

Операция перестановки и ее применение для исследования радиотехнических устройств и систем

А.И. Тяжев

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

В статье рассмотрен метод перестановки, который позволяет значительно упростить анализ процессов, происходящих в различных цепях, элементах и блоках, входящих в состав радиотехнических устройств и систем. В статье приведены условия и ограничения метода перестановки, а также описан пример применения этого метода для исследования цифрового амплитудного детектора.

Ключевые слова: операция перестановки, анализ процессов, радиотехнические устройства и системы, цифровой амплитудный детектор.

Введение

Структурные схемы многих радиотехнических устройств и систем, как правило, представляют собой каскадное соединение различных элементов, цепей, узлов или блоков. Для анализа происходящих в них процессов в данной статье предлагается метод перестановки. Суть его состоит в том, что в структурной схеме радиотехнического устройства или системы осуществляется перестановка местами двух элементов, цепей, узлов или блоков таким образом, чтобы результат преобразований в схеме от этой перестановки не изменился. Конечно, не для всех элементов, цепей, узлов или блоков можно осуществить операцию перестановки.

В таблице 1 приведены цепи, элементы, узлы и блоки, для которых операция перестановки применима, а также ограничения для ее применения.

1. Возможности и условия применения операции перестановки в различных цепях

Докажем возможности, условия и ограничения применения операции перестановки для указанных в таблице 1 цепей, узлов и блоков в приведенной в этой таблице последовательности.

1. Аналоговые цепи описываются передаточной функцией $W(p) = Y(p) / X(p)$, равной отношению

преобразования Лапласа $Y(p)$ выходного сигнала $y(t)$ к преобразованию Лапласа $X(p)$ входного сигнала $x(t)$, где p – комплексная переменная. Если два четырехполюсника с передаточными функциями $W_1(p)$ и $W_2(p)$ независимы, то их результирующая передаточная функция будет равна произведению $W_1(p)$ и $W_2(p)$ не изменится при перестановке сомножителей $W_1(p)$ и $W_2(p)$, т.е.

$$W_1(p)W_2(p) = W_2(p)W_1(p). \quad (1)$$

2. Аналогичная ситуация имеет место при перестановке двух дискретных или цифровых линейных цепей, описываемых системными функциями $H_1(z)$ и $H_2(z)$:

$$H_1(z)H_2(z) = H_2(z)H_1(z). \quad (2)$$

3. В линейной безынерционной параметрической цепи нет реактивных элементов. В этой цепи связь между выходным $y(t)$ и входным $x(t)$ сигналами зависит от коэффициента передачи цепи $K(t)$ и определяется по формуле:

$$y(t) = K(t)x(t). \quad (3)$$

При каскадном соединении двух независимых безынерционных параметрических цепей с коэффициентами передачи $K_1(t)$ и $K_2(t)$ также выполняется равенство:

$$K_1(t)K_2(t) = K_2(t)K_1(t), \quad (4)$$

поэтому и для них применима операция перестановки.

4. В дискретизаторе аналоговый сигнал $x(t)$ превращается в дискретный сигнал $x(n)$ (его

также называют дискретизированным или цифровым), где $n = 1, 2, 3 \dots$ – номера отсчетов дискретизированного во времени сигнала $x(n)$, следующего с периодом дискретизации $T_d = 1 / F_d$, где F_d – частота дискретизации. Если сигнал $x(n)$ поступает на вход безынерционной нелинейной цепи с нелинейностью f , то на ее выходе получим сигнал $f(x(n))$. При перестановке местами дискретизатора и нелинейной цепи на выходе нелинейной цепи получим сигнал $f(x(t))$, который поступает на вход дискретизатора. Тогда на выходе дискретизатора получим такой же сигнал $f(x(n))$, что и в исходной схеме без перестановки дискретизатора и нелинейной цепи.

5. Аналоговые и дискретные нелинейные безынерционные цепи описываются нелинейной функцией f , в этих цепях связь между входным и выходным сигналами определяется по формуле:

$$y(t) = f(x(t)). \quad (5)$$

Время t в этой формуле можно опустить, так как цепи безынерционные, тогда получим $y = f(x)$. Операция перестановки для двух таких цепей применима только в тех случаях, если выполняется условие:

$$f_2(f_1(x)) = f_1(f_2(x)), \quad x_1 < x < x_2, \quad (6)$$

где f_1 и f_2 – нелинейные функции первой и второй цепи. Существует целый класс нелинейных функций f_1 и f_2 , для которых выполняется приведенное условие (6) и для которых применима операция перестановки. Некоторые из этих функций приведены в таблице 2.

