идеальном резонаторе и взаимодействует с модой теплового квантового электромагнитного поля, а второй вне резонатора. Показано, что атомная когерентность в такой модели может быть использована для эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов.

*Ключевые слова:* атомное перепутывание, тепловое поле, атомная когерентность.

### Введение

Перепутанные состояния в настоящее время являются фундаментом квантовой информатики, квантовой криптографии, квантовых коммуникаций и квантовых вычислений [1; 2]. Перепутанными или запутанными называются состояния составных систем, которые нельзя разделить на отдельные, полностью самостоятельные и независимые части. Квантовая запутанность возникает в системе, состоящей из двух и более взаимодействующих подсистем (или взаимодействовавших ранее, а затем разделенных), и представляет собой суперпозицию макроскопически различных состояний. В таких системах флуктуации отдельных частей взаимосвязаны, но не посредством обычных классических взаимодействий, ограниченных, например, скоростью света, а посредством нелокальных квантовых корреляций. В этом случае изменение одной части системы в тот же момент времени сказывается на остальных ее частях (даже если они разделены в пространстве, вплоть до бесконечно больших расстояний). Взаимодействие квантовых систем с окружением приводит к декогеренции, т. е. к разрушению суперпозиционного состояния в результате взаимодействия системы с окружающей средой. При этом уменьшается квантовая запутанность. В результате подсистемы начинают обособливаться, отделяться друг от друга, вплоть до полной независимости (се-

парабельности). Другой стороной процесса диссипации является возможность возрастания меры запутанности системы с окружением. Запутанность можно «концентрировать», увеличивать. Этот процесс называется рекогеренцией, или дистилляцией запутанности. Ряд работ в последнее время был посвящен исследованию возможности генерации перепутывания в атомных системах в резонаторах, индуцированного тепловым шумом. Идея о возможности возникновения перепутывания при взаимодействии атомов в резонаторах с тепловым полем принадлежит Питеру Найту с соавторами [3]. В целом интерес к атомам в резонаторах и ионам в оптических и магнитных ловушках обусловлен возможностью использования таких систем в качестве логических элементов квантовых компьютеров (кубитов). Для теоретического описания таких систем используется модель Джейнса – Каммингса и ее простейшие обобщения. Модель Джейнса – Каммингса и ее обобщения играют фундаментальную роль в квантовой оптике, поскольку позволяют описать все основные квантовые эффекты взаимодействия излучения с веществом. В частности, на примере двухатомной модели Джейнса – Каммингса можно исследовать особенности атомного перепутывания за счет взаимодействия атомов с различными бозонными полями. В последнее время интерес к одно- и двухатомным моделям особенно возрос в связи с их экспериментальной реализацией на атомах

и ионах в резонаторах и ловушках, индивидуальных молекулах в органических кристаллах, искусственных атомах на квантовых точках, сверхпроводящих системах [2]. В работе [3] впервые было показано, что перепутывание всегда возникает при взаимодействии произвольной системы с большим числом степеней свободы в смешанном состоянии и одиночного кубита в чистом состоянии, и общие результаты проиллюстрированы на примере модели Джейнса – Каммингса одиночного атома в чистом состоянии, взаимодействующего с модой теплового поля в идеальном резонаторе. В своей следующей работе Питер Найт с соавторами [4] показали, что одномодовый тепловой шум может также индуцировать атом-атомное перепутывание в системе двух двухуровневых атомов в идеальном резонаторе. Перепутывание в двухатомной системе с вырожденным двухфотонным взаимодействием, индуцированное одномодовым тепловым шумом, было рассмотрено в работе [5].

Как хорошо известно, диполь-дипольное взаимодействие атомных систем является естественным механизмом возникновения атомного перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия атомов, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой теплового поля в идеальном резонаторе как посредством однофотонных переходов [6], так и двухфотонных вырожденных [7] и невырожденных переходов [8–11]. Заметим, что атом-полевое перепутывание в таких моделях рассматривалось в наших работах [12; 13].

