

**Математические модели и экспериментальное исследование
двухзаходной конической логоспиральной антенны
с тонкопроволочным рефлектором конечных размеров
для малого космического аппарата «АИСТ-2»**

В.А. Неганов¹, Д.П. Табаков¹, С.Б. Филиппов²

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

² ОАО «РКЦ «Прогресс»
443009, Российская Федерация, г. Самара
ул. Земеца, 18

Статья посвящена построению математических моделей двухзаходной конической логоспиральной антенны, входящей в состав малого космического аппарата «АИСТ-2». Построение моделей осуществляется на основе интегральных представлений электромагнитного поля, связывающих токи на излучающей поверхности с электромагнитным полем в любой точке пространства. Рассмотрен вопрос о влиянии размеров тонкопроволочного рефлектора и густоты его сетки на диаграмму направленности антенны. Приведены экспериментальные и численные результаты.

Ключевые слова: спиральные антенны, тонкопроволочное приближение, интегральные представления электромагнитного поля, интегральные уравнения.

Введение

Малый космический аппарат (МКА) «АИСТ-2» разработан ракетно-космическим центром «ЦСКБ-ПРОГРЕСС» совместно с Самарским государственным аэрокосмическим университетом (СГАУ) в качестве дополнительной полезной нагрузки на космическом аппарате «БИАН-М» [1; 2]. Назначение аппарата «АИСТ-2»: измерение магнитного поля земли, исследование поведения высокоскоростных механических частиц естественного и искусственного происхождения, экспериментальная отработка в космосе перспективных типов солнечных батарей отечественного производства и т. д.

В состав МКА входит спиральная антенна (СА), предназначенная для передачи телеметрической информации бортовой системы контроля управления на наземные станции в режиме ориентированного полета. Преимуществом двухзаходных логоспиральных антенн является большая стабильность всех их характеристик по частотным диапазонам.

Обычно разработка СА с заданными характеристиками начинается с инженерных расчетов, основу которых составляют выражения,

приведенные в [3–5], где спиральные антенны рассматриваются в различных приближениях, основанных на физике происходящих в антенне процессов. Основным недостатком такого подхода очень часто является достаточно низкая степень соответствия результатов реальных измерений проделанным расчетам. Поэтому при разработке рассматриваемой СА было принято решение об использовании более строгих математических моделей антенны на основе интегральных представлений электромагнитного поля [6], переходящих при решении внутренней электродинамической задачи в интегральные уравнения относительно неизвестных токов.

Среди работ, в которых электродинамический анализ осуществляется с помощью интегральных уравнений (ИУ), можно выделить [7–10], но в целом применение ИУ более характерно для зарубежных работ. Так, в [8] приведено ИУ произвольной тонкопроволочной структуры и результаты расчета тока в плоской равноугольной спиральной антенне, взятое из [9]. Интересным также представляется обзор [10].

В результате были построены две математических модели СА [2; 11]. В первой, более простой модели [2], заходы спирали были тонкопро-

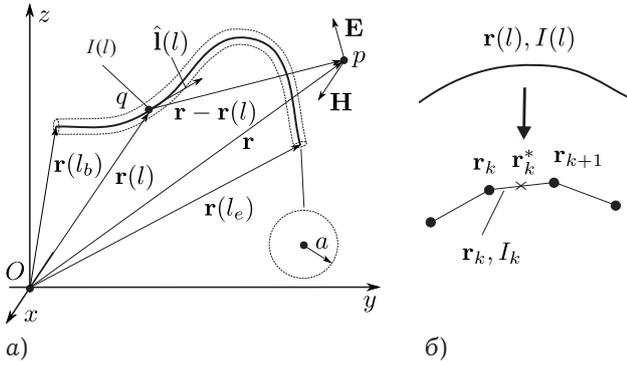


Рис. 1. Тонкопроволочная структура (а) и линейзация ее образующей (б)

волочными и имели равный шаг намотки. При этом учитывалась конечность размеров рефлектора антенны. Вторая модель [11] использовала первую в качестве прототипа, причем модель экрана была перенесена из первой модели практически без изменений, а математическая модель заходов была существенно переработана с целью более точной имитации геометрии металлической ленты, применяемой при изготовлении заходов реальной антенны. Также во второй модели была учтена поворотная симметрия геометрии антенны, что позволило сократить в четыре раза сложность решения внутренней задачи.