6. Для расширения возможностей применения операции перестановки в нелинейных безынерционных цепях можно вместе с операцией перестановки применить операцию замещения. Суть ее в следующем. Если для двух функций f_1 и f_2 условие (6) не выполняется, то после перестановки в начало схемы цепи с нелинейностью f_2 можно попытаться найти такую безынерционную нелинейно-параметрическую цепь с двумя входами (информационный вход и вход управления сигналом x), чтобы выполнялось следующее условие:

$$f_2(f_1(x)) = f_3(x, f_2(x)). \quad (7)$$

Такое замещение значительно расширяет возможности применения операции перестановки в безынерционных нелинейных цепях. Например, имеем однополупериодный выпрямитель для которого $f_1(x) = 0$ при $x < 0$ и $f_1(x) = x$ при $x > 0$ и квадратор, для которого $f_2(x) = x^2$. Для этих элементов условие (6) не выполняется при $x < 0$.

Используем операцию перестановки с замещением и найдем вид функции $f_3(x, f_2(x))$. Условие (6) для этого случая будет выполнено, если функцию f_3 зададим в виде:

$$f_3(x) = 0 \text{ при } x < 0 \text{ и}$$

$$f_3(x) = x^2 \text{ при } x > 0.$$

7. Перестановка безынерционных параметрических и нелинейных цепей возможна в случае, если выполняется равенство:

$$f(Kx) = Kf(x), \quad (8)$$

где K – коэффициент передачи безынерционной параметрической цепи.

8. Перестановка дециматора и цифрового фильтра (ЦФ) следует из основного тождества цифровых цепей [3].

9. Перестановка цифрового фильтра и интерполятора также следует из основного тождества цифровых цепей [3]. Перестановка этих цепей возможна, если выполнить в системных функциях ЦФ замену, указанную в таблице 1.

2. Применение операции перестановки при исследовании ЦАД с блоком ABS

Рассмотрим работу цифрового амплитудного детектора (ЦАД) с блоком ABS (блоком взятия модулей из выборок входного сигнала) и происходящие в нем процессы. На рис. 1, а приведена структурная схема ЦАД, в состав которого входят аналого-цифровой преобразователь (АЦП) на входе, блок ABS и цифровой фильтр нижних частот (ЦФНЧ) на выходе. На рис. 1, а обозначены: $x(t)$ – входной аналоговый сигнал, $x(n)$ – цифровой сигнал на выходе АЦП, $|x(n)|$ – цифровой сигнал одного знака на выходе блока ABS, $y(n)$ – цифровой сигнал на выходе ЦАД. Для исследования характеристик этого детектора на рис. 1, б сделана перестановка блоков АЦП и ABS, которая соответствует четвертой строке в таблице 1. Как следует из приведенных сигналов на рис. 1, а и б, такая перестановка блоков АЦП и ABS не изменила сигнал на входе ЦФНЧ, поэтому не изменила и выходной сигнал

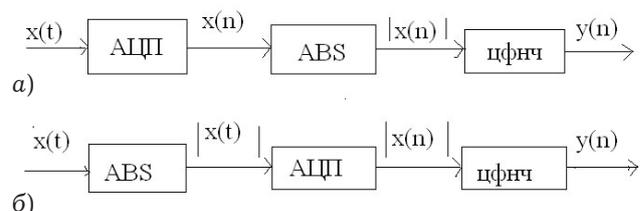


Рис. 1. Структурная схема цифрового амплитудного детектора с блоком ABS и ЦФНЧ на выходе

$y(n)$, но существенно упростила исследование процессов в этом детекторе и, в частности, получение приведенного спектра сигнала на входе ЦФНЧ [1]. Покажем это.

Если на вход ЦАД на рис. 1, б подается синусоидальный сигнал $x(t) = A \sin \Omega t$, тогда на выходе блока ABS будет сигнал $|x(t)| = |A \sin \Omega t|$, спектр которого состоит из постоянной составляющей $A_0 = 2A / \pi$ и гармоник с частотами $k\Omega$ и амплитудами A_k , определяемыми по известной формуле:

$$A_k = \frac{-4A \cos^2(k\pi / 2)}{\pi(k^2 - 1)}, \quad (9)$$

где $k = 1, 2, 3 \dots$ – номер гармоники. При сдвиге фазы сигнала относительно момента взятия отсчета из сигнала в АЦП на величину $\pi / 2$ входной сигнал будет описываться по формуле $x(t) = A \cos \Omega t$, тогда на выходе блока ABS имеем сигнал: $|x(t)| = |A \cos \Omega t|$, спектр которого состоит из постоянной составляющей $A_0 = 2A / \pi$ и гармоник с частотами $k\Omega$ и амплитудами A_k , определяемыми по известной формуле:

$$A_k = \frac{-4A \cos(k\pi / 2)}{\pi(k^2 - 1)} \quad (10)$$

Из выражений (9) и (10) следует, что в спектре сигнала $|x(t)|$ присутствуют только четные гармоники, т. к. $\cos(k\pi / 2)$ при нечетных значениях k равен нулю. Полезным продуктом на выходе ЦАД является постоянная составляющая $A_0 = 2A / \pi$, пропорциональная амплитуде A входного сигнала. В АЦП происходит свертка гармошкой спектра входного сигнала так, что все высшие гармоники с частотами $k\Omega$ сигнала $|x(t)|$ попадают в так называемый приведенный диапазон частот от нуля до $\Omega_d / 2$, где $\Omega_d = 2\pi F_d$ – угловая частота дискретизации. Пересчет частот $k\Omega$ в частоты Ω_{Π} в приведенном диапазоне частот осуществляется по формуле [2]:

$$\Omega_{\Pi} = F_d \arccos(\cos 2\pi k\Omega / \Omega_d). \quad (11)$$

Отличие (10) от (9) состоит в том, что в (10) знаки A_k чередуются: то минус, то плюс. Указанное отличие приводит к тому, что в приведенном диапазоне частот высшие гармоники сигнала $|x(t)|$ с амплитудами A_k накладываются на постоянную составляющую A_0 и в зависимости от фазового соотношения между сигналом и моментом взятия отсчета из сигнала они либо суммируются с A_0 , либо вычитаются из A_0 . Так при минимальном по теореме отсчетов отношении частоты дискретизации Ω_d к частоте сигнала

Ω , равном $m = \Omega_d / \Omega = 2$, уровень постоянной составляющей на входе ЦФНЧ меняется от нуля до A , поскольку в этом случае, как следует из (11), на постоянную составляющую A_0 в приведенном спектре накладываются все высшие гармоники: вторая, четвертая, шестая и т. д. Действительно, при $\Omega = \Omega_d / 2$ выражение в скобках в формуле (11) будет равно $\cos \pi k$, которое при четных k равно единице, тогда все частоты $\Omega_{\Pi} = 0$, т. к. $\arccos 1 = 0$. При $m = 3$ и при $m = 6$ на постоянную составляющую A_0 в приведенном спектре накладываются шестая, двенадцатая, восемнадцатая и т. д. гармоники. В результате такого наложения на A_0 амплитуд высших гармоник с изменяющимися знаками уровень постоянной составляющей сигнала на входе ЦФНЧ меняется, и в ЦАД возникает паразитная амплитудная модуляция с глубиной модуляции m_{Π} , определяемая по формуле:

$$m_{\Pi} = (A_{0\text{макс}} - A_{0\text{мин}}) / 2A_0, \quad (12)$$

где величины $A_{0\text{макс}}$ и $A_{0\text{мин}}$ при любых целых значениях $m = F_d / F$ определяются по формулам [2]:

$$A_{0\text{мин}} = \frac{A}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \left| \sin \frac{2\pi i}{m} \right|, \quad (13)$$

$$A_{0\text{макс}} = \frac{A}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \left| \sin \left(\frac{2\pi}{m} (i + \beta) \right) \right|, \quad (14)$$

где $\beta = 0,5$ при четных m , $\beta = 0,75$ при нечетных m .

Рассчитанные по формулам (12) и (13) значения $A_{0\text{мин}}$ и $A_{0\text{макс}}$ при $A = 1$ для различных значений m приведены в таблице 3. Здесь же приведены значения глубины паразитной амплитудной модуляции m_{Π} в процентах.

Паразитной эта модуляция называется потому, что уровень сигнала на выходе ЦФНЧ меняется при постоянной амплитуде A входного сигнала.

Заключение

Описанная в статье операция перестановки, как показано в приведенном примере, позволяет в ряде случаев значительно упростить анализ происходящих в различных радиотехнических устройствах и системах процессов, поэтому его можно эффективно использоваться для исследования целого класса радиотехнических устройств и систем.

