### Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 537.862

# Сингулярные интегральные представления электромагнитного поля как средство корректного решения антенных задач

### В.А. Неганов, Д.П. Табаков

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики 443010, Российская Федерация, г. Самара ул. Л. Толстого, 23

Статья посвящена (сингулярным) интегральным представлениям электромагнитного поля. Рассмотрены вопросы, касающиеся места интегральных представлений электромагнитного поля в электродинамике, а также их применения для построения строгой самосогласованной теории антенн, которая на сегодняшний день по большей части представляет собой теорию их дальней зоны. Дано определение некорректной задачи теории антенн. Приведены интегральные представления электромагнитного поля для наиболее распространенных классов излучающих структур. Представлены результаты численного моделирования.

*Ключевые слова*: метод векторного потенциала, сингулярные представления электромагнитного поля, теория антенн, некорректные задачи, тонкопроволочное приближение, спиральные антенны, фрактальные антенны, радиочастотная идентификация, тела с симметрией вращения.

### Введение

Любую теорию можно охарактеризовать следующими основными параметрами:

• Степень универсальности, которую формально можно определить как отношение множества задач, решаемых данным инструментом к полному множеству задач, решаемых в рамках электродинамики или определенного ее раздела, например, в рамках линейной макроскопической электродинамики. Говоря в дальнейшем об электродинамике, мы будем понимать под ней именно этот ее раздел;

• Аналитическая сложность, определяемая числом аналитических операций, необходимых для получения реализуемой на ЭВМ формы решения конкретной задачи. Она обусловлена прежде всего присутствием дифференциальных и интегральных операторов, имеющих достаточно сложные формы в криволинейных системах координат;

• Вычислительная сложность, определяемая числом операций, выполняемых ЭВМ до получения решения поставленной задачи с заданной точностью. Данный параметр тесно связан с понятием сходимости решения;

• Устойчивость решения, опеспечиваемая выбранным инструментом, определяемая малым возмущением решения при малых возмущениях входных данных. Последние два параметра приобрели большое значение в результате интенсивного развития вычислительной техники, устанавливающей границу между аналитической и численной частью решения задачи.

Настоящая статья посвящена различным формам интегральных представлений электромагнитного поля (ИП ЭМП), в том числе сингулярным (СИП ЭМП), представляющихся одним из наиболее эффективных инструментов решения широкого спектра электродинамических задач. Рассмотрены перспективы дальнейшего развития ИП ЭМП.

## 1. Место СИП ЭМП в электродинамике

Главным инструментом решения электродинамических задач являются уравнения Максвелла, имеющие различную форму записи и применяющиеся как во временной, так и в частотной области. К ним можно также присоединить волновые уравнения. Они обладают максимальной степенью универсальности, но непосредственное их использование при решении конкретных задач часто затруднительно как в аналитическом плане ввиду сложности получаемых решений, так и в численном ввиду больших вычислительных затрат. И все же такой подход, называемый прямым, имеет место и реализует-





Рис. 1. К решению задач в неограниченном пространстве

ся на ЭВМ (метод конечных разностей и метод конечных элементов [1]).

Очень часто приходится рассматривать неограниченное пространство и связанные с ним важные классы задач, такие как:

• Антенны и излучение электромагнитных волн;

• Дифракция электромагнитных волн;

• Электродинамические процессы в композитных средах.

Существенным недостатком прямых методов является неэффективность в случае решения подобных задач, так как при этом требуются значительные вычислительные ресурсы, связанные с необходимостью дискретизации больших пространственных областей. Повышение эффективности прямых методов связано с уменьшением области решения, применением идеальных согласованных слоев и т. д.

Еще одним важным моментом здесь является правильный выбор расчетной сетки, учитывающей поведение поля вблизи точек геометрической сингулярности на излучающих структурах; также возможны проблемы при расчете резонансных структур.

Для решения задач, связанных с неограниченным пространством наиболее удобно и эффективно использование непрямых методов. В основе последних лежит определенная ключевая задача, которой обычно является задача об излучении точечного источника, решение которой называется функцией Грина [2]. Таким образом, в силу линейности уравнений электродинамики, исходная задача решается посредством декомпозиции излучающей структуры до элементарных источников, решение для которых известно, и последующей суперпозиции этих решений. Инструментом, выражающим математически подобную идею в электродинамике, являются электрический  $\mathbf{A}^{(e)}$  и магнитный  $\mathbf{A}^{(m)}$  векторные потенциалы:

$$\mathbf{A}^{(i)} = \int_{V} \mathbf{j}^{(i)} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV, \quad i \equiv e, m,$$
(1)

где G(**r,r**') — функция Грина, являющая решением ключевой задачи:

$$\nabla^2 G(\mathbf{r},\mathbf{r}') + \chi^2 G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}');$$

**r** — радиус-вектор, проведенный в точку наблюдения p; **r**' — радиус-вектор, проведенный в точку источника q;  $\mathbf{j}^{(i)}$  — вектор объемной плотности электрического или магнитного тока (источники). Источники расположены в объеме V, по которому производится интегрирование (рис. 1).

Выражения (1), дополненные выражениями

$$\mathbf{E} = \mathbf{M}(\mathcal{W}_m \mathbf{A}^{(e)}, \mathbf{A}^{(m)}),$$
  
$$\mathbf{H} = \mathbf{M}(\mathcal{W}_m^{-1} \mathbf{A}^{(m)}, -\mathbf{A}^{(e)}),$$
  
(2)

где:

$$\mathbf{M}(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \left( \boldsymbol{k}^2 \mathbf{U} + \nabla \cdot \left( \nabla \cdot \mathbf{U} \right) \right) / i\boldsymbol{k} - \nabla \times \mathbf{V}$$
(3)

– векторный дифференциальный оператор;  $k = \omega \sqrt{\epsilon'_a \mu_a}$  – волновое число среды,  $\mathcal{W}_m = \sqrt{\mu'_a / \epsilon'_a}$  – ее волновое сопротивление;  $\epsilon'_a$ ,  $\mu'_a$  – комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости, представляют собой еще один инструмент, называемый методом векторных потенциалов. Совокупность выражений (1) и (2), можно считать одной из форм интегро-дифференциальных представлений электромагнитного поля (ИДП ЭМП). Этим выражениям можно поставить в соответствие следующую запись:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{V} \mathbf{M}(\mathcal{W}_{m} \mathbf{j}^{(e)}, \mathbf{j}^{(m)}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV;$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_{V} \mathbf{M}(\mathcal{W}_{m}^{-1} \mathbf{j}^{(m)}, -\mathbf{j}^{(e)}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV,$$
(4)

В отличие от (2), в (4) дифференциальные операторы применяются к источникам поля. В обоих случаях максимальный порядок дифференцирования равен двум. Выражение (4) назовем классическим ИП ЭМП.

Классическая запись ИП ЭМП имеет по крайней мере два значительных недостатка. Первым недостатком можно считать присутствие значительного числа дифференциальных операторов. Это обстоятельство может существенно усложнить аналитические выводы ИП для конкретных электродинамических структур, т. к. оператор набла имеет достаточно простую форму записи лишь в Декартовой системе координат, в других же системах его запись может быть довольно громоздкой. Таким образом, эти ИП инвариантны по отношению к выбору системы координат, но с оговоркой на потенциальную сложность их дальнейшего использования.

Вторым недостатком классических ЭМП является наличие неявных особенностей различного типа в ядрах интегральных операторов при  $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'$ . Это ведет к проблемам при решении внутренней электродинамической задачи, когда область определения поля совпадает с областью интегрирования, а также при расчетах в ближней зоне излучающих структур, особенно вблизи геометрических сингулярностей.

Указанные недостатки можно устранить, если произвести дополнительные аналитические преобразования во втором классическом ИП ЭМП, которое определяется выражениями (1), дополненными (2). Так, можно получить интегро-дифференциальное представление вида:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathcal{W}_m}{i\xi} \mathbf{L}'_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(e)}) - \mathbf{L}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(m)});$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{\mathcal{W}_m^{-1}}{i\xi} \mathbf{L}'_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(m)}) + \mathbf{L}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(e)})$$
(5)

и интегральное представление:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathcal{W}_m}{i\xi} \mathbf{L}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(e)}) - \mathbf{L}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(m)});$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{\mathcal{W}_m^{-1}}{i\xi} \mathbf{L}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(m)}) + \mathbf{L}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{j}^{(e)}),$$
(6)

где:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}'_{1}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\mathbf{j}) &= \int_{V} \left( \mathbf{j}(\mathbf{r}')C(\mathbf{r},\mathbf{r}') - (\mathbf{j}(\mathbf{r}')\cdot\mathbf{d})\mathbf{d}D(\mathbf{r},\mathbf{r}') \right) dV, \\ \mathbf{L}'_{1}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\mathbf{j}) &= \int_{V} \left( \mathbf{j}(\mathbf{r}')\xi^{2}G(\mathbf{r},\mathbf{r}') - (\nabla_{q}\cdot\mathbf{j}(\mathbf{r}'))\mathbf{d}B(\mathbf{r},\mathbf{r}') \right) dV, \\ &- (\nabla_{q}\cdot\mathbf{j}(\mathbf{r}'))\mathbf{d}B(\mathbf{r},\mathbf{r}') \right) dV, \\ \mathbf{L}_{2}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\mathbf{j}) &= \int_{V} B(\mathbf{r},\mathbf{r}')(\mathbf{d}\times\mathbf{j}(\mathbf{r}')) dV \end{aligned}$$
(7)

– интегральные операторы;

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\exp\left(-i\xi R\right)}{4\pi R},$$
  

$$B(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{i\xi R + 1}{R^2} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'),$$
  

$$C(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\xi^2 - \frac{i\xi}{R} - \frac{1}{R^2}\right) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}');$$
  

$$D(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\xi^2 - \frac{3i\xi}{R} - \frac{3}{R^2}\right) \frac{G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{R^2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}$$
(8)

ядра интегральных представлений; d = r - r'
вектор, проведенный из точки источника в

точку наблюдения,  $R = |\mathbf{d}|$ . Как можно видеть, приведенные интегральные представления практически не содержат дифференциальных операторов, только в (5) необходимо определить дивергенцию от  $\mathbf{j}^{(e)}$  и  $\mathbf{j}^{(m)}$ . Индекс «*q*» в операторе набла говорит о том, что он применяется к источникам поля. Данные формы записи ИП инвариантным по отношению к выбору системы координат.

Еще одним важным достоинством приведенных ИП является возможность легкого выделения особенностей поведения ядер. Так, любую компоненту ядра можно представить в виде разностной (регулярной)  $F_r$  и асимптотической (сингулярной)  $F_a$  частей:

$$F = F_r + F_a,$$
  

$$F_r = F - F_a,$$
  

$$F \equiv G, B, C, D.$$
(9)

Сингулярная часть определяется как асимптотика *F* при **r**  $\rightarrow$  **r**'. Асимптотики ядер имеют следующий вид:

$$\begin{split} B_{a} &= -\frac{1}{4\pi} \Biggl( \frac{\underline{k}^{2}}{2R} + \frac{1}{R^{3}} \Biggr), \quad C_{a} &= \frac{1}{4\pi} \Biggl( \frac{\underline{k}^{2}}{2R} - \frac{1}{R^{3}} \Biggr), \\ D_{a} &= -\frac{1}{4\pi} \Biggl( \frac{\underline{k}^{4}}{8R} + \frac{\underline{k}^{2}}{2R^{3}} + \frac{3}{R^{5}} \Biggr), \quad G_{a} &= \frac{1}{4\pi R}. \end{split}$$

Приведенные интегральные представления, дополненные (9), можно назвать сингулярными интегральными представлениями ЭМП. С их помощью можно корректно определять поле в ближней зоне излучающих структур и решать внутреннюю электродинамическую задачу. Предполагается, что интегрирование по асимптотической части можно осуществить аналитически.

Таким образом, интегральное представление связывает электромагнитное поле в любой точке пространства с токами, находящимися в заданном объеме. Главным достоинством интегральных представлений является то, что для решения необходимо знать только распределение источников, что существенно снижает размерность решаемой задачи в сравнении с непосредственным применением в решении уравнений Максвелла. ИП ЭМП полностью описывают излучающую структуру и окружающее ее пространство с точки зрения электродинамики и позволяют эффективно решать упомянутые ранее классы задач.



Рис. 2. Упрощенная геометрия наиболее распространенных типов антенн: *a*) симметричный вибратор; б) кольцевая рамка; *в*) директорная антенна; *г*) плоская спиральная антенна; *д*) цилиндрическая спиральная антенна; *е*) коническая спиральная антенна

# 2. Общая теория антенн и некорректные задачи

Подавляющее большинство инженерных расчетов излучающих структур, не предполагающих использования систем автоматизированного проектирования, как правило выполняется в несамосогласованной постановке, под которой чаще всего можно понимать решение только внешней электродинамической задачи при заданных из каких-либо физических соображений распределениях тока. Основные недостатки подобного подхода: некорректность расчета ближних полей, отсутствие предельного перехода от поля в ближней зоне антенны к токам на ее элементах и невыполнение граничных условий на элементах излучающей структуры.

Более того, относительно точные распределения токов известны только для ограниченного числа излучающих структур. Поэтому в указанных случаях может быть неверно определено не только ближнее, но и дальнее поле антенны.

Общая теория антенн подразумевает использование сингулярного интегрального представления электромагнитного поля (СИП ЭМП) для решения внешней задачи и использование сингулярного интегрального уравнения (СИУ), вытекающего из рассмотрения СИП ЭМП на поверхности антенны, для решения внутренней электродинамической задачи [3].

На рис. 2 приведена упрощенная геометрия наиболее распространенных типов антенн.

Под некорректными задачами теории антенн следует понимать задачи, в которых нарушаются основные принципы электродинамики. Некорректность поставленных задач обусловлена несколькими факторами. Один из них – некорректность физических моделей задач [3], заключающаяся прежде всего в использовании тонкопроволочного приближения, что приводит к невозможности записи общепринятой корректной связи между продольной поверхностной плотностью тока на антенне и напряженностью магнитного поля. Пример – физические модели тонкого электрического вибратора и диполя Герца [3].

Второй фактор – некорректная математическая модель структуры. Неправомочные математическая модель структуры. Неправомочные математические выкладки применительно даже к самосогласованной физической модели структуры также могут привести к отсутствию предельного перехода ИП ЭМП к поверхностным плотностям электрического тока  $\mathbf{\eta}^{(e)} = \mathbf{H} \times \mathbf{n}_0$  и магнитного тока  $\mathbf{\eta}^{(m)} = \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}$  на базовой поверхности ( $\mathbf{n}_0$  – внешняя нормаль к поверхности *S* антенны).

Наконец, некорректность может быть обусловлена использованием несамосогласованных математических моделей интегральных представлений электромагнитного поля вблизи базовой поверхности *S*, на которой сформулированы сингулярные интегральные уравнения (СИУ) для корректного определения на ней поверхностных плотностей электрического и магнитного токов. Типичным примером некорректной задачи является решение интегральных уравнений (ИУ) Халлена и Поклингтона [4]. Физические модели симметричного электрического вибратора, соответствующие ИУ Халлена, приведены на рис. 3, *а* – тонкопроволочная некорректная физическая модель [3]; *б* – трубчатая корректная







физическая модель [3]. На рис. 3, *а* показан фактически искусственно введенный разрыв (пространственное разнесение) между током проводимости на нити  $\rho = 0$  и полем на идеально проводящей цилиндрической поверхности  $\rho = a$ .

Более того, у бесконечно тонкой нити тока поверхности как таковой не существует, а зазор, в который помещен генератор сторонней переменной ЭДС с соответствующим ему напряжением U, имеет бесконечно малую ширину, т. е.  $2b \rightarrow 0$ . В некоторых случаях подобные допущения приводят к неустойчивости и физической неадекватности решения [3]. Тем не менее, у ИУ Халлена есть несомненное достоинство – простое выражение для ядра уравнения. Для данной физической модели можно получить в известном смысле более общее, но также физически некорректное ИУ Поклингтона [4]. Расмотрим теперь трубчатую модель вибратора (см. рис. 3, б). В этом случае поверхность протекания тока совмещается с поверхностью наблюдения, что соответствует переходу от ИУ Поклингтона и Халлена к сингулярным интегральным уравнениям. Для электрического вибратора можно получить СИУ с логарифмической и гиперсингулярной особенностями, записанное относительно полного тока  $I(z'), z' \in [-l; l]$ . Для трубчатой модели также можно получить СИУ с особенностью типа Коши, записанное относительно производной тока J(z) [4]. Трубчатая модель физически корректна, и проблем с устойчивостью при решении полученного СИУ не возникает. Его недостаток - относительная сложность выражения ядра. На рис. 4 приведены сравнительные результаты расчетов интегральных уравнений из [5] для полуволнового вибратора: а – ИУ

Халлена с конечным зазором; б – СИУ: сплошные кривые – ReI, штриховые кривые – ImI;  $a = \lambda / 75, 2b = 0.01\lambda$ .

При использовании корректных физических моделей на поверхности излучающей структуры (антенны) наблюдается точное выполнение граничных условий. На рис. 5 представлены численные результаты сравнительного расчета компоненты на поверхности трубчатого вибратора с помощью двух типов ядер – ядра с особенностью Коши, полученного для трубчатой модели вибратора в [4] методом сингулярных интегральных представлений (СИП) (*a*), и некорректного ядра, полученного в тонкопроволочном приближении (б). Анализ рисунков показывает, что при использовании некорректного ядра, граничное условие на поверхности вибратора не выполняется.

В [4] СИП ЭМП записано относительно функций  $I_z(t) = 2\pi a \eta_z(t)$  и  $J_z(t) = dI_z(t) / dt$  где  $\eta_z(t)$ продольная составляющая поверхностной плотности тока, a – радиус вибратора (рис. 2,  $\delta$ ), t = z / l – длина плеча вибратора. Например, для составляющей  $E_z$  [4]:

$$\begin{split} E_{z}(\overline{\rho},t) &= \frac{\mathcal{W}_{m}}{8\pi^{2}iaka} \int_{-1}^{1} J_{z}(t)g(\overline{\rho},t,t')dt', \\ g(\overline{\rho},t,t') &= Q(\overline{\rho},t,t') - \frac{2}{\overline{l}\sqrt{\overline{\rho}}} \frac{t-t'}{\left(\frac{\overline{\rho}}{\overline{l}} - \frac{1}{\overline{l}}\right)^{2} + (t-t')^{2}}, \\ Q(\overline{\rho},t,t') &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\overline{h}\overline{l}(t-t')} \left(sign(\overline{h})\frac{i}{\sqrt{\overline{\rho}}} \times \right) \end{split}$$
(10)

$$\begin{split} &\times e^{-(\overline{\rho}-1)sign(\overline{\rho}-1)|\overline{h}|} - S(\overline{h},\overline{\rho}) \bigg), \\ &S(\overline{h},\overline{\rho}) = \pi \frac{\overline{v}^2}{\overline{h}^2} \begin{cases} J_0(-i\overline{v})H_0(-i\overline{\rho}\overline{v}), & \overline{\rho} \ge 1 \\ J_0(-i\overline{\rho}\overline{v})H_0(-i\overline{v}), & \overline{\rho} < 1 \end{cases}. \end{split}$$

В СИП (10)  $J_n(x)$  — функция Бесселя первого рода порядка n,  $H_n(x)$  — функция Ханкеля порядка n;  $\overline{\rho} = \rho / a$ ,  $\overline{h} = ha$ ,  $\overline{v} = \sqrt{\overline{h}^2 - (ka)^2}$  — безразмерные переменные,  $\mathcal{W}_m$  — характеристическое сопротивление среды. На поверхности антенны  $E_z(a,z) = -E_z^{\rm in}(a,z)$ , где  $E_z^{\rm in}$  — поле, создаваемое сторонним источником (генератором ЭДС).

Таким образом, на примере сравнительно простых излучателей продемонстрированы результаты решения электродинамической задачи в корректной и некорректной постановках. Следует отметить, что при определенном выборе параметров моделирования результаты расчетов в рамках тонкопроволочной модели являются корректными и устойчивыми [6].

Самосогласованный электродинамический анализ излучающей (переизлучающей) структуры предполагает:

• решение внутренней электродинамической задачи — определение токов на поверхности структуры при заданных граничных условиях;

• решение внешней электродинамической задачи – расчет электромагнитного поля (ЭМП), создаваемого антенной, в необходимых точках пространства с помощью определенных ранее токов;

• непрерывный переход второго решения в первое при  $\mathbf{r}' \to \mathbf{r}.$ 

Решение этих задач можно объединить с помощью использования в основе электродинамического анализа интегрального либо интегродифференциального представления электромагнитного поля. В случае задания граничных условий на поверхности структуры ИП (ИДП) переходит в интегральное уравнение (ИУ) либо систему интегральных уравнений для определения неизвестных токов.

### 3. Некоторые виды ИП ЭМП

Из интегро-дифференциальных и интегральных представлений поля (5) и (6) можно легко получить ИП ЭМП для некоторых наиболее важных классов излучающих структур. Но прежде всего рассмотрим ИП ЭМП для дальней зоны излучения.

Расчеты в дальней зоне излучающих структур имеют очень большое значение при решении антенных задач и задач дифракции. Более того, можно утверждать, что современная теория антенн – это по большей части теория их дальней зоны. Обычно ЭМП для дальней зоны записывается в сферической системе координат  $\{r, \theta, \varphi\}$ . Предполагается, что расстояние r до излучающей системы много больше ее собственных размеров D, а ее фазовый центр находится в начале координат. Традиционно ЭМП в дальней зоне определяется следующими выражениями [4]:

$$\begin{split} E_{\theta} &= -i \pounds \Big[ \mathcal{W}_m A_{\infty \theta}^{(e)} + A_{\infty \phi}^{(m)} \Big], \quad H_{\phi} = E_{\theta} / \mathcal{W}_m; \\ E_{\phi} &= -i \pounds \Big[ \mathcal{W}_m A_{\infty \phi}^{(e)} - A_{\infty \theta}^{(m)} \Big], \quad H_{\theta} = -E_{\phi} / \mathcal{W}_m; \\ E_r &= H_r = 0, \end{split}$$

здесь:



Рис. 6. Дальняя зона излучающих структур: a) представление в случае одного фазового центра; б) представление в случае множества фазовых центров



Рис. 7. Геометрия 1.5D-структур

$$A_{\infty i}^{(k)} = \int_{V} j_{i}^{(k)} \exp(ik(x'\sin\theta\cos\varphi +$$

$$+ y' \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta) dV, \quad i \equiv x, y, z$$

 асимптотика векторного потенциала в дальней зоне.

Приведенные выражения обладают следующими недостатками:

• привязка к сферической системе координат

• совмещение фазового центра с началом координат и его единственность

• завышенная граница начала дальней зоны  $r \geq 2D^2 / \lambda$ , где D – размер излучающей системы

Выражения для расчета дальней зоны, лишенные указанных недостатков, легко получаются из интегрального представления (6):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{L}_{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{c}, \mathbf{r}', \mathcal{W}_{m} \mathbf{j}^{(e)}, \mathbf{j}^{(m)});$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{L}_{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{c}, \mathbf{r}', \mathcal{W}_{m}^{-1} \mathbf{j}^{(m)}, -\mathbf{j}^{(e)});$$
(11)

здесь

$$\mathbf{L}_{\infty}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{c},\mathbf{r}',\mathbf{j}^{(i)},\mathbf{j}^{(j)}) = -i \mathcal{K} G \int_{V} \left[ \mathbf{j}^{(i)}(\mathbf{r}') - (\mathbf{j}^{(i)}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{d}_{0c}) \mathbf{d}_{0c} + \mathbf{d}_{0c} \times \mathbf{j}^{(j)}(q) \right] P(\mathbf{r},\mathbf{r}_{c},\mathbf{r}') dV$$
(12)

– асимптотический интегральный оператор,  $G = G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c)$  – функция Грина, записанная от-

носительно фазового центра в точке  $q_c$ ,  $\mathbf{r}_c$  – радиус-вектор, проведенный в фазовый центр, множитель:

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{c}, \mathbf{r}') = \exp(i k \mathbf{d}_{0c} (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{c}))$$

учитывает разность фаз между различными излучающими точкам на структуре,

$$\mathbf{d}_{0c} = \mathbf{d}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) = \mathbf{d}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) / R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c)$$

– единичный вектор, направленный из фазового центра q<sub>c</sub> в точку наблюдения p. Из данных выражений следует, что поле в дальней зоне излучающей структуры не содержит продольных составляющих, так как:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{j}(\mathbf{r}') - (\mathbf{j}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{d}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'))\mathbf{d}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{bmatrix} \mathbf{d}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0; \\ (\mathbf{d}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{j}(\mathbf{r}'))\mathbf{d}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0.$$

Полученные выражения легко обобщаются на случай произвольного числа фазовых центров  $q_{ci}$  с помощью принципа суперпозиции:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{i} \mathbf{L}_{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ci}, \mathbf{r}', \mathcal{W}_{m} \mathbf{j}^{(e)}, \mathbf{j}^{(m)});$$
  
$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{i} \mathbf{L}_{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ci}, \mathbf{r}', \mathcal{W}_{m}^{-1} \mathbf{j}^{(m)}, -\mathbf{j}^{(e)}).$$
(13)

Таким образом, полученные выражения обладают инвариантностью по отношению к выбору системы координат и возможностью учета произвольного числа фазовых центров. Последнее обстоятельство является особенно важным с точки зрения расчетов сложных излучающих структур, т. к. граница дальней зоны оценивается уже выражением:

$$r \ge 2d_{max}^2 / \lambda$$
,

где  $d_{max}$  — наибольший размер элемента в излучающей системе, а не полный размер системы *D*. Это открывает путь к построению эффективных алгоритмов расчета сложных антенн, антенных решеток и метаструктур.

Следующим важным классом излучающих структур являются квазиодномерные структу-

ры. Под квазиодномерными (далее 1.5D) будем понимать структуры, имеющие продольный размер L, соизмеримый или много больше длины волны  $\lambda$ , и регулярное поперечное сечение, длина контура C которого много меньше L и много меньше или соизмерима с длиной волны  $\lambda$  (рис. 7). Среди 1.5D-структур можно выделить три основных типа:

- Трубчатую структуру (ТПС);
- Плоскую полосковую структуру (ППС);

 Полосковую структуру в слое малой электрической толщины (ПСС).

Все эти структуры можно разделить на электрические (1.5De) и магнитные (1.5Dm). Любая 1.5D-структура обладает поверхностью S. В случае 1.5De-структур поверхность S обладает бесконечно большой электрической проводимостью  $\sigma^{e}$ , и на ней возможны электрические токи  $\mathbf{j}^{(e)}$ , в случае 1.5Dm-структур поверхность S обладает бесконечно большой магнитной проводимостью  $\sigma^{m}$ , и на ней возможны магнитные токи  $\mathbf{j}^{(m)}$ .

Выражения для 1.5Dm-структур получаются из выражений для 1.5De-структур с помощью замены, вытекающей из принципа двойственности:

 $\mathbf{H} \to -\mathbf{E}; \quad \mathbf{E} \to \mathbf{H}; \quad \mathcal{W}_m \to 1 \ / \ \mathcal{W}_m,$ 

поэтому приведем ИП ЭМП только для 1.5Deструктур, опуская индекс «*e*».

Объединяющим фактором геометрии 1.5Dструктуры является уравнение образующей. Под L будем понимать образующую или множество точек образующей. Будем считать, что кривая L – простая (без самопересечений) и не содержит особых точек, а радиус-вектор  $\mathbf{r}(l)$  имеет непрерывные первую и вторую производные. Поверхность S структуры строится на основе уравнений образующей. ЭМП, создаваемое структурой в произвольной точке наблюдения p, определяется линейным векторным оператором от тока на ее поверхности и координат точки наблюдения:

$$\mathbf{F}(p) = \mathbf{L}^{(f)}(\mathbf{j}^{(i)}(q), p),$$
  

$$\mathbf{F} - f \equiv \mathbf{E} - e, \quad \mathbf{H} - m; \quad i \equiv e, m.$$
(14)

Вид оператора определяется интегральным представлением ЭМП. На поверхности *S* выполняются граничные условия для продольных компонент поля:

$$\mathbf{l}_{0}(l) \cdot \left( \mathbf{E}^{(in)}(s) + \mathbf{E}(s) \right) =$$

$$= \mathbf{l}_{0}(l) \cdot \left( \mathbf{E}^{(in)}(s) + \mathbf{L}^{(e)}(\mathbf{j}^{(e)}(q), s) \right)$$
(15)

– для структур е-типа;

$$\begin{split} \mathbf{l}_0(l) \cdot \left( \mathbf{H}^{(in)}(s) + \mathbf{H}(s) \right) &= \\ &= \mathbf{l}_0(l) \cdot \left( \mathbf{H}^{(in)}(s) + \mathbf{L}^{(m)}(\mathbf{j}^{(m)}(q), s) \right) \end{split}$$

– для структур *m*-типа. Векторы **E**<sup>(in)</sup> и **H**<sup>(in)</sup>
 создаются сторонними ЭМП различного рода.

ИП ЭМП трубчатой 1.5D-структуры можно записать следующим образом:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \int_{L} I_{m'}(l') \mathbf{K}_{m'}^{(f)}(\mathbf{r}, l') dl';$$
  

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}, \mathbf{H}, \quad f \equiv e, h,$$
(16)

здесь l' — натуральный параметр на образующей L,  $I_m$  — азимутальные гармоники поверхностной плотности тока **η**, в силу условий  $L \ll a$ , где a — радиус трубки, и  $L \ll \lambda$ , имеющая только продольную составляющую **η**(s) =  $\mathbf{l}_0(l) \cdot \mathbf{\eta}_l(s)$ , для которой:

$$\eta_l(\psi, l) = \frac{1}{2\pi a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_m(l) \exp(-im\psi),$$

 $\psi$  – азимутальная координата на поверхности трубки,  $\mathbf{l}_0(l)$  – единичный вектор касательной на образующей. Так как  $a \ll \lambda$ , то данный ряд является быстро сходящимся. Гармоника  $I_0(l) = I(l)$  описывает распределение полного тока по длине L структуры,

$$\mathbf{K}_{m'}^{(f)}(\mathbf{r},l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{K}^{(f)}(\mathbf{r},\psi',l') \exp(-im'\psi')d\psi',$$
  
$$f \equiv e,h$$

– ядра интегральных представлений,

$$\mathbf{K}^{(e)}(\mathbf{r}, \psi', l') = \frac{\mathcal{W}_m}{i \mathcal{K}} \bigg( \mathbf{l}_0(l') \mathcal{K}^2 \mathbf{G}(\mathbf{r}, \psi', l') + \frac{\partial}{\partial l'} \big( \mathbf{r}_0(\mathbf{r}, \psi', l') D(\mathbf{r}, \psi', l') \big) \bigg);$$
$$\mathbf{K}^{(m)}(\mathbf{r}, \psi', l') = \big( \mathbf{r}_0(\mathbf{r}, \psi', l') \times \mathbf{l}_0(l') \big) D(\mathbf{r}, \psi', l').$$

Радиус-вектор поверхности трубчатой структуры записывается как:

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}(l) + a \cdot \mathbf{\rho}_0(s),$$

здесь:

 $\mathbf{\rho}_0(\mathbf{\psi}, l) = \mathbf{n}_0(l)\cos(\mathbf{\psi}) - \mathbf{b}_0(l)\sin(\mathbf{\psi})$ 

– радиальный орт локальной цилиндрической системы координат,  $\mathbf{n}_0(l)$ ,  $\mathbf{b}_0(l)$  – единичные векторы нормали и бинормали, построенные в конкретной точке образующей. Предполагается, что при любых значениях l радиус a много меньше радиуса кривизны  $\rho(l)$ . Простейшей трубчатой структурой можно считать трубчатый вибратор, интегральные представления для которого приведены в [4].





Рис. 8. Геометрия модели двузаходной конической спиральной антенны

Известно, что многие проволочные антенны рассчитываются в тонкопроволочном приближении, суть которого заключается в замене провода на нить с током и постановке граничного условия для продольной составляющей поля на поверхности провода. ИП ЭМП для расчета структур в тонкопроволочном легко получается из ИП ЭМП трубчатой структуры,в котором учитывается только нулевая гармоника тока  $I_0(l) = I(l)$ ,  $\mathbf{r}(s)$  заменяется на  $\mathbf{r}(l)$ , а расстояние вычисляется по приближенной формуле:

$$R = \sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}(l)|^2 + a^2}.$$

Таким образом, ИП ЭМП в тонкопроволочном приближении имеет вид:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \int_{L} I(l') \mathbf{K}_{a}^{F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l)) dl', \quad F \equiv E, H;$$
(17)

здесь:

$$\begin{split} \mathbf{K}_{a}^{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}(l)) &= \frac{\mathcal{W}_{m}}{i \not{\kappa}} \Big( \mathbf{l}_{0}(l') \not{\kappa}^{2} G_{a}(\mathbf{r},\mathbf{r}(l')) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial l'} \Big( (\mathbf{r} - \mathbf{r}(l')) B_{a}(\mathbf{r},\mathbf{r}(l')) \Big) \Big]; \\ \mathbf{K}_{a}^{H}(\mathbf{r},\mathbf{r}(l)) &= \Big( (\mathbf{r} - \mathbf{r}(l')) \times \mathbf{l}_{0}(l') \Big) B_{a}(\mathbf{r},\mathbf{r}(l')), \end{split}$$

ядра интегральных представлений,

$$F_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) = F(R_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l'))), \quad F \equiv G, B$$

- компоненты ядер.

Также из (2) можно получить ИП ЭМП для поверхностей вращения. Предполагая, что осью вращения является ось Oz, и вводя азимутальные Фурье-гармоники ЭМП  $\mathbf{e}_m(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{h}_m(\mathbf{r})$  и Фурье-гармоники поверхностной плотности тока  $\mathbf{\eta}_m(\mathbf{r})$ , в самом общем виде можно записать:

$$\mathbf{e}_{m}(\mathbf{r}) = \int_{L} \boldsymbol{\eta}_{m}(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{z}}_{m}^{(e)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dl,$$
  
$$\mathbf{h}_{m}(\mathbf{r}) = \int_{L} \boldsymbol{\eta}_{m}(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{z}}_{m}^{(h)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dl,$$
(18)

где:  $\hat{\mathbf{z}}_m^{(i)}$  — тензорные ядра ИП для электрического ( $i \equiv e$ ) или магнитного ( $i \equiv m$ ) поля. Интегрирование осуществляется по образующей *L* поверхности вращения,  $\mathbf{r} = \rho_0 x + \mathbf{z}_0 z$  — радиусвектор на образующей. Вид тензорных ядер в силу громоздкости здесь не приводится.

# 4. Результаты решения некоторых задач

Коническая спиральная антенна [7]. Рассмотрим результат расчета конической спиральной антенны, послужившей прототипом антенны, устанавливаемой на космический аппарат «Аист-2» [7]. Общий вид геометрии исследуемой модели представлен на рис. 8, а. Здесь  $R_{\min}$  – радиус вершины спирали,  $R_{\max}$  – радиус основания спирали,  $L \times L$  – габаритные размеры тонкопроволочного рефлектора, H – высота модели, h – высота подъема основания спирали над рефлектором. Условно можно разбить модель на три составляющие:

- спиральные элементы  $L_{s1}$  и  $L_{s2}$ ,
- возбуждающий элемент L<sub>a</sub>,

• рефлектор, образованный совокупностью прямолинейных проводников  $L_i^{\rm X}$  и  $L_i^{\rm Y}$ .

Было произведено моделирование для случая  $L / \lambda = 9 / 20$ . Распределение тока, показанное на рис. 9, *a*, имеет характер смешанной волны, причем преобладает составляющая в виде







Рис. 10. Общая геометрия задачи



бегущей волны. Из диаграммы направленности (рис. 9, б) видно, что спираль работает в режиме осевого излучения, а рефлектор, несмотря на малые габариты, хорошо отражает падающую на него электромагнитную волну, излучаемую заходами спирали. Метки радиочастотной идентификации [8], [9]. Рассмотрим результаты решения задачи дифракции для меток радиочастотной идентификации [8]. Мультичастотная метка радиочастотной идентификации резонансного типа (англ. Radio Frequency Identification, RFID, далее метка), в которую заложена двоичная N-битная кодовая комбинация, обычно выполняется в виде Nрезонаторов с различными основными резонансными частотами  $f_i$ , находящимися в диапазоне  $[f_{\min}; f_{\max}]$ , где  $f_{\min}$  — минимальная, а  $f_{\max}$  максимальная частоты диапазона, i = 1...N — порядковый номер резонатора (рис. 10).

Если полная метка содержит достаточно большое число резонаторов, то при удалении части из них резонансные пики, соответствующие оставшимся резонаторам, будут смещаться по частоте, что затрудняет идентификацию метки.

Одной из основных задач является учет взаимного влияния соседних колец метки за счет наличия электрической и магнитной связей. Изза большого числа зашифрованных кольцами комбинаций кодов найти закономерность этого влияния опытным путем не представляется возможным. Гипотетически, применяя функции оптимизации и численного синтеза, имеющиеся в составе современных САПР, таких как «CST Microwave Studio», «Ansoft HFSS», «EMSS FEKO», и мн. др. возможно найти закономерность влияния колец друг на друга. Однако, методы используемые этими пакетами в большинстве своем чисто численные, а расчеты такими методами даже структуры с простой геометрией приводят к весьма существенным вычислительным и временным затратам, зачастую на грани здравого смысла.

На рис. 11 изображены графики частотных зависимостей амплитуды поля обратного рассеяния RFID-метки при различном числе колец. Для сравнения на каждом рисунке приведен рассчитанный график отклика для метки с кодовой комбинацией 1111111.

Параболический рефлектор. СИП (17) описывают ЭМП, создаваемые поверхностями вращения. Задание граничных условий на поверхноФрактальная антенна. Фрактал (лат. fractus – дробленый, сломанный, разбитый) – геометрическая фигура, обладающая свойством самопо-





Рис. 12. Падение плоской электромагнитной волны на параболический рефлектор

сти приводит к бесконечной системе сингулярных интегральных уравнений. С помощью СИП ЭМП (17) была решена задача дифракции плоской электромагнитной волны (ПЭМВ) на рефлекторе, показанном на рис. 12. Данная задача важна при электродинамическом анализе параболических антенн. Как правило, ее решают в приближении геометрической или физической оптики. Но данные приближения справедливы только при больших электрических размерах зеркал. Для зеркал малых электрических размеров корректные результаты можно получить лишь при использовании строгого электродинамического подхода. В случае нормального падения ПЭМВ возбуждаются лишь две гармоники поля с индексами 1 и -1, что существенно упрощает решение задачи. Параметры параболического рефлектора: радиус параболоида  $R = 1\lambda$ , фокусное расстояние  $f = 0.7\lambda$ . Амплитуда ПЭМВ *E* = 1 В/м. На рис. 13 представлены распределения поверхностной плотности тока первой гармоники по образующей рефлектора.



Рис. 14. Фрактальные антенны: а) антена Серпинского; б) древовидная антенна



Рис. 15. Тонкопроволочный излучатель в виде кривой Мура (а) и его входное сопротивление в диапазоне частот (б)

добия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком. В математике под фракталами понимают множества точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность (в смысле Минковского или Хаусдорфа), либо метрическую размерность, отличную от топологической.

Многие объекты в природе обладают фрактальными свойствами, например, побережья, облака, кроны деревьев, снежинки, кровеносная система и система альвеол человека или животных.

В настоящее время разработчики технических средств, следуя опыту природы, конструируют антенные системы, используя фрактальный принцип самоподобия. Примером может служить фрактальная антенна Серпинского, рассмотренная в [10], синтезированная посредством пяти итераций, обозначенных окружностями на рис. 14, *а*. По своим характеристикам антенна Серпинского является логарифмической в пяти диапазонах. Более сложная фрактальная антенна, конфигурация которой уже мало отличается от рисунка дерева или кустарника, приведена на рис. 14, б. Такая антенна имеет «сгущенные» частотные диапазоны и очень мощную спектральную структуру с большим числом резонансных частот. В [11] предложены фрактальные антенные решетки.

Вполне очевидным становится тот факт, что сложность геометрии фрактальных антенн делает практически невозможным их эмпирический анализ, т. к. наличие большого числа изгибов и близко расположенных взаимодействующих элементов существенно влияют на распределение тока, и уже трудно сказать, какой характер оно имеет. Также затрудняется анализ вторичных характеристик антенн, таких как диаграмма направленности или входное сопротивление. Поэтому здесь метод анализа на основе ИП ЭМП становится практически единственно возможным. На рис. 15, *а* показан тонкопроволочный излучатель, выполненный в виде кривой



Рис. 16. Результаты расчета ДН симметричных фрактального (*a*) и широкополосного (б) вибраторов длиной L: сплошные линии –  $L / \lambda = 1$ , пунктирные –  $L / \lambda = 2$ 



**Рис. 17.** Результаты расчета ДН симметричных фрактального (*a*) и широкополосного (б) вибраторов длиной L: сплошные линии –  $L / \lambda = 4$ , пунктирные –  $L / \lambda = 8$ 

Мура, и результат расчета его входного сопротивления с помощью ИП ЭМП (рис. 15, б). Размер излучателя D = 0.5 м.

На рис. 16, а и 17, а показаны результаты расчета ДН для симметричного вибратора, плечи которого представляют собой треугольники Серпинского, полученные в результате пяти итераций (фрактальный вибратор). Общая длина вибратора равна *L*. На рис. 16, *б*, 17, *б* приведены результаты для широкополосного вибратора с треугольными плечами аналогичных размеров. Решение внутренней и внешней задачи для обеих структур осуществлялось методом ИП ЭМП. ДН рассчитаны для различных соотношений  $L/\lambda$ . Отметим, что результаты для подобных антенн, рассчитанные методом конечных разностей во временной области (FDTD) с помощью коммерческого пакета «HFSS», приведены в [12]. Результаты, представленные на рис. 16 и 17, были подтверждены моделированием с использованием интегрального солвера пакета «CST STUDIO».

Как видно из рисунков, ДН фрактального вибратора обладает повторяемостью на кратных частотах, для широкополосного вибратора подобной повторяемости не наблюдается.

### Заключение

Интегральные представления электромагнитного поля имеют большое значение в электродинамической теории. Они отражают связь между ЭМП в любой точке пространства с токами в некотором объеме либо на поверхности, полностью описывая электродинамические процессы в пространстве с излучающими либо переизлучающими структурами.

В данной статье представлены различные формы записи ИП ЭПМ, в том числе сингулярные. Классические ИП ЭМП содержат дифференциальные операторы, которые могут существенно осложнить решение решение при использовании криволинейных систем координат. СИП ЭМП позволяет осуществлять непрерывный переход из дальней зоны в ближнюю зону излучающей структуры, в том числе непосредственно на ее поверхность. Приведены эффективные расчетные выражения для дальней зоны излучения в случае присутствия множества фазовых центров, а также ИП ЭМП повехностей вращения, тонкопроволочных и трубчатых излучателей. Рассмотрен механизм выделения особенностей (особенностей) в ядрах ИП, имеющий важное значение при решении внутренней электродинамической задачи и при определении поля в ближней зоне антенн.

Также приведены результаты численного расчета некоторых излучающих структур: двузаходной спиральной антенны над плоским экраном конечных размеров, меток радиочастотной идентификации, параболического рефлектора и прототипа фрактальной антенны на основе кривой Мура. Предлагается использовать СИП ЭМП в качестве инструмента для построения корректной теории антенн.

Одним из важных моментов является оценка перспектив дальнейшего развития рассмотренного аппарата. Здесь, на наш взгляд, представляются по крайней мере три направления. Вопервых, это более тесное совмещение СИП ЭМП с методом моментов в целях сокращения пути от построения выражений до численного моделирования. Во-вторых, расширение числа ключевых задач, под которыми следует понимать построение СИП ЭМП для множества элементарных излучателей с последующей декомпозицией анализируемой структуры до совокупности элементарных излучателей, наиболее подходящих в конкретном случае. И, наконец, третье направление – построение СИП ЭМП, автоматически учитывающих в себе геометрические свойства анализируемых излучающих структур. Подобные СИП ЭМП смогут существенно сократить затраты вычислительных ресурсов, что можно наблюдать на примере расчета обладающих симметрией вращения меток радиочастотной идентификации, рассмотренных в статье.

#### Список литературы

- 1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984. 428 с.
- Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. М.: Издательство иностранной литературы, 1958. 931 с.
- Неганов В.А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн. М.: Сайнс-Пресс, 2008. 432 с.
- Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П. Современная теория и практические применения антенн / под ред. В.А. Неганова. М.: Радиотехника, 2009. 720 с.
- Неганов В.А. Табаков Д.П., Клюев Д.С. Физическая регуляризация некорректных задач теории антенн // Электросвязь. 2011. № 5. С. 35–37.
- Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. Т. 1. 1989. № 8. С. 127-138.
- Неганов В.А., Табаков Д.П., Филиппов С.Б. Математическая модель двузаходной конической спиральной антенны с тонкопроволочным рефлектором конечных размеров // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 17. № 4. С. 38-44.
- Неганов В.А., Плотников А.М., Табаков Д.П. Электродинамический анализ резонансных меток для радиочастотной идентификации объектов методом сингулярных интегральных уравнений // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. С. 6.
- Неганов В.А., Плотников А.М., Ким С. Мультичастотная радиометка резонансного типа. Патент РФ 2402812С1. 2010. 30 с.
- Нефедов Е.И. Антенно-фидерные устройства и распространение радиоволн. М.: Издательский центр «Академия», 2006. 320 с.
- Кравченко В.Ф., Масюк В.М. Кольцевые фрактальные антенные решетки // Электромагнитные волны и электронные системы. 2004. Т. 9. № 5. С. 3–12.
- Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 848 с.

# Singular integral representation of the electromagnetic field as a means to correct solutions antenna problems

V.A. Neganov, D.P. Tabakov

The article is devoted to the (singular) integral representation of the electromagnetic field ((S)IP EMF). The questions relating to the place IP EMF in electrodynamics, as well as their use for constructing a rigorous self-consistent theory of antennas, which is by far the most part is a theory of the far zone. The definition of ill-posed problem of antenna theory. Given IP EMF for the most common classes of radiating structures. The results of numerical modeling are presented. *Keywords*: method of vector potential, singular representation of the electromagnetic field, antenna theory, ill-posed problems, finely stranded approach, spiral antennas, fractal antennas, radio frequency identification, a body with rotational symmetry.

#### Неганов, В.А.

Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: «САЙНС-ПРЕСС», 2008. – 432 с., 122 ил.



#### ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87 ББК 32.84 Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу

волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.