1. Интегральные представления электромагнитного поля

Интегральное представление электромагнитного поля (ИП ЭМП) связывает поле в заданной точке пространства с токами в некотором объеме V или на поверхности S . В [6] представлены ИП ЭМП тонкопроволочной структуры (ТПС, рис. 1, а):

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \int_L I(l') \mathbf{K}_a^F(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l)) dl', \quad F \equiv E, H; \quad (1)$$

здесь \mathbf{r} – радиус-вектор точки наблюдения, $I(l)$ – распределение полного тока по образующей L ТПС, \mathbf{K}_a^F – ядра ИП ЭМП [6], $\mathbf{r}(l)$ – уравнение образующей, l – естественный параметр.

Граничное условие на образующей ТПС

$$\hat{\mathbf{i}}(\mathbf{r}(l)) \cdot (\mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}(l)) + \mathbf{E}(\mathbf{r}(l))) = 0. \quad (2)$$

фактически приводит нас к интегральному уравнению (ИУ) относительно $I(l)$. В последнем выражении $\hat{\mathbf{i}}(\mathbf{r}(l))$ – единичный вектор касательной на образующей, $\mathbf{E}^{(in)}$ создается сторонними источниками, \mathbf{E} определяется из ИП ЭМП.

С учетом принципа суперпозиции выражения (1) и (2) легко обобщить на структуру, состоящую из произвольного числа проводников

L_1, L_2, \dots, L_N . В результате (2) перейдет в систему ИУ относительно соответствующих распределений полных токов $I_1(l), I_2(l), \dots, I_N(l)$.

Линеаризация образующих (рис. 1, б) приводит к следующим выражениям для определения поля:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \sum_{k_j=1}^{N_j} \mathbf{F}_{a_j}^{\Delta_j}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_{j,k_j}, I_{j,k_j}), \quad F \equiv E, H. \quad (3)$$

Выражение (3) описывает ЭМП, создаваемое совокупностью N излучающих элементов с сегментированными образующими. Для использования (3) необходимо знать неизвестные амплитуды токов I_{j,k_j} . В рамках метода сшивания в дискретных точках [12] потребуем выполнения граничного условия типа (2) в центрах сегментов. Пусть \mathbf{r}_{i,k_i}^* – радиус-вектор, проведенный в центр k_i -го сегмента i -го элемента. Тогда из (3) с учетом граничного условия (2) получаем систему линейных алгебраических уравнений для определения I_{j,k_j} :

$$\begin{aligned} -\hat{\mathbf{i}}(\mathbf{r}_{i,k_i}^*) \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_{i,k_i}^*) &= \\ &= \hat{\mathbf{i}}(\mathbf{r}_{i,k_i}^*) \cdot \sum_{j=1}^N \sum_{k_j=1}^{N_j} \mathbf{E}_{a_j}^{\Delta_j}(\mathbf{r}_{i,k_i}^*; \mathbf{r}_{j,k_j}, I_{j,k_j}); \end{aligned} \quad (4)$$

$$i = 1, \dots, N, \quad k_i = 1, \dots, N_i.$$

Устойчивое решение достигается при соблюдении условия $\Delta_j \geq 4a_j$, для всех j [13].

Уравнение k -го сегмента j -го элемента можно записать следующим образом:

$$\mathbf{r}_k(l) = \mathbf{r}_k^* + \hat{\mathbf{i}}_k l; \quad l \in [-\Delta/2, \Delta/2], \quad (5)$$

здесь \mathbf{r}_k^* – центр сегмента, $\hat{\mathbf{i}}_k$ – единичный вектор касательной на сегменте, Δ – длина сегмента. Полные выражения для $\mathbf{F}_{a_j}^{\Delta_j}$ приведены в [11]. Там же приводятся соответствующие выражения, учитывающие поворотную симметрию излучающей структуры.

2. Геометрия моделей

Общий вид геометрии исследуемых моделей представлен на рис. 2, а. Тонкопроволочный рефлектор имеет размеры $L \times L$ рис. 2, б; $H + b$ – высота модели, b – высота подъема основания спирали над рефлектором H – высота спирального элемента рис. 2, в. Структура обладает поворотной симметрией, поэтому рассмотрим только основную ее часть. Дополнительная часть получается поворотом основной на 180 градусов