Таблица 1

Наименование элементов, цепей, узлов или блоков	Условия применения
1. Аналоговые линейные безынерционные и инерционные цепи	Без ограничений
2. Дискретные и цифровые линейные безынерционные и инерционные цепи	Без ограничений
3. Линейные безынерционные параметрические цепи	Без ограничений
4. Дискретизатор и нелинейная безынерционная цепь	Без ограничений
5. Пара нелинейных безынерционных цепей	$f_2(f_1(x)) = f_1(f_2(x))$
6. Пара нелинейных безынерционных цепей с замещением	$f_2(f_1(x)) = f_3(x, f_2(x))$
7. Безынерционные параметрическая и нелинейная цепи	$f(Kx) = Kf(x)$
8. Дециматор и цифровой фильтр	$H(z) = H(z^m)$
9. Цифровой фильтр и интерполятор	$H(z) = H(z^l)$

Таблица 2

f_1	f_2	Пределы x_1, x_2
e^x	$\ln x$	$0, \infty$
$\sin x$	$\arcsin x$	$-\pi / 2, \pi / 2$
$\cos x$	$\arccos x$	$-\pi / 2, \pi / 2$
$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{arctg} x$	$-\pi, \pi$
\sqrt{x}	x^2	$0, \infty$
Любая симметричная функция	$ x $	$-\infty, \infty$
Любая нечетная функция, проходящая через точки $-1, -1$ и $1, 1$	$\operatorname{sign} x$	$-\infty, \infty$
x^m	x^n	$-\infty, \infty$

Таблица 3

m	$A_{0\text{мин}}$	$A_{0\text{макс}}$	$m_{\text{п}} \times 100 \%$
2	0	1	78,5
3	0,577	0,666	7,00
4	0,5	0,707	16,3
5	0,615	0,647	2,5
6	0,577	0,666	7,00
7	0,626	0,642	1,26
8	0,603	0,653	3,9
9	0,630	0,640	0,76
10	0,615	0,647	2,5
11	0,632	0,638	0,5
12	0,622	0,638	1,3
13	0,633	0,638	0,4
14	0,626	0,642	1,26

Список литературы

1. Тяжев А.И. Оптимизация цифровых детекторов в приемниках по минимуму вычислительных затрат. Самара: ПИИРС, 1994. 256 с.
2. Тяжев А.И. Выходные устройства приемников с цифровой обработкой сигналов. Самара: Самарский университет, 1992. 276 с.
3. Антонью А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.

Permutation operation and its application to the study of wireless devices and systems

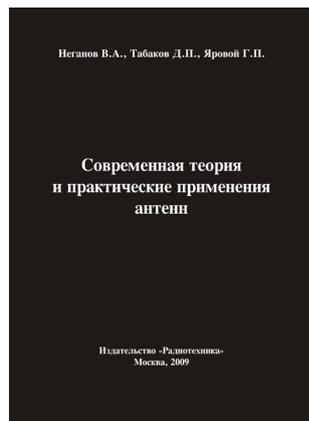
A.I. Tyazhev

The article describes the method of permutations that can greatly simplify the analysis of the processes occurring in different circuits, blocks and elements that make up the wireless devices and systems. The article describes the conditions and limitations of permutations, and describes an example of using this method for the study of digital amplitude detector.

Keywords: permutation operation, process analysis, wireless devices and systems, digital amplitude detector.

Неганов, В.А.

Современная теория и практические применения антенн: монография / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; предисловие академика Ю.В. Гуляева; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.



ISBN 978-5-88070-222-0

УДК 621.396.67
ББК 32.845

Рассмотрены основные разделы теории и техники антенн. Освещены вопросы расчета и построения различных типов антенн (от вибраторных до рупорных и антенных решеток, включая фазированные). Основное внимание уделено антеннам СВЧ и расчетам их электромагнитных полей в ближней зоне, т. е. вопросам электромагнитной совместимости.

Принципиальное отличие книги от известных заключается в последовательном применении метода физической регуляризации (самосогласованного метода) к расчету электромагнитного поля антенн, позволяющего осуществлять непрерывный переход с излучающей поверхности антенны к пространству вне ее. С помощью самосогласованного метода получены новые результаты по теории антенн: установлены связь между поверхностной плотностью тока на вибраторной антенне и напряженностью электромагнитного поля, однонаправленный режим излучения для кольцевой (рамочной антенны), режимы стоячих и бегущих волн в цилиндрической спиральной антенне, входное сопротивление практически для всех типов антенн. Теоретический материал подкреплен примерами применения многолучевых антенн.

Предназначено для разработчиков антенно-фидерных устройств, аспирантов и докторантов, занимающихся вопросами проектирования антенных систем различного назначения, студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений.