

## Математическое моделирование невзаимных устройств СВЧ на основе магнитных нанокompозитов

О.А. Голованов<sup>1</sup>, Г.С. Макеева<sup>2</sup>, Д.Н. Ширшиков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Пензенский филиал Военной академии материально-технического обеспечения  
440005, Российская Федерация, г. Пенза-5  
ФВАМТО

<sup>2</sup> Пензенский государственный университет  
440026, Российская Федерация, г. Пенза  
ул. Красная, 40

Разработаны математические модели электродинамического уровня строгости для решения 3D краевых задач дифракции для уравнений Максвелла с электродинамическими граничными условиями, используя введение эффективных электромагнитных параметров магнитного нанокompозита. Комплексные компоненты тензора эффективной магнитной проницаемости нанокompозита в зависимости от поля подмагничивания рассчитаны на основе электродинамической модели, используя декомпозиционный вычислительный алгоритм на основе автономных блоков с магнитными нановключениями и виртуальными каналами Флоке. Используя вычислительный алгоритм, разработанный проекционным методом, получены результаты электродинамического расчета S-параметров Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы.

*Ключевые слова:* математическая модель, краевая задача, проекционный метод, устройства СВЧ, магнитные нанокompозиты, циркулятор.

### Введение

Магнитные 3D-нанокompозиты на основе опаловых матриц с внедренными в межсферические полости магнитными наночастицами являются одним из наиболее перспективных классов материалов для создания магнитоуправляемых приборов и устройств в сантиметровом и миллиметровом диапазонах [1–4]. Микроволновые свойства опаловых матриц, содержащих в межсферических пустотах наночастицы Mn-Zn- и Ni-Zn-ферритов, исследованы в [2].

Разработка устройств СВЧ на основе новых нанокompозитов требует проведения большого количества дорогостоящих экспериментов, часть из которых может быть заменена более дешевым вычислительным экспериментом.

В настоящее время в моделировании устройств СВЧ на основе магнитных нанокompозитов существуют два подхода: первый – применение упрощенных моделей при введении эффективных электромагнитных параметров (эффективной магнитной и диэлектрической проницаемостей) наноматериалов [5–9]. Второй подход – решение 3D-краевых задач для уравнений Максвелла совместно с уравнениями движения в материальной среде без упрощения уравнений и гранич-

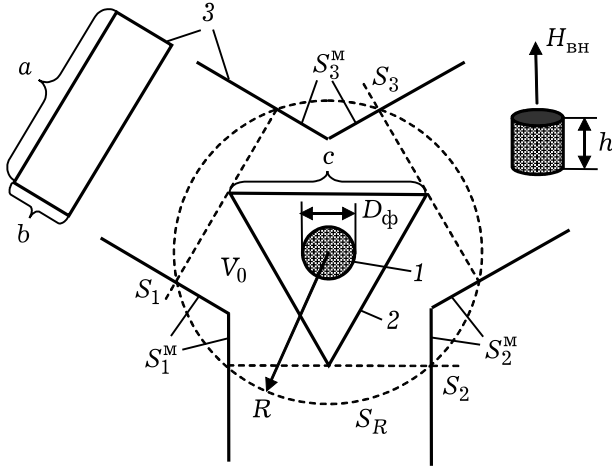
ных условий [10; 11]. Только этот второй подход позволяет достичь адекватности математических моделей реальным электродинамическим объектам для решения задач расчета микроволновых характеристик и устройств СВЧ на основе анизотропных наноструктурных материалов.

Целью работы является разработка математических моделей электродинамического уровня строгости и вычислительных алгоритмов для точного расчета микроволновых характеристик невзаимных устройств СВЧ (циркуляторов, вентилей) на основе магнитных нанокompозитов из опаловых матриц.

### 1. Математическая модель

Y-циркулятор на основе магнитного нанокompозита будем рассматривать как волноводный трансформатор [13] с входными сечениями  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , к которым присоединены прямоугольные волноводы. Конструкция Y-циркулятора (рис. 1) состоит из прямоугольных волноводов (3), расположенных под углами  $120^\circ$ , магнитного нанокompозита (1) и диэлектрической вставки (2).

Сформулируем краевую задачу для Y-циркулятора (рис. 1), используя введение эффективных электромагнитных параметров магнитного нанокompозита [11].



**Рис. 1.** Y-циркулятор на основе магнитного нанокompозита как волноводный трансформатор: 1 – магнитный нанокompозит; 2 – диэлектрическая вставка; 3 – прямоугольные волноводы;  $S_1, S_2, S_3$  – входные сечения;  $V_0$  – основная область волноводного трансформатора;  $S_1^M, S_2^M, S_3^M$  – металлические боковые поверхности волноводного трансформатора;  $S_R$  – боковая поверхность вспомогательного цилиндрического резонатора

Электромагнитное поле удовлетворяет уравнениям Максвелла:

в области магнитного нанокompозита  $V_{MH}$

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= i \omega \varepsilon^\Sigma \vec{E}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -i \omega \vec{\mu}^\Sigma \vec{H}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varepsilon^\Sigma$  – эффективная диэлектрическая проницаемость;

$$\vec{\mu}^\Sigma = \begin{pmatrix} \mu^\Sigma & -i\mu_\alpha^\Sigma & 0 \\ i\mu_\alpha^\Sigma & \mu^\Sigma & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^\Sigma \end{pmatrix}$$

– тензор эффективной магнитной проницаемости нанокompозита;

в области диэлектрической вставки  $V_B$

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= i \omega \varepsilon_B \vec{E}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -i \omega \mu_0 \vec{H}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon_d$  – диэлектрическая проницаемость вставки;

и в области  $V_0 - V_{MH} - V_B$  (рис. 1)

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= i \omega \varepsilon_0 \vec{E}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -i \omega \mu_0 \vec{H}. \end{aligned} \quad (3)$$

$\varepsilon_0, \mu_0$  – диэлектрическая и магнитная постоянные.

Используя запись для кусочно-неоднородной среды в области  $V_0$ , запишем системы уравнений (1), (2) и (3) в виде:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= i \omega \varepsilon \vec{E}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -i \omega \mu \vec{H}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon^\Sigma & \text{в } V_{MH}, \\ \varepsilon_d & \text{в } V_B, \\ \varepsilon_0 & \text{в } V_0 - V_{MH} - V_B, \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} \vec{\mu}^\Sigma & \text{в } V_{MH}, \\ \mu_0 & \text{в } V_B, \\ \mu_0 & \text{в } V_0 - V_{MH} - V_B. \end{cases}$$

## 2. Построение вычислительного алгоритма определения матрицы рассеяния Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита

Построим вычислительный алгоритм определения матрицы проводимости Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита – волноводного трансформатора (рис. 1), которую затем пересчитаем в матрицу рассеяния. Для этого применим проекционный метод [12].

Чтобы определить базисные функции, необходимо решить краевую задачу на собственные значения [12]. Краевая задача на собственные значения (собственные частоты) формулируется для вспомогательного цилиндрического резонатора радиусом  $R = \sqrt{a^2 / 4 + c^2} / \sqrt{3}$  и длиной  $L = b$  (рис. 1):

необходимо решить уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_k &= i \omega_k \varepsilon_0 \vec{E}_k, \\ \text{rot } \vec{E}_k &= -i \omega_k \mu_0 \vec{H}_k, \end{aligned} \quad (5)$$

в области  $V_0$  с граничным условием  $\vec{E}_{k\tau} = 0$  на металлической поверхности резонатора, где  $\omega_k$  – собственные частоты резонатора;  $\vec{E}_k, \vec{H}_k$  – электрические и магнитные поля собственных колебаний (собственные функции) резонатора,  $\vec{E}_{k\tau}$  – касательная составляющая электрического поля.

Система собственных функций  $\{\vec{E}_k, \vec{H}_k\}$  краевой задачи (5) состоит из соленоидальной  $\{\vec{E}_k^c, \vec{H}_k^c\}$  и потенциальной  $\{\vec{E}_k^p, \vec{H}_k^p\}$  подсистем. Индекс  $k = k' + ik''$  определен на множестве индексов  $k'$  и  $k''$   $k = \{k', k''\}$ .

Соленоидальные собственные функции  $\vec{E}_k^c, \vec{H}_k^c$  и собственные значения  $\omega_k$  краевой задачи (5) имеют следующий вид [13].

E-волны (колебания):

$$\begin{aligned} \vec{E}_{k'}^c &= \vec{E}_{n'm'p'}^c = -\frac{\chi_z}{\chi} J_{n'}(\chi r) A(n'\alpha) \sin \frac{p'\pi z}{L} \vec{r}_0 - \\ &- \frac{n'\chi_z}{\chi^2 r} J_{n'}(\chi r) A'(n'\alpha) \sin \frac{p'\pi z}{L} \vec{\alpha}_0 + \end{aligned}$$

$$+ J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \cos \frac{p'\pi z}{L} \bar{z}_0,$$

$$\bar{H}_{k'}^c = \bar{H}_{n'm'p'}^c = i \frac{n'\omega_0 \varepsilon_0}{\chi^2 r} J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \times$$

$$\times \cos \frac{p'\pi z}{L} \bar{r}_0 - i \frac{\omega_0 \varepsilon_0}{\chi} J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \cos \frac{p'\pi z}{L} \bar{\alpha}_0,$$

$$n' = 0, 1, 2, \dots, \quad m' = 1, 2, \dots, \quad p' = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $\bar{r}_0$ ,  $\bar{\alpha}_0$ ,  $\bar{z}_0$  – орты цилиндрической системы координат;  $J_{n'}(\chi r)$  – функции Бесселя  $n$ -го порядка;

$$A(n'\alpha) = Q \exp(-in'\alpha) + T \exp(in'\alpha),$$

$$A'(n'\alpha) = -iQ \exp(-in'\alpha) + iT \exp(in'\alpha),$$

$$\chi_z = \frac{p'\pi}{L}, \quad \chi = \chi_{n'm'} = \left( \frac{B_{n'm'}}{R} \right)^2, \quad B_{n'm'}$$

– корни уравнения  $J_{n'}(x) = 0$ ; собственные частоты резонатора

$$\omega_0 = \omega_{n'm'p'} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sqrt{\left( \frac{B_{n'm'}}{R} \right)^2 + \left( \frac{p'\pi}{L} \right)^2};$$