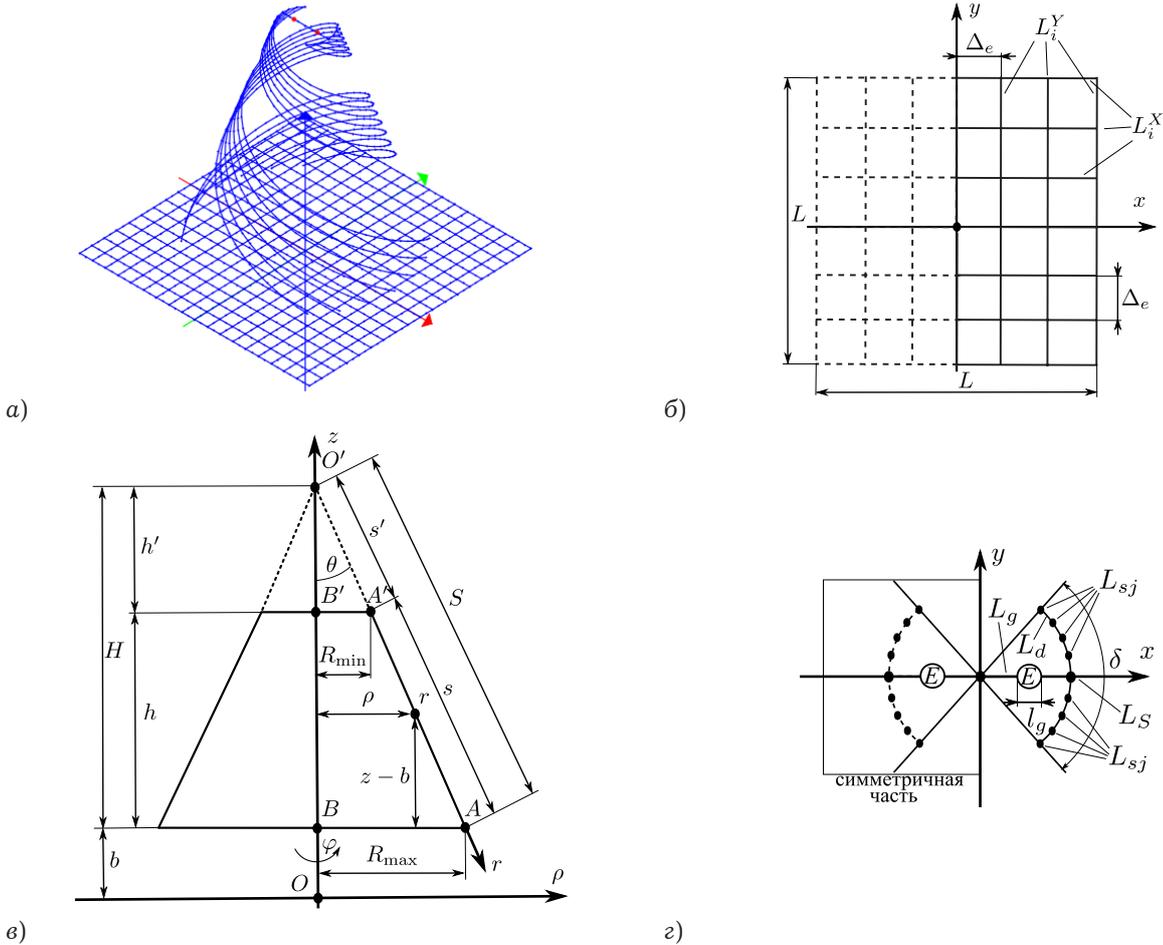


Рис. 2. Геометрия модели двухзаходной конической спиральной антенны: а) общий вид; б) экран; в) вид в плоскости ρOz ; г) вид в плоскости xOy при вершине антенны

вдоль оси Oz . Основную часть CA условно можно разбить на три составляющие:

- спиральные элементы, основной L_S и дополнительные L_{sj} , $j = 1, \dots, N_s$, где N_s – число дополнительных элементов. Вместе спиральные элементы имитируют металлическую ленту, образующую ветвь спирали (рис. 2, г). В случае первой модели CA дополнительные проводники отсутствуют.
- возбуждающая система, состоящая из возбуждающего элемента L_g и делителя L_d . В случае отсутствия дополнительных спиральных элементов L_{sj} делитель L_d также отсутствует
- рефлектор, образованный совокупностью прямолинейных проводников L_i^X и L_j^Y , $i = 1, \dots, N_r^X$, $j = 1, \dots, N_r^Y$ – число элементов рефлектора вдоль одной из координат (рис. 2, б).

На рис. 2, в схематически показано сечение антенны в плоскости ρOz . Заходы спирали располагаются на усеченном конусе высотой h , радиус нижнего основания которого равен R_{\max} , а радиус верхнего – R_{\min} . Конус сдвинут вдоль оси Oz на величину b . Высота полного конуса

равна H , высота отсеченной части равна h' . Длина образующей конуса – S , длина образующей отсеченной части – s' , длина образующей усеченного конуса – s . Линия OO' , совмещенная с осью Oz , является осью симметрии вращения, θ – угол между образующей и осью симметрии. Геометрия модели рассматривается в трех системах координат: системе $\{\rho, \varphi, z\}$ с началом координат в точке O' , связанной с конусом (коническая система координат), цилиндрической системе координат и декартовой системе координат.

В Декартовой системе координат уравнение поверхности захода логопериодической спирали можно записать в следующем виде [11]:

$$\mathbf{r}(\varphi, \xi) = \hat{\mathbf{x}}r(\varphi) \sin \theta \cos(\varphi - \xi) + \hat{\mathbf{y}}r(\varphi) \sin \theta \sin(\varphi - \xi) + \hat{\mathbf{z}}(H + b - r(\varphi) \cos \theta), \quad (6)$$

$$\varphi \in [0, 2\pi N_l], \quad \xi \in [-\delta / 2, \delta / 2],$$

где $b = -(1 / (2\pi N_l)) \ln k$, $k = R_{\min} / R_{\max}$ – коэффициент подобия, N_l – число витков спирали, $\sin \theta = R_{\max} / S$, $\cos \theta = H / S$,

$$\varphi = \varphi(l) = \frac{1}{b} \ln \left(\frac{lb}{s\sqrt{b^2 + \sin^2\theta}} + 1 \right), \quad (7)$$

l – натуральный параметр. Таким образом, выражение (6), дополненное (7), определяет уравнение поверхности одного захода равноугольной спирали в натуральном параметре l . Уравнения образующих тонкопроволочных проводников L_S и L_{sj} , имитирующих поверхность захода, получаются из (6) с учетом (7) следующим образом:

$$\mathbf{r}_S(l) = \mathbf{r}(\varphi(l), 0); \quad \mathbf{r}_{sj}(l) = \mathbf{r}(\varphi(l), \xi_j), \quad (8)$$

$$j = 1, \dots, N_s, \quad j \neq N_s / 2 + 1,$$

здесь $\xi_j = -\delta / 2 + (j - 1)\delta / N_s$. Заметим, что N_s должно быть четным.

В случае первой модели СА, когда заходы спирали обладают фиксированным межвитковым расстоянием, уравнение образующей захода имеет вид [2]:

$$\mathbf{r}_S(t) = (dt + R_{\min}) \cos(at) \hat{\mathbf{x}} + (dt + R_{\min}) \sin(at) \hat{\mathbf{y}} + (H + b)(1 - t) \hat{\mathbf{z}}, \quad (9)$$

$$t \in [0; 1],$$

здесь $d = R_{\max} - R_{\min}$, $a = 2\pi N_l$, t – параметр. Параметр t не является натуральным, при этом зависимость $t(l)$ в явном виде для (9) получить невозможно, и здесь необходимо применять численные методы.

Возбуждающий элемент представляет собой симметричный вибратор, один конец которого соединяется с началом основного проводника спирали p , являющегося одновременно центром проводника – делителя тока L_d . Второй конец возбуждающего вибратора совмещается с аналогичным вибратором в симметричной части.

В центре вибратора имеется зазор длиной l_g , в который помещается генератор сторонней ЭДС, создающий касательное поле E_l , равное нулю всюду, за исключением области зазора, в которой $E_l = U / l_g$, U – напряжение между кромками зазора. Параметрическое уравнение возбуждающего вибратора имеет вид:

$$\mathbf{r}_g(l) = l \hat{\mathbf{x}} + H \hat{\mathbf{z}}, \quad l \in [0; R_{\min}]. \quad (10)$$

Число сегментов делителя L_d кратно числу дополнительных спиральных проводников N_s . Он распределяет ток, возникающий на возбуждающем вибраторе под действием генератора ЭДС, по заходам спиральных элементов.