В работах [4–11] показаны двухатомные модели, в которых оба естественных или искусственных атома одновременно заперты в оптической ловушке. В то же время для практических применений в квантовой информатике часто необходимо перемещать атомы без потери квантовых корреляций между ними. Для реализации перепутывания атомов в таких условиях предложено большое число различных схем (см. ссылки в [14; 15]). В работах [14; 15] рассмотрена простая схема, в которой только один атом пойман в оптическую ловушку, а другой может перемещаться вне резонатора. При этом взаимодействие между атомами реализовано не за счет взаимодействия с общим полем, а благодаря прямому диполь-дипольному взаимодействию. При этом в качестве начального состояния поля рассмотрено состояние с определенным числом фотонов.

Однако генерации такого состояния резонаторного поля представляет собой существенную проблему. Поэтому представляет значительный интерес исследовать динамику перепутывания между атомами в рамках модели, рассмотренной в [14; 15], для теплового начального состояния резонаторного поля. В работах [16–19] показано, что начальная атомная когерентность может привести к заметному увеличению степени перепутывания атомов, взаимодействующих с тепловым полем в идеальном резонаторе. В настоящей работе нами исследовано влияние начальной атомной когерентности на динамику перепутывания двух идентичных атомов, один из которых заперт в резонаторе и взаимодействует с модой теплового поля, а другой может находиться вне резонатора. Заметим, что рассматриваемая в настоящей работе модель может быть естественным образом реализована также на двух сверхпроводящих джозефсоновских кубитах, один из которых взаимодействует со сверхпроводящим  $LC$ -контуром (электронным резонатором).

## 1. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных естественных или искусственных атома, один из которых резонансно взаимодействует с квантованным полем частоты  $\omega$  в одномодовом резонаторе. Второй атом находится вне резонатора. В случае если искусственные атомы представляют собой джозефсоновские сверхпроводящие кубиты, роль резонатора будет играть сверхпроводящий контур, в котором реализуются колебания электронной плотности. Будем также полагать, что атомы находятся на расстоянии, сравнимом с длиной волны излучения на их рабочих переходах. В этом случае необходимо учитывать прямое диполь-дипольное взаимодействие атомов. В результате гамильтониан модели может быть записан в виде

$$H = (1/2)\hbar\omega(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + \hbar\omega a^\dagger a + \hbar g(\sigma_1^+ a + a^\dagger \sigma_1^-) + \hbar J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+), \quad (1)$$

где  $(1/2)\sigma_i^z$  – оператор инверсии в  $i$ -м кубите ( $i = 1, 2$ ),  $\sigma_i^+ = |+\rangle_i \langle -|$  и  $\sigma_i^- = |-\rangle_i \langle +|$  – операторы переходов между возбужденным  $|+\rangle_i$  и основным состоянием  $|-\rangle_i$  в  $i$ -м искусственном атоме,  $a^\dagger$  и  $a$  – операторы рождения и уничтожения квантов поля резонатора (фотонов электромагнитного поля в случае реальных атомов и квантов колебаний электронной плотности

в случае сверхпроводящих кубитов),  $g$  – константа взаимодействия кубитов и одномодового квантованного поля резонатора и  $J$  – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов. Двухкубитная волновая функция может быть представлена в виде произведения  $|v_1, v_2\rangle = |v_1\rangle |v_2\rangle$ , где  $v_1, v_2 = +, -$ .

Выберем когерентные начальные состояния для кубитов вида

$$|\Psi_1(0)\rangle = \cos \theta_1 |+\rangle + e^{i\varphi_1} \sin \theta_1 |-\rangle,$$

$$|\Psi_2(0)\rangle = \cos \theta_2 |+\rangle + e^{i\varphi_2} \sin \theta_2 |-\rangle.$$

Здесь  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – амплитуды поляризованных кубитов,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – относительные фазы возбужденного и основного состояний кубита в когерентной суперпозиции. В результате начальную атомную матрицу плотности можно представить в виде

$$\rho_A(0) = |\Psi_1(0)\rangle |\Psi_2(0)\rangle \langle \Psi_1(0)| \langle \Psi_2(0)|. \quad (2)$$

Будем полагать также, что резонаторное поле в начальный момент находится в одномодовом тепловом состоянии

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|.$$

Здесь коэффициенты теплового распределения Бозе – Эйнштейна равны

$$p_n = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{n+1}},$$

где  $\bar{n}$  – среднее число «фотонов» в тепловой резонаторной моде

$$\bar{n} = (\exp[\hbar\omega / k_B T] - 1)^{-1},$$

$k_B$  – постоянная Больцмана и  $T$  – равновесная температура резонатора.

Тогда начальную матрицу плотности всей системы, включающей два кубита и моду теплового поля, можно представить в виде

$$\rho(0) = \rho_A(0)\rho_F(0) = \sum_n p_n |\Psi_1(0)\rangle \times \times |\Psi_2(0)\rangle \langle \Psi_1(0)| \langle \Psi_2(0)| |n\rangle \langle n|, \quad (3)$$

Прежде чем рассмотреть динамику системы для теплового состояния резонаторной моды, исследуем поведение модели в случае фоковского состояния поля. В этом случае в качестве базиса для записи временной волновой функции можно выбрать полный набор атом-полевых функций вида  $|-, -, n+2\rangle, |+, -, n+1\rangle, |-, +, n+1\rangle, |+, +, n\rangle$ . Найдем в указанном базисе собственные функции и собственные значения гамильтониана (1). Собственные функции можно представить в виде

$$|\Phi_{in}\rangle = C_{in}(X_{i1n} |-, -, n+2\rangle + X_{i2n} |+, -, n+1\rangle + X_{i3n} |-, +, n+1\rangle + X_{i4n} |+, +, n\rangle) \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (3)$$

Здесь

$$C_{in} = 1 / \sqrt{|X_{i1n}|^2 + |X_{i2n}|^2 + |X_{i3n}|^2 + |X_{i4n}|^2}$$

– нормировочные константы и

$$X_{11n} = \frac{(-1 + \alpha^2 + \eta_n) \xi_{1n}}{2\sqrt{2}\sqrt{1+n}\sqrt{2+n\alpha}}; \quad X_{12n} = \frac{1 + \alpha^2 - \chi_n}{2\sqrt{1+n\alpha}};$$

$$X_{13n} = -\frac{\sqrt{3+2n+\alpha^2-\chi_n}}{\sqrt{2}\sqrt{1+n}}; \quad X_{14n} = 1;$$

$$X_{21n} = -\frac{(-1 + \alpha^2 + \eta_n) \xi_{1n}}{2\sqrt{2}\sqrt{1+n}\sqrt{2+n\alpha}}; \quad X_{22n} = \frac{1 + \alpha^2 - \eta_n}{2\sqrt{1+n\alpha}};$$

$$X_{23n} = \frac{\sqrt{3+2n+\alpha^2-\chi_n}}{\sqrt{2}\sqrt{1+n}}; \quad X_{24n} = 1;$$

$$X_{31n} = \frac{(-1 + \alpha^2 - \eta_n) \xi_{2n}}{2\sqrt{2}\sqrt{1+n}\sqrt{2+n\alpha}}; \quad X_{32n} = \frac{1 + \alpha^2 + \eta_n}{2\sqrt{1+n\alpha}};$$

$$X_{33n} = -\frac{\sqrt{3+2n+\alpha^2+\chi_n}}{\sqrt{2}\sqrt{1+n}}; \quad X_{34n} = 1;$$

$$X_{41n} = \frac{(1 - \alpha^2 + \eta_n) \xi_{2n}}{2\sqrt{2}\sqrt{1+n}\sqrt{2+n\alpha}}; \quad X_{42n} = \frac{1 + \alpha^2 + \eta_n}{2\sqrt{1+n\alpha}};$$

$$X_{43n} = \frac{\xi_{2n}}{\sqrt{2}\sqrt{1+n}}; \quad X_{44n} = 1.$$

где

$$\xi_{1n} = \sqrt{3+2n+\alpha^2-\chi_n},$$

$$\xi_{2n} = \sqrt{3+2n+\alpha^2+\chi_n},$$

$$\chi_n = \sqrt{1+\alpha^2(6+4n+\alpha^2)},$$

$$\eta_n = \sqrt{1+(6+4n)\alpha^2+\alpha^4}.$$

Соответствующие собственные значения энергии есть

$$E_{1n} / \hbar = (n+1)\omega + \sqrt{A_n + B_n} / 2,$$

$$E_{2n} / \hbar = (n+1)\omega - \sqrt{A_n + B_n} / 2,$$

$$E_{3n} / \hbar = (n+1)\omega + \sqrt{A_n - B_n} / 2,$$

$$E_{4n} / \hbar = (n+1)\omega - \sqrt{A_n - B_n} / 2.$$

Здесь

$$A_n = 4n + 6 + 2\alpha^2,$$

$$B_n = 2\sqrt{4(n+1)\alpha^2 + (\alpha^2 + 1)},$$

где  $\alpha = J / g$ .

Для полного описания динамики модели мы должны рассмотреть также собственные значения и собственные функции гамильтониана (1) в базисе  $|-, -, 1\rangle, |+, -, 0\rangle, |-, +, 0\rangle$ :

$$|\varphi_1\rangle = (\alpha^2 / \Omega)[|-, -, 1\rangle - (1 / \alpha)|-, +, 0\rangle],$$

$$E_1 = 0;$$

$$|\varphi_2\rangle = (1 / \sqrt{2})[(1 / \Omega)|-, -, 1\rangle + |+, -, 0\rangle + (\alpha / \Omega)|-, +, 0\rangle],$$

$$E_2 / \hbar = \Omega;$$

$$|\varphi_3\rangle = (1 / \sqrt{2})[-(1 / \Omega)|-, -, 1\rangle + |+, -, 0\rangle - (\alpha / \Omega)|-, +, 0\rangle],$$

$$E_3 / \hbar = -\Omega,$$

где  $\Omega = \sqrt{1 + \alpha^2}$ .

Наконец, гамильтониан (1) имеет еще одну собственную функцию

$$|\varphi_0\rangle = |-, -, 0\rangle,$$

соответствующую энергии  $E_0 = -\hbar\omega$ .

Предположим, что изучаемая система в начальный момент времени приготовлена в состоянии  $|+, +, n\rangle$  ( $n \geq 0$ ), тогда в последующие моменты времени эволюция системы будет описываться волновой функцией вида

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{11,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{21,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{31,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{41,n}|+, +, n\rangle. \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Z_{11,n} &= e^{-iE_1 n t / \hbar} C_{1n} Y_{41n} X_{11n} + \\ &+ e^{-iE_2 n t / \hbar} C_{2n} Y_{42n} X_{21n} + \\ &+ e^{-iE_3 n t / \hbar} C_{3n} Y_{43n} X_{31n} + \\ &+ e^{-iE_4 n t / \hbar} C_{4n} Y_{44n} X_{41n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{21,n} &= e^{-iE_1 n t / \hbar} C_{1n} Y_{41n} X_{12n} + \\ &+ e^{-iE_2 n t / \hbar} C_{2n} Y_{42n} X_{22n} + \\ &+ e^{-iE_3 n t / \hbar} C_{3n} Y_{43n} X_{32n} + \\ &+ e^{-iE_4 n t / \hbar} C_{4n} Y_{44n} X_{42n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{31,n} &= e^{-iE_1 n t / \hbar} C_{1n} Y_{41n} X_{13n} + \\ &+ e^{-iE_2 n t / \hbar} C_{2n} Y_{42n} X_{23n} + \\ &+ e^{-iE_3 n t / \hbar} C_{3n} Y_{43n} X_{33n} + \\ &+ e^{-iE_4 n t / \hbar} C_{4n} Y_{44n} X_{43n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{41,n} &= e^{-iE_1 n t / \hbar} C_{1n} Y_{41n} X_{14n} + \\ &+ e^{-iE_2 n t / \hbar} C_{2n} Y_{42n} X_{24n} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ e^{-iE_3 n t / \hbar} C_{3n} Y_{43n} X_{34n} + \\ &+ e^{-iE_4 n t / \hbar} C_{4n} Y_{44n} X_{44n}, \end{aligned}$$

где  $Y_{ijn} = C_{jn} X_{jin}^*$ .

Аналогично, если рассматриваемая система в начальный момент времени находилась в состоянии  $|+, -, n+1\rangle$  ( $n \geq 0$ ), то в моменты времени  $t$  ее волновую функцию можно записать как

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{12,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{22,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{32,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{42,n}|+, +, n\rangle, \quad (6)$$

где явный вид коэффициентов  $Z_{i2,n}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) может быть записан в виде (5) при замене везде  $Y_{4jn}$  на  $Y_{2jn}$ . Если же начальное состояние полной системы есть  $|+, -, 0\rangle$ , то временная волновая функция запишется как

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{12}|-, -, 1\rangle + Z_{22}|+, -, 0\rangle + Z_{32}|-, +, 0\rangle, \quad (7)$$

где

$$Z_{12} = -\frac{i}{\Omega} \sin \Omega t,$$

$$Z_{22} = \cos \Omega t,$$

$$Z_{32} = -\frac{i\alpha}{\Omega} \sin \Omega t.$$

Для начального состояния  $|-, +, n+1\rangle$  ( $n \geq 0$ ) временная волновая функция может быть представлена как

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{13,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{23,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{33,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{43,n}|+, +, n\rangle. \quad (8)$$

Здесь коэффициенты  $Z_{i3,n}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) имеют вид (5) при замене везде  $Y_{4jn}$  на  $Y_{3jn}$ .