$H$ -волны (колебания):

$$\bar{E}_{k'}^c = \bar{E}_{n'm'p'}^c = -\frac{\chi_z}{\chi} J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \sin \frac{p'\pi z}{L} \bar{r}_0 -$$

$$-\frac{n'\chi_z}{\chi^2 r} J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \sin \frac{p'\pi z}{L} \bar{\alpha}_0 +$$

$$+ J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \cos \frac{p'\pi z}{L} \bar{z}_0,$$

$$\bar{H}_{k'}^c = \bar{H}_{n'm'p'}^c = i \frac{n'\omega_0 \varepsilon_0}{\chi^2 r} J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \times$$

$$\times \cos \frac{p'\pi z}{L} \bar{r}_0 - i \frac{\omega_0 \varepsilon_0}{\chi} J_{n'}(\chi r)A(n'\alpha) \cos \frac{p'\pi z}{L} \bar{\alpha}_0,$$

$$n' = 0, 1, 2, \dots, \quad m' = 1, 2, \dots, \quad p' = 1, 2, \dots,$$

где

$$A(n'\alpha) = Q \exp(-in'\alpha) + T \exp(in'\alpha),$$

$$A'(n'\alpha) = -iQ \exp(-in'\alpha) + iT \exp(in'\alpha),$$

$$\chi_z = \frac{p'\pi}{L}, \quad \chi = \chi_{n'm'} = \left( \frac{A_{n'm'}}{R} \right)^2, \quad A_{n'm'}$$

– корни уравнения  $J_{n'}(x) = 0$ ; собственные частоты резонатора

$$\omega_0 = \omega_{n'm'p'} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sqrt{\left( \frac{A_{n'm'}}{R} \right)^2 + \left( \frac{p'\pi}{L} \right)^2}.$$

Потенциальные собственные функции  $\bar{E}_{k'}^p$ ,  $\bar{H}_{k'}^p$  и собственные значения  $\omega_k$  краевой задачи (5) имеют следующий вид [13]:

$$\bar{E}_{k'}^c = \bar{E}_{n''m''p''}^c = \text{grad} \left( J_{n''}(\chi r)A(n''\alpha) \cos \frac{p''\pi z}{L} \right) =$$

$$= \chi J_{n''}(\chi r)A(n''\alpha) \cos \frac{p''\pi z}{L} \bar{r}_0 +$$

$$+ \frac{n''}{r} J_{n''}(\chi r)A'(n''\alpha) \cos \frac{p''\pi z}{L} \bar{\alpha}_0 -$$

$$- \frac{p''\pi}{L} J_{n''}(\chi r)A(n''\alpha) \sin \frac{p''\pi z}{L} \bar{z}_0,$$

$$\bar{H}_{k'}^c = \bar{H}_{n''m''p''}^c = \text{grad} \left( J_{n''}(\chi r)A(n''\alpha) \sin \frac{p''\pi z}{L} \right) =$$

$$= \chi J_{n''}(\chi r)A(n''\alpha) \sin \frac{p''\pi z}{L} \bar{r}_0 +$$

$$+ \frac{n''}{r} J_{n''}(\chi r)A'(n''\alpha) \sin \frac{p''\pi z}{L} \bar{\alpha}_0 +$$

$$+ \frac{p''\pi}{L} J_{n''}(\chi r)A(n''\alpha) \cos \frac{p''\pi z}{L} \bar{z}_0,$$

$$n'' = 0, 1, 2, \dots, \quad m'' = 1, 2, \dots, \quad p'' = 1, 2, \dots,$$

собственные частоты резонатора  $\omega_k = 0$ .

Собственные функции  $\bar{E}_{k'}$ ,  $\bar{H}_{k'}$  ортогональны и нормированы [13]:

$$\mu_0 \int_{V_0} \bar{H}_{k'}^* \cdot \bar{H}_n dV = \varepsilon_0 \int_{V_0} \bar{E}_{k'}^* \cdot \bar{E}_n dV = \delta_{kn}. \quad (6)$$

Поперечные электрические и магнитные компоненты собственных волн прямоугольных волноводов (рис. 1) определялись следующим образом [13].

$E$ -волны:

$$\bar{e}_{k(\alpha)} = -iE_0 \frac{\Gamma \chi_x}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \bar{x}_0 -$$

$$- iE_0 \frac{\Gamma \chi_y}{\chi^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \bar{y}_0,$$

$$\bar{h}_{k(\alpha)} = iE_0 \frac{\omega \varepsilon_0 \chi_y}{\chi^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \bar{x}_0 -$$

$$- iE_0 \frac{\omega \varepsilon_0 \chi_x}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \bar{y}_0,$$

$$k = \{m, n\}, \quad m = 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, \dots, \quad \alpha = 1, 2, 3,$$

где

$$\chi_x = \frac{\pi m}{a}, \quad \chi_y = \frac{\pi n}{b}, \quad \chi = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2},$$

$$\Gamma = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \chi^2}, \quad E_0 = \frac{2\chi}{\sqrt{ab\omega \varepsilon_0 \Gamma}};$$

$\alpha$  – номер входного сечения  $S_\alpha$  волноводного трансформатора (рис. 1);

$H$ -волны:

$$\bar{e}_{k(\alpha)} = iH_0 \frac{\omega \mu_0 \chi_y}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \bar{x}_0 -$$

$$- iH_0 \frac{\omega \mu_0 \chi_x}{\chi^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \bar{y}_0,$$

$$\bar{h}_{k(\alpha)} = iH_0 \frac{\Gamma \chi_x}{\chi^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \bar{x}_0 +$$

$$+ iH_0 \frac{\Gamma \chi_y}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \bar{y}_0,$$

$$k = \{m, n\}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, \dots, \quad \alpha = 1, 2, 3,$$

$$H_0 = \frac{2\chi}{\sqrt{ab\omega\mu_0(1+\delta_{mn})\Gamma}},$$

где  $\delta_{mn} = 0$ , если  $m \neq 0$  и  $n \neq 0$ ;  $\delta_{mn} = 1$ , если  $m = 0$  или  $n = 0$ .