Тонкопроволочный рефлектор образован прямолинейными X - и Y -проводниками, параллельными, соответственно, осям Ox и Oy . Соответ-

ствующие параметрические уравнения можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{r}_i^X(l) = l \hat{\mathbf{x}} + \Delta_i \hat{\mathbf{y}}, \quad l \in [0; L / 2], \quad i = 1, \dots, N_r^X; \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_i^Y(l) = \Delta_i \hat{\mathbf{x}} + l \hat{\mathbf{y}}, \quad l \in [-L / 2; L / 2], \quad (12)$$

$$i = 2, \dots, N_r^Y, \quad \mathbf{r}_0^Y(l) = l \hat{\mathbf{y}}, \quad l \in [-L / 2; 0],$$

здесь N_r – число проводников вдоль одной из осей, $\Delta_i = -L / 2 + (i - 1)\Delta$ – константа, определяющая позицию проводника, Δ – расстояние между соседними X - или Y -проводниками.

Важным моментом является корректная сегментация X - и Y -проводников. Она должна осуществляться таким образом, чтобы узлы всех получающихся ломаных совпадали с точками пересечения X - и Y -проводников. В качестве дополнительного условия примем, что число N_r является нечетным. Тогда алгоритм получения ломаных будет иметь вид:

- Задаем порядок сетки экрана N_w ;
- Определяем число X - и Y -проводников как $N_r^X = 2N_w + 1$ и $N_r^Y = N_w + 1$;
- Определяем расстояние между соседними X - или Y -проводниками $\Delta_e = L(N_w - 1) / 2$;
- Задаем порядок числа сегментов K_s , определяющий, сколько сегментов находится между двумя соседними пересечениями на любом проводнике,
- Определяем общее число сегментов на любом элементе рефлектора $N_s = 2K_s(N_w - 1)$,
- Определяем значения натурального параметра для корректной дискретизации (11), (12) как $l_i = (i - 1)L / N_s$.

3. Результаты исследований

Для численных расчетов в рамках первой модели была выбрана модель, определяющаяся соотношениями: $(H + b) / L = 8 / 9$, $R_{\min} / L = 1 / 6$, $R_{\max} / L = 7 / 18$, $b / L = 2 / 45$; число сегментов N_s для заходов спиралей составило 150, число сегментов возбуждающего вибратора $N_g = 15$; числа, определяющие геометрию рефлектора: $N_w = 5$, $K_s = 2$ (данный рефлектор показан на рис. 2), число витков заходов спиралей было равно двум. Исследования проводились для различных соотношений L / λ .

На рис. 3 показаны распределение тока на одном из заходов спирали (а) и нормированная диаграмма направленности для данного распределения (б) при $L / \lambda = 5 / 20$. Распределение тока имеет вид стоячей волны, рефлектор слабо отражает электромагнитные волны, создаваемые

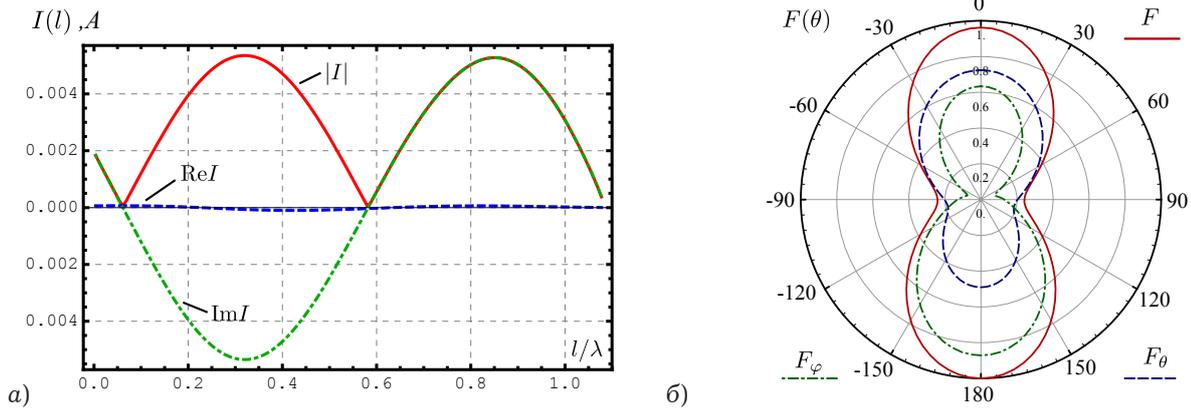


Рис. 3. Распределение тока на одном из заходов спирали (а) и нормированная диаграмма направленности для данного случая (б) при $L/\lambda = 5/20$

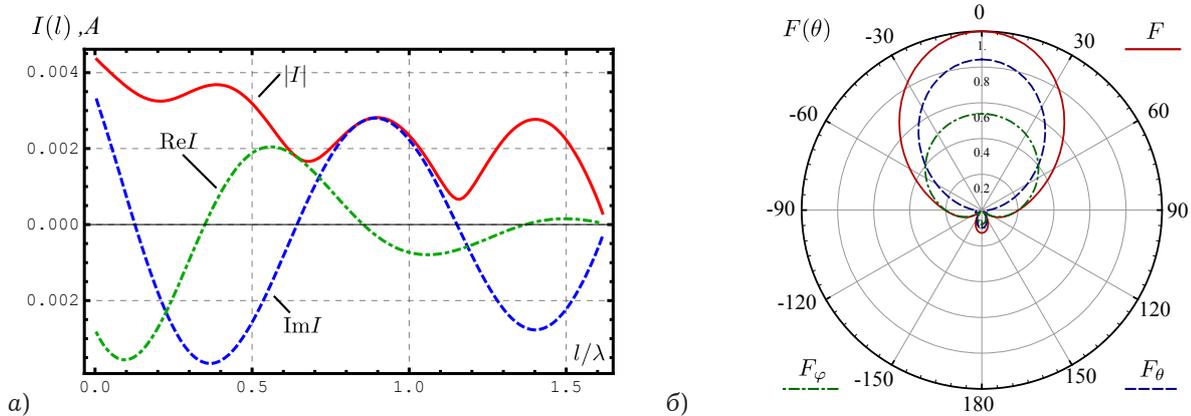


Рис. 4. Распределение тока на одном из заходов спирали (а) и нормированная диаграмма направленности для данного случая (б) при $L/\lambda = 9/20$

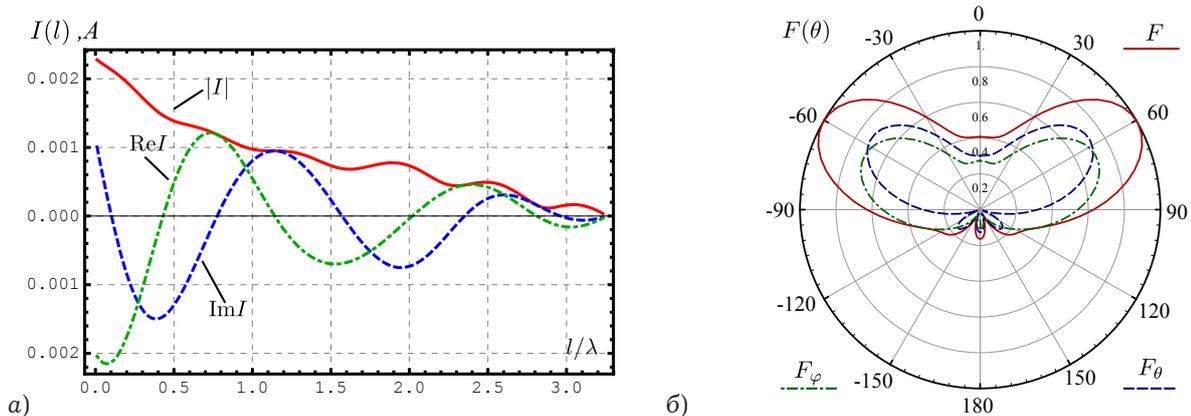


Рис. 5. Распределение тока на одном из заходов спирали (а) и нормированная диаграмма направленности для данного случая (б) при $L/\lambda = 18/20$

заходами спирали, поэтому излучение в нижнюю полуплоскость на диаграмме соизмеримо с излучением в верхнюю полуплоскость.

Далее было произведено моделирование для случая $L/\lambda = 9/20$. Распределение тока, показанное на рис. 4, а, имеет характер смешанной волны, причем преобладает составляющая в виде бегущей волны. Из диаграммы направленности (рис. 4, б) видно, что спираль работает в режиме осевого излучения, а рефлектор, не-

смотря на малые габариты, хорошо отражает падающую на него электромагнитную волну, излучаемую заходами спирали. Практически такой же результат для данного случая был получен при уменьшении значения N_w с пяти до трех, т. е. при увеличении размера ячейки до значения $\Delta_e \approx 0.1\lambda$.

На рис. 5 приведены распределения тока и диаграммы направленности для случая $L/\lambda = 18/20$. В спирали так же наблюдается режим

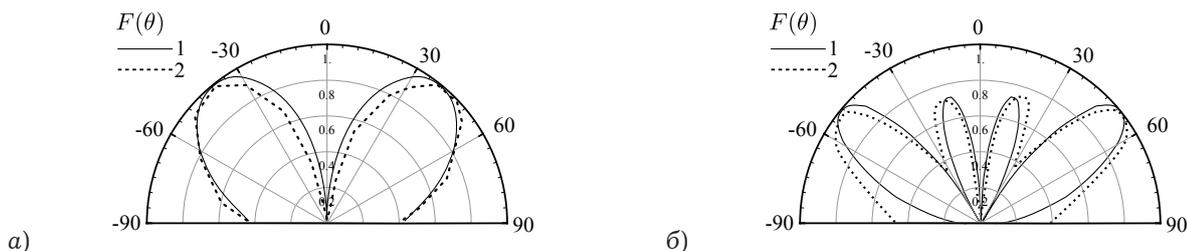


Рис. 6. Результаты сравнения расчетной и экспериментальной ДН для случая синфазного возбуждения: а) $L = 300$ мм; б) $L = 900$ мм (1 – теория, 2 – эксперимент)

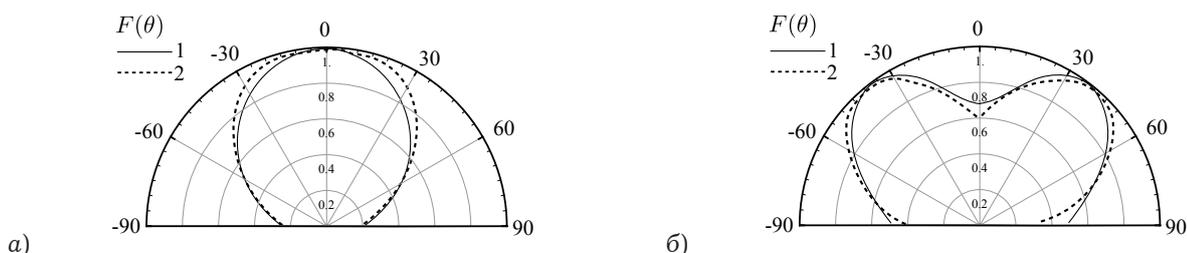


Рис. 7. Результаты сравнения расчетной и экспериментальной ДН для случая противофазного возбуждения: а) $L = 300$ мм; б) $L = 900$ мм (1 – теория, 2 – эксперимент)

бегущей волны тока, но диаграмма направленности приобретает воронкообразную форму. Увеличивается уровень излучения в нижней полуплоскости. Все рассчитанные диаграммы соответствуют представлениям, даваемым в рамках приближенной теории данного типа антенн.

Для экспериментов были созданы две модели СА. Одна модель имела синфазную запитку спирали, а вторая – противофазную. Угловая ширина спиралей обеих моделей составляла 90 градусов. Проводились исследования диаграмм направленности на частоте 435 МГц для двух случаев размера экрана. На рис. 6 представлены результаты моделирования и эксперимента для СА с синфазной запиткой, имеющей следующие геометрические параметры: диаметр вершины конуса – 70 мм, диаметр основания конуса – 210 мм, высота конуса – 350 мм, количество витков – 3. Из рисунков видно, что размер экрана существенным образом влияет на ДН антенны. В литературе, как правило, экран считают бесконечно протяженным, что делается для упрощения электродинамического анализа СА.

На рис. 7 представлены результаты для случая СА с противофазным возбуждением. СА при этом обладала следующими геометрическими параметрами: диаметр вершины конуса – 70 мм, диаметр основания конуса – 210 мм, высота конуса – 350 мм, количество витков – 1. Здесь, в отличие от случая синфазного возбуждения, при малом размере экрана антенна работает в режиме осевого излучения в полном соответствии с теорией. Но для той же антенны при

увеличении размеров экрана происходит развал ДН, и она приобретает коническую форму. С теоретической точки зрения аналогичные изменения происходят на более высоких частотах.

Следует отметить, что экспериментальные результаты несколько отличаются от результатов расчетов, в случае синфазного возбуждения смещением максимумов излучения, а в случае противофазного возбуждения – большей шириной ДН. Также отклонения наблюдались в уровнях излучения, проходящего за экран. Это связано как с несовершенством математической модели, так и неточностями при изготовлении опытных образцов СА. В целом же наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов эксперимента с результатами расчетов.

Заключение

В статье представлены математические модели двухзаходной равноугольной конической спиральной антенны с тонкопроволочным рефлектором конечных размеров. В рамках данных моделей можно изменять число витков спирали, диаметр вершины и основания конуса, ширину заходов спирали, густоту сетки рефлектора, а также тип возбуждения антенны. Приведены результаты расчетов и измерений нормированных амплитудных диаграммы направленности для двух опытных образцов антенн. В целом наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов эксперимента с результатами расчетов. Установлено, что увеличение размеров экрана СА выбранной геометрии при фиксированной

частоте в случае противофазного возбуждения приводит к развалу ДН, а в случае синфазного возбуждения – к появлению дополнительных лепестков в ДН.

Из недостатков математических моделей следует отметить, что при увеличении размеров экрана очень быстро возрастает общее количество сегментов, и как следствие, в квадратичной зависимости от числа сегментов растет размерность матрицы импедансов. При решении СЛАУ прямыми методами, наиболее устойчивыми к вычислительной погрешности (в данном случае использовался метод вращений Гивенса), крах решения наступает, когда размер матрицы составляет около 700×700 элементов при условии использования чисел с плавающей точкой двойной точности.

Поэтому в дальнейшем планируется совершенствование модели экрана с помощью различных вариантов: проецированию распределений тока по тонкопроволочным элементам экрана в базисы, уменьшающие размер решаемой СЛАУ, переход к сплошной модели экрана, как это сделано в [14] на основе двумерных сингулярных интегральных уравнений, либо разработке модели круглого экрана, двумерная задача дифракции на котором может быть сведена к набору одномерных задач относительно Фурье-гармоник распределения тока.

Список литературы

1. Малый космический аппарат «АИСТ-2». Федеральное космическое агентство: Государственный научно-производственный ракетно-космический центр «ЦСКБ-ПРОГРЕСС», Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ) имени академика С.П. Королева
2. Неганов В.А., Табаков Д.П., Филиппов С.Б. Математическая модель двузаходной конической спиральной антенны с тонкопроволочным рефлектором конечных размеров // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16. № 4. С. 38–45.
3. Драбкин А.Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г. Антенно-фидерные устройства. Изд. 2-ое, доп. и перераб. М.: Сов. радио, 1974. 536 с.
4. Юрцев О.А., Рунов А.В., Казарин А.Н. Спиральные антенны. М.: Сов радио, 1974. 223 с.
5. Жук М.С. Молочков Ю.Б. Проектирование линзовых, сканирующих, широкодиапазонных антенн и фидерных устройств. М.: Энергия, 1973. С. 182–188.
6. Интегральное представление электромагнитного поля геометрически киральной структуры / В.А. Капитонов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15. № 4. С. 6–13.
7. Чебышев В.В. Микрополосковые антенны в многослойных средах. М.: Радиотехника, 2007. 160 с.
8. Mei K.K. On the integral equations of thin wire antennas // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1965. № AP-13. P. 374–378.
9. Baghdasarian A., Angelakos D.J. Scattering and radiation from conducting loops // Electronics Research Lab. Rept 65-1. University of California, Berkeley.
10. Adekola S., Mowete A., Ayorinde A. Compact theory of the broadband elliptical helical antenna // European Journal of Scientific Research. 2009. Vol. 31. № 3. P. 446–490.
11. Теоретическое и экспериментальное исследование двузаходной конической равноугольной логоспиральной антенны малого космического аппарата «АИСТ-2» / В.А. Неганов [и др.] // Радиотехника. 2015. № 2. С. 5–15.
12. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры, пер с англ. под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Мир, 1977. 487 с.
13. Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. 1989. Т. 1. № 8. С. 127–138.
14. Клюев Д.С. Расчет характеристик зеркальной антенны с плоским зеркалом методом двумерных сингулярных интегральных уравнений // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2010. Т. 13. № 1. С. 21–26.

Mathematical models and experimental research of bifilar logospiral conical antenna with a thinwire finite size reflector of Small spacecraft «AIST-2»

V.A. Neganov, D.P. Tabakov, S.B. Filippov

The article is devoted to construction of mathematical models of bifilar conical logospiral antenna, part of the small spacecraft «AIST-2». Construction of models is based on the integral representations an electromagnetic field coupling currents on the radiating surface with an electromagnetic field at any point in space. the impact finely stranded reflector size and density of the grid on his chart The antenna is considered. The experimental and numerical results are given.

Keywords: laser spiral antenna, thinwire approximation, integral representations electromagnetic field, integral equations.