Для начального состояния  $|-, +, 0\rangle$  динамика системы описывается волновой функцией

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{13}|-, -, 1\rangle + Z_{23}|+, -, 0\rangle + Z_{33}|-, +, 0\rangle, \quad (9)$$

где

$$Z_{13} = -\frac{\alpha}{\Omega^2} (\cos \Omega t - 1),$$

$$Z_{23} = -\frac{i\alpha}{\Omega} \sin \Omega t,$$

$$Z_{33} = -\frac{1}{\Omega^2} (1 + \alpha^2 \cos \Omega t).$$

В случае когда в начальный момент полная система приготовлена в состоянии  $|-, -, n+2\rangle$  ( $n \geq 0$ ), временная волновая функция может быть представлена в виде

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{14,n} |-, -, n+2\rangle + Z_{24,n} |+, -, n+1\rangle + Z_{34,n} |-, +, n+1\rangle + Z_{44,n} |+, +, n\rangle. \quad (10)$$

Здесь коэффициенты  $Z_{i4,n}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) имеют вид (5) при замене везде  $Y_{4jn}$  на  $Y_{1jn}$ .

Начальное состояние  $|-, -, 1\rangle$  эволюционирует так, что

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{14} |-, -, 1\rangle + Z_{24} |+, -, 0\rangle + Z_{34} |-, +, 0\rangle, \quad (11)$$

где

$$Z_{13} = \frac{1}{\Omega} (\alpha^2 + \cos \Omega t),$$

$$Z_{23} = -\frac{i}{\Omega} \sin \Omega t,$$

$$Z_{33} = -\frac{\alpha}{\Omega^2} (1 - \cos \Omega t).$$

Наконец, для начального состояния  $|-, -, 0\rangle$  в последующие моменты времени имеем

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\hbar\omega t} |-, -, 0\rangle. \quad (12)$$

Теперь мы можем вернуться к рассмотрению динамики системы для теплового состояния поля и когерентных состояний кубитов. Если начальное состояние системы выбрано в виде (2), то, используя полученные ранее соотношения (4)–(12), мы можем получить временную зависимость полной матрицы плотности от времени. Усредняя найденную матрицу плотности по полевому переменным, мы можем получить редуцированную атомную матрицу плотности двух кубитов в виде

$$\rho_A(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ * & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{13} & * & \rho_{33} & \rho_{34} \\ * & * & * & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Явный вид элементов редуцированной матрицы плотности не приведен в настоящей статье ввиду ее громоздкости.

Для определения степени атом-атомного перепутывания воспользуемся параметром Переса-Хородецких, который определим как

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (13)$$

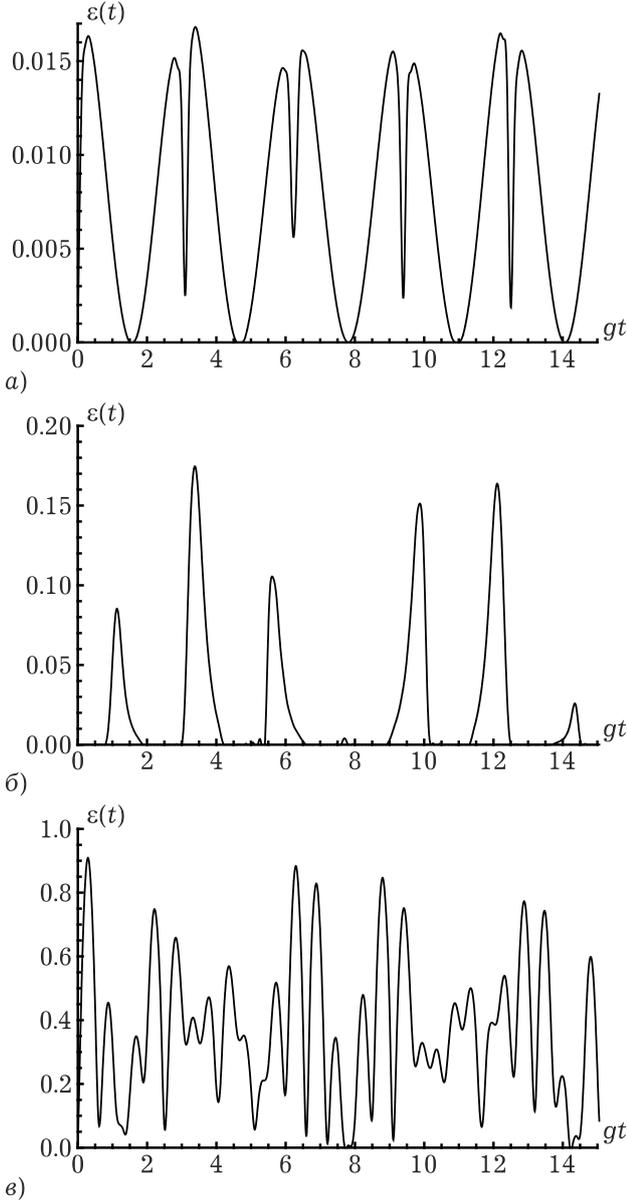
где  $\mu_i^-$  – отрицательные собственные значения транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности  $\rho_A^T$ , которая для двухкубитной системы с атомной матрицей плотности (13) может быть представлена в виде

$$\rho_A^T(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13}^* & \rho_{23}^* \\ \rho_{12}^* & \rho_{22} & \rho_{14}^* & \rho_{24}^* \\ \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{34}^* & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Отсутствие у частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности (14) отрицательных собственных значений означает, что атомы в любой момент времени остаются перепутанными, в этом случае полагают  $\varepsilon = 0$ . Для случая  $\varepsilon > 0$  атомы находятся в перепутанном состоянии. Для максимально перепутанного состояния  $\varepsilon = 1$ .

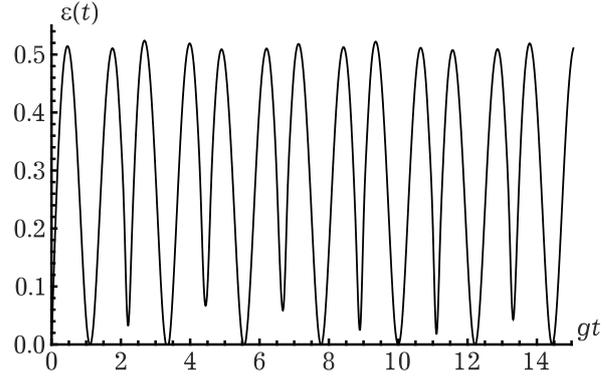
## 2. Результаты

Нами проведено численное моделирование параметра перепутывания атомов для различных параметров модели. На рис. 1–3 показаны результаты численного моделирования временной зависимости критерия Переса-Хородецких (13) для различных значений параметров модели. На рис. 1 представлена динамика атом-атомного перепутывания для различных начальных когерентных и некогерентных состояний кубита в случае низких температур резонатора ( $\bar{n} = 0, 01$ ). Параметр интенсивности дипольного взаимодействия  $\alpha = 0, 1$ . Из рисунка хорошо видно, что наличие начальной атомной когерентности приводит к значительному увеличению степени перепутывания кубитов. Еще одной интересной особенностью рассматриваемой модели является возникновение перепутывания для начального состояния, в котором оба кубита возбуждены. Для моделей, в которых оба кубита одновременно заперты в резонаторе и взаимодействуют с полем, такое начальное состояние не порождает перепутанности кубитов для любых типов разрешенных переходов [4–18]. С увеличением интенсивности диполь-дипольного взаимодействия максимальная степень атомного перепутывания существенно возрастает только для некогерентных начальных состояний поля. На рис. 2 показана временная зависимость параметра перепутывания (13) для модели с  $\bar{n} = 0, 01$  и  $\alpha = 1$  в случае начального атомного состояния вида  $|+, -\rangle$ . Сравнивая рис. 2 и рис. 1, а, можно отметить, что для начального атомного состояния  $|+, -\rangle$  увеличение интенсивности диполь-дипольного взаимодействия на порядок приводит к увеличению максимальной степени атомного перепутывания на два порядка. Исследование зависи-

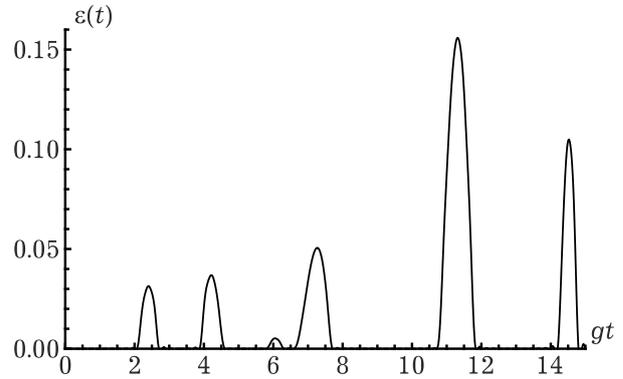


**Рис. 1.** Временная зависимость параметра перепутывания (13) для модели с  $\bar{n} = 0.01$  и  $\alpha = 0.1$ . Начальные атомные состояния:  $|+, -\rangle$  (а),  $|+, +\rangle$  (б) и  $|\Psi(0)\rangle_{A_1} = (1/\sqrt{2})(|+\rangle + |-\rangle)$ ,  $|\Psi(0)\rangle_{A_2} = (1/\sqrt{2})(|+\rangle - |-\rangle)$  (в)

мости параметра перепутывания от интенсивности теплового поля показывает, что увеличение среднего числа фотонов в резонаторной моде приводит к резкой деградации степени атомного перепутывания для когерентных начальных состояний кубитов (для средних чисел фотонов  $\bar{n} > 3$  перепутывание кубитов не возникает) и достаточно медленному уменьшению степени перепутывания для некогерентных состояний. На рис. 3 показана временная зависимость параметра перепутывания для модели с  $\bar{n} = 10$  и  $\alpha = 1$  и начального состояния кубитов  $|+, -\rangle$ . Для моделей, в которых оба атома заперты в резонаторе, зависимость степени перепутывания от



**Рис. 2.** Временная зависимость параметра перепутывания (13) для модели с  $\bar{n} = 0.01$  и  $\alpha = 1$ . Начальное атомное состояние  $|+, -\rangle$



**Рис. 3.** Временная зависимость параметра перепутывания (13) для модели с  $\bar{n} = 10$  и  $\alpha = 1$ . Начальное атомное состояние  $|+, -\rangle$

интенсивности тепловой моды принципиально иная. В таких моделях перепутывание кубитов в случае интенсивного теплового поля сохраняется только для когерентных состояний атомов.

В результате мы можем заключить, что для рассматриваемой модели использование когерентных начальных атомных состояний позволяет добиться значительной степени атомного перепутывания в процессе эволюции рассматриваемой системы за счет диполь-дипольного взаимодействия в случае малых температур резонатора.

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе нами исследована простая двухкубитная схема, в которой только один из кубитов заперт в резонаторе и взаимодействует с тепловым полем, позволяющая получить перепутанные состояния двух кубитов, находящиеся первоначально как в некогерентных, так и когерентных состояниях. Показано, что при наличии начальной атомной когерентности в модели возможна генерация высокой степени атом-атомного перепутыва-

ния. Это означает, что атомная когерентность в такой модели может быть использована для эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов.

При описании динамики перепутывания кубитов важен также учет диссипативных процессов, возникающих за счет взаимодействия кубитов с окружением. Такие взаимодействия приводят к распаду квантовых корреляций между кубитами. Учет влияния окружения на динамику перепутывания кубитов, оценка времени декогеренции и других механизмов контроля в рамках рассмотренной в настоящей работе модели будет предметом нашей следующей работы. Метод вывода управляющих уравнений для редуцированной матрицы плотности моделей, аналогичных рассмотренной в настоящей работе, предложен ранее в наших работах [20–22].

*Работа выполнена в рамках госзадания Министрства образования и науки Российской Федерации № 1394.*

### Список литературы

- Schumacker D., Westmoreland M.D. Quantum Processes, Systems, and Information. New York: Cambridge University Press, 2010. 469 p.
- Haroche S., Raimond J.-M. Exploring the Quantum. Atoms, Cavities and Photons. New York: Oxford University Press, 2006. 606 p.
- Subsystem purity as an enforcer of entanglement / S. Bose [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 050401.
- Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim [et al.] // Phys. Rev. 2002. Vol. A65. P. 040101.
- Zhou L., Song H.S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. 2002. Vol. B4. P. 425–429.
- The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar [et al.] // J. Opt. 2005. Vol. B7. P. S769–771.
- The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms interacting with a thermal field via two-photon process / X-P Liao [et al.] // Chin. Physics. 2008. Vol. B17. № 6. P. 2137–2142.
- Башкиров Е.К., Ступацкая М.П. Перепутывание двух атомов, взаимодействующих с тепловым электромагнитным полем // Компьютерная оптика. 2011. Т. 35. № 2. С. 243–249.
- Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику перепутанных сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с тепловым полем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16. № 2. С. 19–24.
- Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Перепутывание двух сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37. № 3. С. 278–285.
- Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. The dynamics of entanglement in two-atom Tavis-Cummings model with non-degenerate two-photon transitions for four-qubits initial atom-field entangled states // Optics Communications. 2014. V. 313. P. 170–174.
- Bashkirov E.K. Entanglement in the degenerate two-photon Tavis-Cummings model // Physica. Scripta. 2010. V. 82. P. 015401.
- Bashkirov E.K., Rusakova M.S. Entanglement for two-atom Tavis-Cummings model with degenerate two-photon transitions in the presence of the Stark shift // Optik. 2012. V. 123. № 18. P. 1694–1699.
- Guo Y.Q., Cao H.J., Song H.S. Field tuned atom-atom entanglement via dipole-dipole interaction // ArXiv/quant-ph0509142. 2005. P. 1–7.
- Башкиров Е.К., Литвинова Д.В. Перепутывание кубитов при наличии атомной когерентности // Компьютерная оптика. 2014. Т. 38. № 4. С. 663–669.
- Hu Y.H., Fang M.F., Wu Q. Atomic coherence control on the entanglement of two atoms in two-photon processes // Chinese Physics. 2007. V. B16. P. 2407–2414.
- Hu H., Fang M.F. Coherence-enhanced entanglement induced by a two-mode thermal field // Communications in Theoretical Physics. 2010. V. 54. P. 421–426.
- Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на перепутывание двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами // Оптика и спектроскопия. 2014. Т. 116. № 4. С. 160–165.
- Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. The influence of atomic coherence and dipole-dipole interaction on entanglement of two qubits with nondegenerate two-photon transitions // Pramana – Journal of Physics. 2015. V. 84. P. 127–135.
- Башкиров Е.К., Мангулова Е.Г. Динамика двух двухуровневых атомов в неидеальном резонаторе // Известия РАН. Серия физическая. 2000. Т. 64. № 10. С. 2075–2079.
- Башкиров Е.К. Спонтанное излучение двух трехуровневых атомов в неидеальном резонаторе // Известия РАН. Серия физическая. 2004. Т. 68. № 9. С. 1292–1295.
- Bashkirov E.K. Dynamics of phonon mode in superradiance regime of laser cooling of crystals // Physics Letters A. 2005. V. 341. P. 345–351.

## Entanglement for two qubits induced by one-mode thermal field in the presence of the atomic coherence

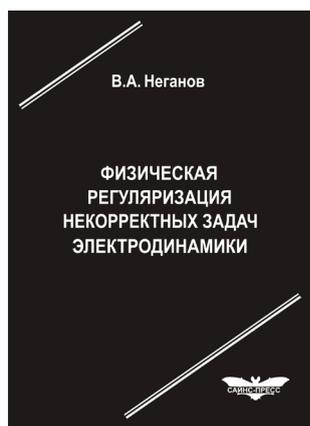
*E.K. Bashkirov, M.S. Mastyugin*

In the present paper we have considered the influence of the initial atomic coherence on entanglement dynamics of two qubits one of which is trapped in a lossless cavity and interacts with single-mode thermal field, and the other one can be spatially moved freely outside the cavity. We have shown that the atomic coherence in the model under the consideration can be used for effective control on the degree of the entanglement of qubits.

*Keywords:* atomic entanglement, thermal field, atomic coherence.

**Неганов, В.А.**

**Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: «САЙНС-ПРЕСС», 2008. – 432 с., 122 ил.**



**ISBN 978-5-88070-161-2**

УДК 537.87

ББК 32.84

Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряжениями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

*Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.*