Поперечные электрические и магнитные компоненты собственных волн прямоугольных волноводов образуют полную систему ортогональных функций  $\{\bar{e}_{k(\alpha)}, \bar{h}_{k(\alpha)}\}$  [13].

Поперечные компоненты электрического и магнитного полей на входных сечениях  $S_\alpha$  волноводного трансформатора (**Y-циркулятора**) представляем в виде разложения в ряды Фурье:

$$\begin{aligned} \bar{E}_\alpha &= \sum_{k=1}^{\infty} a_{k(\alpha)} \bar{e}_{k(\alpha)}, \\ \bar{H}_\alpha &= \sum_{k=1}^{\infty} b_{k(\alpha)} \bar{h}_{k(\alpha)}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7) и нормировки

$$\int_{S_\alpha} (\bar{e}_{k(\alpha)} \times \bar{h}_{n(\alpha)}^*) \cdot d\bar{S}_\alpha = \begin{cases} 0, & k \neq n, \\ 1, & k = n, \end{cases} \quad (8)$$

следуют интегральные выражения:

$$a_{k(\alpha)} = \int_{S_\alpha} (\bar{E}_\alpha \times \bar{h}_{k(\alpha)}^*) \cdot d\bar{S}_\alpha; \quad (9)$$

$$b_{k(\alpha)} = \int_{S_\alpha} (\bar{e}_{k(\alpha)} \times \bar{H}_\alpha^*) \cdot d\bar{S}_\alpha; \quad (10)$$

Интегральные выражения (9), (10) являются условиями неасимптотического излучения [14] на входных сечениях  $S_\alpha$  волноводного трансформатора (рис. 1).

Используя решения краевой задачи на собственные значения (5), тождество  $\bar{b} \operatorname{rot} \bar{a} - \bar{a} \operatorname{rot} \bar{b} = \operatorname{rot}(\bar{a} \times \bar{b})$ , формулу Остроградского – Гаусса и условия неасимптотического излучения (9), (10), запишем для системы уравнений (4) проекционную интегральную модель:

$$\begin{aligned} &\sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} (\bar{E} \times \bar{H}_k^*) \cdot d\bar{S}_\beta = \\ &= -i\omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \bar{E} \cdot \bar{E}_k^* dV - i\omega \int_{V_0} \mu \bar{H} \cdot \bar{H}_k^* dV, \\ &\sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} (\bar{H} \times \bar{E}_k^*) \cdot d\bar{S}_\alpha = \\ &= i\omega \int_{V_0} \varepsilon \bar{E} \cdot \bar{E}_k^* dV + i\omega_k \mu_0 \int_{V_0} \bar{H} \cdot \bar{H}_k^* dV, \\ &b_{q(\alpha)} = \int_{S_\alpha} (\bar{e}_{q(\alpha)} \times \bar{H}_\alpha^*) \cdot d\bar{S}_\alpha, \end{aligned} \quad (11)$$

$$k = 1, 2, \dots, N_0, \quad q = 1, 2, \dots, N_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3,$$

где  $S_\beta$  – поверхности входных сечений волноводного трансформатора (рис. 1).

Вычислительный алгоритм для определения матрицы проводимости **Y** волноводного трансформатора (**Y-циркулятора**), связывающей коэффициенты  $a_{k(\alpha)}$  с коэффициентами  $b_{k(\alpha)}$  рядов Фурье (7), строим следующим образом. Решение краевой задачи (4) ищем в виде линейной комбинации по следующим системам функций:

$\{\bar{E}_n\}, \{\bar{H}_n\}$  (собственные волны цилиндрического резонатора) в основной области  $V_0$  волноводного трансформатора:

$$\bar{E} = \sum_{n=1}^{N_0} \tilde{a}_n \bar{E}_n, \quad \bar{H} = \sum_{n=1}^{N_0} \tilde{b}_n \bar{H}_n, \quad \bar{M} = \sum_{n=1}^{N_0} d_n \bar{H}_n, \quad (12)$$

где  $N_0$  – число базисных функций;

и  $\{\bar{e}_{l(\beta)}\}, \{\bar{h}_{l(\beta)}\}$  (собственные волны прямоугольных волноводов) на входных сечениях  $S_\beta$  ( $\beta = 1, 2, \dots, 6$ ) волноводного трансформатора:

$$\bar{E}_\beta = \sum_{l=1}^{N_\beta} a_{l(\beta)} \bar{e}_{l(\beta)}, \quad \bar{H}_\beta = \sum_{l=1}^{N_\beta} b_{l(\beta)} \bar{h}_{l(\beta)}, \quad (13)$$

где  $N_\beta$  – число базисных функций.

Подставляя (12) и (13) в (11), получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{N_0} \left( i\omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \bar{E}_n \cdot \bar{E}_k^* dV \right) \tilde{a}_n + \\ &+ \sum_{n=1}^{N_0} \left( i\omega \int_{V_0} \mu \bar{H}_n \cdot \bar{H}_k^* dV \right) \tilde{b}_n = \\ &- \sum_{\beta=1}^6 \sum_{l=1}^{N_\beta} \left( \int_{S_\beta} (\bar{e}_{l(\beta)} \times \bar{H}_k^*) \cdot d\bar{S}_\beta \right) a_{l(\beta)}, \\ &\sum_{n=1}^{N_0} \left( i\omega \int_{V_0} \varepsilon \bar{E}_n \cdot \bar{E}_k^* dV \right) \tilde{a}_n + \\ &+ \sum_{n=1}^{N_0} \left( i\omega_k \mu_0 \int_{V_0} \bar{H}_n \cdot \bar{H}_k^* dV - \right. \\ &\left. - \sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} (\bar{H}_n \times \bar{E}_k^*) \cdot d\bar{S}_\beta \right) \tilde{b}_n = 0, \\ &\sum_{n=1}^{N_0} \left( \int_{S_\alpha} (\bar{e}_{q(\alpha)} \times \bar{H}_n^*) \cdot d\bar{S}_\alpha \right) \tilde{b}_n = b_{q(\alpha)}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\omega_k = \omega_{k'}$  – для соленоидальных собственных функции  $\vec{E}_{k'}^c, \vec{H}_{k'}^c$ ,  $\omega_k = 0$  – для потенциальных собственных функций  $\vec{E}_{k''}^n, \vec{H}_{k''}^n$ .

Запишем систему линейных алгебраических уравнений (14) в матричной форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{b}} &= -\mathbf{L} \cdot \mathbf{a}, \\ \mathbf{D} \cdot \tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{U} \cdot \tilde{\mathbf{b}} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{W} \cdot \tilde{\mathbf{b}} &= \mathbf{b}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{U}, \mathbf{W}, \mathbf{L}$  – матрицы с элементами:

$$A_{kn} = \begin{pmatrix} i \omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \vec{E}_{n'}^c \cdot \vec{E}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \vec{E}_{n'}^c \cdot \vec{E}_{k''}^{n*} dV \\ i \omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \vec{E}_{n''}^n \cdot \vec{E}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega_k \varepsilon_0 \int_{V_0} \vec{E}_{n''}^n \cdot \vec{E}_{k''}^{n*} dV \end{pmatrix},$$

$$B_{kn} = \begin{pmatrix} i \omega \int_{V_0} \mu \vec{H}_{n'}^c \cdot \vec{H}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega \int_{V_0} \mu \vec{H}_{n'}^c \cdot \vec{H}_{k''}^{n*} dV \\ i \omega \int_{V_0} \mu \vec{H}_{n''}^n \cdot \vec{H}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega \int_{V_0} \mu \vec{H}_{n''}^n \cdot \vec{H}_{k''}^{n*} dV \end{pmatrix},$$

$$D_{kn} = \begin{pmatrix} i \omega \int_{V^M} \tilde{\varepsilon} \vec{E}_{n'}^c \cdot \vec{E}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega \int_{V^M} \tilde{\varepsilon} \vec{E}_{n'}^c \cdot \vec{E}_{k''}^{n*} dV \\ i \omega \int_{V^M} \tilde{\varepsilon} \vec{E}_{n''}^n \cdot \vec{E}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega \int_{V^M} \tilde{\varepsilon} \vec{E}_{n''}^n \cdot \vec{E}_{k''}^{n*} dV \end{pmatrix},$$

$$U_{kn} = \begin{pmatrix} i \omega_k \mu_0 \int_{V_0} \vec{H}_{n'}^c \cdot \vec{H}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega_k \mu_0 \int_{V_0} \vec{H}_{n'}^c \cdot \vec{H}_{k''}^{n*} dV \\ i \omega_k \mu_0 \int_{V_0} \vec{H}_{n''}^n \cdot \vec{H}_{k'}^{c*} dV \\ i \omega_k \mu_0 \int_{V_0} \vec{H}_{n''}^n \cdot \vec{H}_{k''}^{n*} dV \end{pmatrix},$$

$$W_{q(\alpha)n} = \begin{pmatrix} \int_{S_\alpha} (\vec{e}_{q(\alpha)} \times \vec{H}_{n'}^{c*}) \cdot dS_\alpha \\ \int_{S_\alpha} (\vec{e}_{q(\alpha)} \times \vec{H}_{n''}^{n*}) \cdot dS_\alpha \end{pmatrix},$$

$$L_{kl(\beta)} = \begin{pmatrix} \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k'}^{c*}) \cdot dS_\beta \\ \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k''}^{n*}) \cdot dS_\beta \end{pmatrix},$$

$$L_{kl(\beta)} = \begin{pmatrix} \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k'}^{c*}) \cdot dS_\beta \\ \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k''}^{n*}) \cdot dS_\beta \end{pmatrix},$$

$$L_{kl(\beta)} = \begin{pmatrix} \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k'}^{c*}) \cdot dS_\beta \\ \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k''}^{n*}) \cdot dS_\beta \end{pmatrix},$$

$$L_{kl(\beta)} = \begin{pmatrix} \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k'}^{c*}) \cdot dS_\beta \\ \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k''}^{n*}) \cdot dS_\beta \end{pmatrix},$$

$$L_{kl(\beta)} = \begin{pmatrix} \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k'}^{c*}) \cdot dS_\beta \\ \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k''}^{n*}) \cdot dS_\beta \end{pmatrix},$$

$$L_{kl(\beta)} = \begin{pmatrix} \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k'}^{c*}) \cdot dS_\beta \\ \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)} \times \vec{H}_{k''}^{n*}) \cdot dS_\beta \end{pmatrix},$$

$$k = 1, 2, \dots, N_0, \quad q = 1, 2, \dots, N_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3.$$

Компонентами  $n$ -мерных векторов  $\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}, \mathbf{a}, \mathbf{b}$  являются коэффициенты  $\{\tilde{a}_n\}, \{\tilde{b}_n\}$  и  $\{a_{l(\beta)}\}, \{b_{l(\beta)}\}$  рядов Фурье (12) и (13), соответственно.

Исключая  $\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}$  из системы уравнений (15) получаем:

$$\mathbf{b} = \mathbf{W} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{a}. \quad (16)$$

Из (16) следует выражение для матрицы проводимости  $\mathbf{Y}$  волноводного трансформатора (Y-циркулятора)

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{L}. \quad (17)$$

Матрицу рассеяния  $\mathbf{R}$  Y-циркулятора получаем из (17) при помощи матричной формулы [13]  $\mathbf{R} = (\mathbf{I} + \mathbf{Y})^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Y})$ .

### 3. Электродинамический расчет S-параметров Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы. Верификация математической модели

Проведен электродинамический расчет элементов  $R_{kn}^{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta$  – индексы входных сечений;  $k, n$  – индексы собственных волн волноводов;  $\alpha = 1, 2, \dots; k, n = 1, 2, \dots$ ) матрицы рассеяния  $\mathbf{R}$

Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы (рис. 1) в диапазоне СВЧ.

На первом этапе рассчитаны компоненты тензора эффективной магнитной проницаемости нанокompозита на основе электродинамической модели с учетом обмена и граничных условий, используя декомпозиционный вычислительный алгоритм расчета матрицы проводимости автономных блоков с магнитными нановключениями и виртуальными каналами Флоке (МФАБ) [15; 16].

Магнитный нанокompозит состоит из наносфер  $\text{SiO}_2$  (радиус наносфер  $r = 125$  нм, относительная комплексная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_r = 9,5 - i0,3$ ; материал наночастиц  $\text{Co}_{0,5}\text{Zn}_{0,5}\text{Fe}_2\text{O}_4$  (намагниченность насыщения  $4\pi M_S = 7500$  Гс, константа обменного взаимодействия  $q = 1,75 \cdot 10^{-11}$  А·м; параметр диссипации  $\alpha = 0,04$  [17]). В расчете принято, что число  $N$  учитываемых в данной модели сферических магнитных наночастиц диаметра  $d$  в полости опаловой матрицы в МФАБ  $N = 5$  ( $d = 29$  нм).

На рис. 2 приведены результаты электродинамического расчета действительной и мнимой частей диагональной  $\mu^\Sigma$  и недиагональной  $\mu_\alpha^\Sigma$  компонент тензора эффективной магнитной проницаемости магнитного нанокompозита из опаловой матрицы в зависимости от напряженности постоянного магнитного поля  $H_0$  на частоте  $f = 16,4$  ГГц.

На втором этапе проведен электродинамический расчет S-параметров Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы, используя разработанный вычислительный алгоритм расчета матрицы рассеяния  $\mathbf{R}$ .

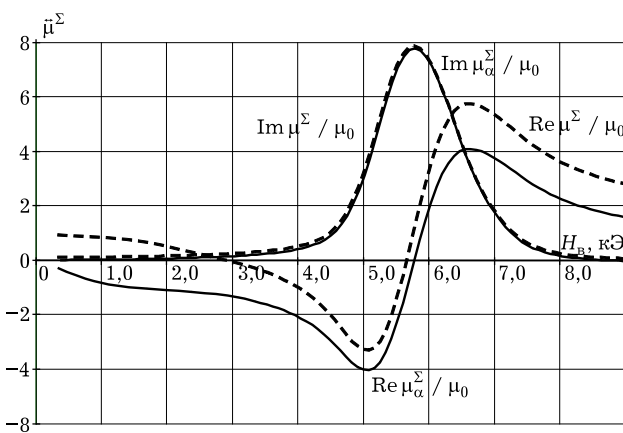


Рис. 2. Расчетные зависимости действительной и мнимой частей диагональной  $\mu^\Sigma$  (—) и недиагональной  $\mu_\alpha^\Sigma$  (---) компонент тензора эффективной магнитной проницаемости нанокompозита из опаловой матрицы от напряженности постоянного магнитного поля:  $f = 16,4$  ГГц; наносферы  $\text{SiO}_2$  ( $r = 100$  нм,  $\epsilon_c / \mu_0 = 4,6 - 4 \cdot 10^{-4}$ ); магнитные наночастицы  $\text{Co}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$

Результаты расчета элементов матрицы рассеяния  $|R_{11}^{21}|$  (коэффициент прохождения волны  $H_{10}$  из плеча 1 в плечо 2 – прямые потери),  $|R_{11}^{31}|$  (коэффициент прохождения волны  $H_{10}$  из плеча 1 в плечо 3 – развязка между плечами) и  $|R_{11}^{11}|$  (коэффициент отражения на входе 1) Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы в зависимости от частоты представлены на рис. 3 (сплошные кривые). Расчет проведен для Y-циркулятора (рис. 1) с размерами  $a = 16,0$  мм,  $b = 4,0$  мм,  $c = 16,0$  мм,  $R = 14,5$  мм.

Параметры нанокompозита те же, что и на рис. 2. Образец того же магнитного нанокompозита на основе опаловой матрицы с магнитными наночастицами  $\text{Co}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$  использовался как цилиндрический вкладыш при измерении S-параметров Y-циркулятора.

На рис. 3 (пунктирные линии) приведены для сравнения результаты измерения S-параметров матрицы рассеяния: прямых потерь  $|R_{11}^{21}|$ , развязки  $|R_{11}^{31}|$  и коэффициента отражения на входе  $|R_{11}^{11}|$  Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы с наночастицами  $\text{Co}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$ .

Соответствие результатов расчета на основе модели с использованием эффективных параметров магнитного нанокompозита из опаловой матрицы эксперименту наблюдается при следующих полагаемых в математической модели значениях компонент тензора эффективной магнит-

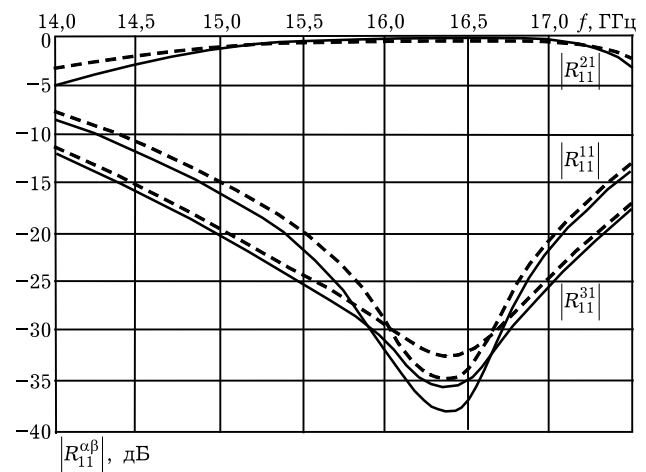


Рис. 3. Расчетные и экспериментальные характеристики Y-циркулятора на основе магнитного нанокompозита из опаловой матрицы (с магнитными наночастицами  $\text{Co}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$ ) в зависимости от частоты:  $|R_{11}^{21}|$  – прямые потери;  $|R_{11}^{31}|$  – развязка;  $|R_{11}^{11}|$  – коэффициент отражения; — — — теория, - - - - эксперимент

ной проницаемости:  $\mu^{\Sigma} / \mu_0 = 0,95$ ,  $\mu^{\alpha} / \mu_0 = 0,64$ , что соответствует значению напряженности постоянного магнитного поля  $H_0 = 800$  Э (см. график на рис. 2).

Учтем влияние формы образца магнитного нанокompозита – это цилиндрический вкладыш (рис. 1). **Внутреннее магнитное поле в ферромагнитном цилиндре (эллипсоиде), помещенном во внешнее магнитное поле  $\vec{H}_0$ , равно**

$$\overline{H_{0вн}} = \overline{H_0} - \overline{NM_0}, \quad (18)$$

где  $\vec{N}$  – тензор размагничивания.

Моделью образца магнитного нанокompозита (рис. 1) является тонкий цилиндр с продольным подмагничиванием внешним магнитным полем  $\vec{H}_0 = H_0 \vec{y}_0$  (размагничивающие факторы  $N_x = N_y = 2\pi$ ,  $N_z = 0$ ).

Рассчитанное из (18) внешнее постоянное магнитное поле составляет  $H_B = 1600$  Э, что согласуется с экспериментом ( $H_B = 1500$ – $1650$  Э).

### Заключение

Впервые разработаны адекватные математические модели невзаимных устройств СВЧ на основе магнитных нанокompозитов из опаловых матриц, базирующиеся на решении уравнений Максвелла с электродинамическими граничными условиями совместно с уравнением Ландау – Лифшица с учетом поля обменного взаимодействия (без каких-либо упрощений уравнений и граничных условий).

Модели базируются на решении 3D-задач дифракции для устройств СВЧ проекционным методом, при этом компоненты тензора эффективной магнитной проницаемости нанокompозита рассчитываются на основе электродинамической модели с учетом обмена и граничных условий, используя декомпозиционный вычислительный алгоритм методом МФАБ.

Математическое моделирование с помощью разработанных вычислительных алгоритмов определения матриц рассеяния невзаимных устройств СВЧ (циркуляторов, вентилялей) на основе магнитных нанокompозитов позволит частично отказаться от экспериментально-эмпирического подхода в проектировании и разработке устройств, применимых в телекоммуникациях, радиотехнических системах, радиолокационных станциях.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований грант № 12-02-97025-р\_поволжье\_а.

### Список литературы

1. Anomalous magnetic antiresonance and resonance in ferrite nanoparticles embedded in opal matrix / V.V. Ustinov [et al.] // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2012. V. 324. P. 78–82.
2. Нанокompозиты на основе опаловых матриц с 3D-структурой, образованной магнитными наночастицами / А.Б. Ринкевич [и др.] // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2008. № 4. С. 55–63.
3. Микроволновые свойства 3D-нанокompозитных металлodieлектрических наноматериалов / А.Б. Ринкевич [и др.] // Наука и технологии в промышленности. 2011. № 3. С. 52–61.
4. Частотная зависимость коэффициента поглощения миллиметровых волн в 3D-нанокompозитах на основе опаловых матриц / А.Б. Ринкевич [и др.] // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 8. С. 1–5.
5. Nonreciprocal microwave devices based on magnetic nanowires / В.К. Kuanr [et al.] / Applied Physics Letters. 2009. V. 94. P. 202505.
6. Spiegela J., Huynen I. Microwave properties of ferromagnetic nanowires and applications to tunable devices // Solid State Phenomena. 2009. V. 152–153. P. 389–393.
7. An unbiased integrated microstrip circulator based on magnetic nanowired substrate / M. Darques [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2005. V. 53. № 6. P. 2043.
8. Design and simulation of self-biased circulators in the ultra high frequency band / J. Wang [et al.] // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2012. V. 324. P. 991–994.
9. Spiegel J., Eggermont S., Huynen I. Investigation on ferromagnetic nanowired substrates for leaky-wave antennas // Proceeding of 2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, Metamaterials'2008. Pamplona, Spain. 2008. P. 61–63.
10. Голованов О.А., Макеева Г.С. Метод автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке для математического моделирования магнитных наноструктур с учетом обмена и граничных условий // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 12. С. 1421–1428.
11. Макеева Г.С., Голованов О.А. Математическое моделирование распространения электромагнитных волн в наноструктурированных гиромангнитных средах методом автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 12. С. 1455–1459.
12. Никольский В.В. Проекционные методы в электродинамике. Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. М.: Высшая школа, 1977. С. 4–23.
13. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М. Наука, 1973. 608 с.

14. Голованов О.А. Численный алгоритм решения задач дифракции для волноведущих устройств СВЧ с нелинейными средами // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35. № 9. С. 1853–1863.
15. Макеева Г.С., Голованов О.А., Ринкевич А.Б. Электродинамический расчет тензора эффективной магнитной проницаемости магнитных 3D- нанокompозитов в микроволновом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 1. С. 16–26.
16. Макеева Г.С., Голованов О.А., Ринкевич А.Б. Вероятностная модель и электродинамический анализ резонансного взаимодействия электромагнитных волн с 3D-магнитными нанокompозитами // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 2. С. 152–158.
17. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 464 с.

## Modeling of nonreciprocal microwave devices based on magnetic nanocomposites

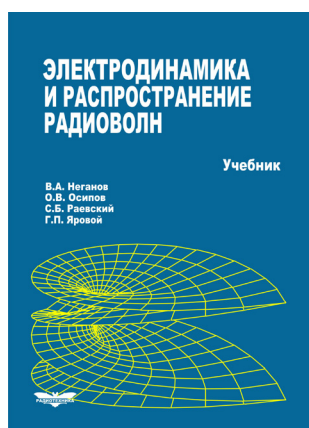
*O.A. Golovanov, G.S. Makeeva, D.N. Shirshikov*

The rigorous mathematical models of magnetic nanocomposite-based nonreciprocal microwave devices are developed to solve the 3D diffraction boundary problems for the Maxwell's equations with electrodynamic boundary conditions using the effective electromagnetic parameters of magnetic nanocomposites. The complex components of the effective permeability tensor of magnetic opal nanocomposite depending on the DC magnetic field were calculated using the electrodynamic model by the decomposition on autonomous blocks with magnetic nanoinclusions and virtual Floquet channels. Using the numerical algorithm based on the projection method the results of electrodynamic calculation of scattering parameters of magnetic opal nanocomposite-based Y-circulator depending on the frequency were obtained.

*Keywords:* mathematical model, boundary problem, projection method, microwave device, magnetic nanocomposite, circulator.

**Неганов, В.А.**

**Электродинамика и распространение радиоволн:** учебник / В.А. Неганов [и др.]; под ред. В.А. Неганова и С.Б. Раевского. – Изд. 4-е, доп. и перераб. – М.: Радиотехника, 2009. – 744 с.



ISBN 978-5-88070-154-4

УДК 537.87(075.3)  
ББК 22.3  
Н 41

Книга написана активно работающими в области электродинамики учеными. Излагаются теория электромагнитного поля с акцентом на радиотехническую электродинамику и анализ волновых процессов; рассматриваются отражение и преломление волн, излучение и дифракция; описываются основные закономерности распространения электромагнитных волн в различных безграничных средах (изотропных, анизотропных, диспергирующих, неоднородных), в направляющих и резонансных структурах, в природных условиях. Осуждаются методы математического моделирования в электродинамике, опирающегося на применение ЭВМ.

Отличительной особенностью книги является обсуждение современных проблем электродинамики: расчет электромагнитных волн в ближних зонах излучающих структур (самосогласованный метод расчета), комплексных волн в волноведущих структурах и др.

Предназначается для студентов радиотехнических и радиофизических специальностей вузов, а также инженеров-радиотехников и радиофизиков.