

Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор с тепловым полем

Е.К. Башкиров, Т.С. Мастюгина

Самарский государственный университет
443011, Российская Федерация, г. Самара
ул. Ак. Павлова, 1

В настоящей работе нами рассмотрена динамика перепутывания двух атомов, последовательно пролетающих резонатор одноатомного лазера с конечной температурой. Исследовано влияние начальной атомной когерентности и интенсивности теплового поля резонатора на степень перепутывания атомов. Показано, что для любых начальных состояний атомов их взаимодействие с тепловым полем резонатора приводит к перепутыванию в случае малых интенсивностей поля. При этом наведение начальной атомной когерентности ведет к уменьшению степени перепутывания атомов.

Ключевые слова: одноатомный лазер, перепутывание, тепловое поле, атомная когерентность, параметр Переса – Хордецких.

Введение

Атомные перепутанные состояния являются основным ресурсом физики квантовых вычислений и квантовой информатики. В настоящее время предложены и экспериментально реализованы различные схемы генерации перепутывания состояний атомов и ионов в резонаторах и оптических и магнитных ловушках, а также различных искусственных атомных объектов, таких как квантовые точки, примеси в твердых телах, сверхпроводящие цепи с джозефсоновскими переходами и др. [1]. Одним из очевидных кандидатов на роль кубита, который является управляемой системой на двух уровнях, становится нейтральный атом [2]. Кубиты, закодированные на уровнях атомной энергии, могут быть легко приготовлены в требуемом состоянии при использовании оптической накачки и лазерного охлаждения и могут достаточно легко управляться с помощью электромагнитного излучения. Нейтральные атомы хорошо подходят на роль кубитов также из-за их слабого взаимодействия с окружающей средой, что приводит к длинным временам когерентности. Перспектива генерации многокубитных перепутанных состояний вместе с возможностью локальной адресации и измерения делает нейтральные атомы весьма обещающими объектами для физики квантовых вычислений. Одним из способов исследования особенностей перепутывания нейтральных рид-

берговских атомов является одноатомный лазер. В экспериментах с одноатомным лазером для двух атомов, последовательно пролетающих резонатор с вакуумным состоянием поля, наблюдались как белловские двухчастичные атомные перепутанные состояния [3], так и трехчастичные атом-полевые перепутанные состояния Гринберга – Хорна – Цайлингера [4]. В эксперименте [3] по генерации ЭПР атомного перепутанного состояния два изначально независимых двухуровневых ридберговских атома последовательно пролетали высокодобротный резонатор с вакуумным полем. При этом первый из пары атомов приготавливался в возбужденном, а второй – в основном состоянии. Скорость первого атома подбиралась так, чтобы время взаимодействия этого атома с вакуумным полем τ удовлетворяло условию $\Omega\tau = \pi/2$, где Ω – вакуумная частота Раби, которая определяет скорость обмена фотоном атома и резонатора. Скорость второго атома выбиралась в два раза меньшей, чем у первого атома. Тогда время взаимодействия второго атома с вакуумным полем удовлетворяло условию $\Omega\tau = \pi$. В результате такого взаимодействия состояния атомов максимально запутывались. Анализ распределения конечных состояний атомов позволил авторам сделать вывод о наличии перепутывания их состояний, степень которого составляла примерно 63 % от предсказываемого максимально возможного значения.

В ряде работ [5–8] была теоретически предсказана возможность генерации перепутывания атомов с одно- и двухфотонными переходами, последовательно пролетающих через резонатор, в котором поле приготовлено в различных квантовых состояниях, в том числе и в тепловом состоянии. В ряде недавних работ, посвященных исследованию перепутывания в системе двух атомов, одновременно взаимодействующих с тепловой модой резонатора [9–13], было также показано, что начальная атомная когерентность может существенно увеличить степень атомного перепутывания. Представляет интерес изучить влияние начальной атомной когерентности на перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор. Такая задача рассматривалась ранее в работе [14], однако ее авторы не учли все возможные квантовые корреляции, возникающие между атомами.

Таким образом, в настоящей работе нами исследована зависимость поведения перепутывания двух атомов, последовательно пролетающих тепловой резонатор, от степени их начальной когерентности и интенсивности теплового поля резонатора.

1. Описание модели

Рассмотрим систему двух идентичных двухуровневых атомов, приготовленных в перепутанном состоянии. Предположим, что атомы движутся в направлении некоторой выделенной оси, перпендикулярной оси резонатора, со скоростями v_1 и v_2 соответственно и последовательно один за другим пролетают через основной микрорезонатор, в котором резонансно взаимодействуют с электромагнитным полем посредством вырожденных однофотонных переходов. То есть мы предполагаем, что в момент времени, когда первый атом покидает резонатор, второй в него влетает. Времена пролета атомами резонатора составят τ и t соответственно. Гамильтониан резонансного взаимодействия атома с полем резонатора в дипольном приближении и приближении вращающейся волны есть

$$H = \hbar g (a^+ \sigma^- + \sigma^+ a), \quad (1)$$

где a^+ (a) – оператор рождения (уничтожения) фотонов резонаторной моды поля; σ^+ и σ^- – повышающий и понижающий оператор в двухуровневом атоме; g – эффективная константа взаимодействия атома с полем.

Мы будем полагать, что перед пролетом через микрорезонатор каждый из атомов с помо-

щью диодного лазера в предварительном боксе переводится в когерентную смесь возбужденного и основного состояний вида

$$\begin{aligned} |\Psi_1(0)\rangle &= \cos \theta_1 |+\rangle + e^{i\varphi_1} \sin \theta_1 |-\rangle, \\ |\Psi_2(0)\rangle &= \cos \theta_2 |+\rangle + e^{i\varphi_2} \sin \theta_2 |-\rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь θ_1 и θ_2 – амплитуды поляризованных атомов и φ_1 и φ_2 – относительные фазы атомов соответственно.

В качестве начального состояния поля мы будем рассматривать одномодовое тепловое поле, состояние которого определяется матрицей плотности вида

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle\langle n|, \quad (3)$$

где весовые множители есть

$$p_n = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{n+1}}.$$

Здесь \bar{n} – среднее число фотонов в резонаторе

$$\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i / k_B T] - 1)^{-1},$$

где k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора.

2. Вычисление параметра перепутывания двух атомов

Для определения степени атом-атомного перепутывания будем использовать параметр Переса – Хорощеких, определим ее стандартным образом [15]

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (4)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита (атома) редуцированной матрицы плотности. Для неперепутанных состояний $\varepsilon = 0$. Для перепутанных состояний $0 < \varepsilon \leq 1$. Максимальной степени перепутывания соответствует значение $\varepsilon = 1$.

Решая квантовое уравнение Лиувилля для двух последовательных этапов взаимодействия каждого из атомов с полем резонатора, описываемым гамильтонианом (1), с учетом начальных условий (2) и (3) мы можем найти явный вид временной матрицы плотности полной системы в момент вылета второго атома из резонатора. Усредняя ее по переменным поля, можно получить редуцированную атомную матрицу плотности в двухатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ вида

$$\rho_{at}(\tau, t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{12}^* & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{13}^* & \rho_{23}^* & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{14}^* & \rho_{24}^* & \rho_{34}^* & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \sum_n p_n (|X_{1n}|^2 + |X_{2n}|^2 + |X_{3n}|^2), \\ \rho_{12} &= \sum_n p_n (X_{1n}X_{4n}^* + X_{2n}X_{5n}^*), \\ \rho_{13} &= \sum_n p_n (X_{1n}X_{7n}^* + X_{2n}X_{9n}^*), \\ \rho_{14} &= \sum_n p_n X_{1n}X_{10n}^*, \\ \rho_{22} &= \sum_n p_n (|X_{4n}|^2 + |X_{5n}|^2 + |X_{6n}|^2), \\ \rho_{23} &= \sum_n p_n (X_{4n}X_{7n}^* + X_{5n}X_{9n}^* + X_{6n}X_{8n}^*), \\ \rho_{24} &= \sum_n p_n (X_{4n}X_{10n}^* + X_{6n}X_{11n}^*), \\ \rho_{33} &= \sum_n p_n (|X_{7n}|^2 + |X_{8n}|^2 + |X_{9n}|^2), \\ \rho_{34} &= \sum_n p_n (X_{7n}X_{10n}^* + X_{8n}X_{11n}^*), \\ \rho_{44} &= \sum_n p_n (|X_{10n}|^2 + |X_{11n}|^2 + |X_{12n}|^2), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} X_{1n}(\tau, t) &= a \cos(\sqrt{n+1}g\tau) \cos(\sqrt{n+1}gt), \\ X_{2n}(\tau, t) &= -i(c \sin(\sqrt{n}g\tau) \cos(\sqrt{n}gt) + \\ &+ b \cos(\sqrt{n+1}g\tau) \sin(\sqrt{n}gt)), \\ X_{3n}(\tau, t) &= -d \sin(\sqrt{n}g\tau) \sin(\sqrt{(n-1)gt}), \\ X_{4n}(\tau, t) &= -c \sin(\sqrt{n}g\tau) \sin(\sqrt{n}gt) + \\ &+ b \cos(\sqrt{n+1}g\tau) \cos(\sqrt{n}gt), \\ X_{5n}(\tau, t) &= -id \sin(\sqrt{n}g\tau) \cos(\sqrt{(n-1)gt}), \\ X_{6n}(\tau, t) &= -ia \cos(\sqrt{n+1}g\tau) \sin(\sqrt{n+1}gt), \\ X_{7n}(\tau, t) &= c \cos(\sqrt{n}g\tau) \cos(\sqrt{n+1}gt) - \\ &- b \sin(\sqrt{n+1}g\tau) \sin(\sqrt{n+1}gt), \\ X_{8n}(\tau, t) &= -ia \sin(\sqrt{n+1}g\tau) \cos(\sqrt{n+2}gt), \\ X_{9n}(\tau, t) &= -id \cos(\sqrt{n}g\tau) \sin(\sqrt{n}gt), \\ X_{10n}(\tau, t) &= d \cos(\sqrt{n}g\tau) \cos(\sqrt{n}gt), \\ X_{11n}(\tau, t) &= -i(c \cos(\sqrt{n}g\tau) \sin(\sqrt{n+1}gt) + \\ &+ b \sin(\sqrt{n+1}g\tau) \cos(\sqrt{n+1}gt)), \end{aligned}$$

$$X_{12n}(\tau, t) = -a \sin(\sqrt{n+1}g\tau) \sin(\sqrt{n+2}gt).$$

Частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная атомная матрица плотности для (5) может быть представлена в виде

$$\rho_{at}^T(\tau, t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13}^* & \rho_{23}^* \\ \rho_{12}^* & \rho_{22} & \rho_{14}^* & \rho_{24}^* \\ \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{34}^* & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита матрицы плотности (6) можно найти только численным способом. В следующем разделе представлено временное поведение параметра перепутывания (4) для различных параметров модели и одинаковых скоростей движения атомов, т. е. при условии $\tau = t$.

3. Обсуждение результатов

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (4) для различных начальных состояний атомов и интенсивностей теплового поля резонатора представлены на рис. 1–3. На рис. 1 и 2 показана зависимость параметра Переса – Хородецких от степени атомной когерентности, а на рис. 3 – от среднего числа фотонов в резонаторной моде. Из рисунков хорошо видно, что перепутывание атомов за счет взаимодействия с тепловым полем резонатора возникает для любых начальных атомных состояний, в частности, для случая, когда оба атома первоначально возбуждены. При этом начальная атомная когерентность приводит к уменьшению степени перепутывания. Такое поведение пере-

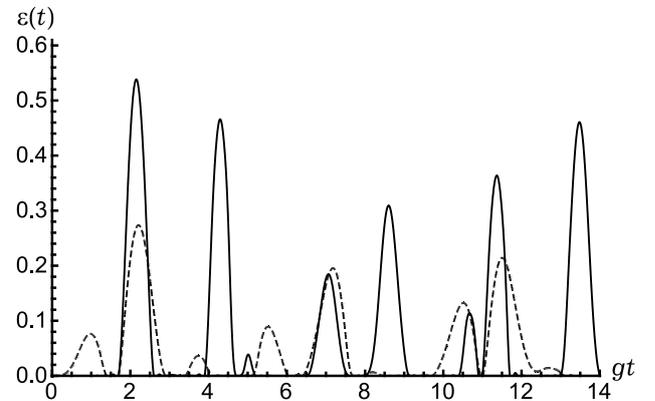


Рис. 1. Зависимость параметра перепутывания от безразмерного времени gt . Среднее число тепловых фотонов в резонаторной моде $\bar{n} = 0.1$. Амплитуды поляризованных атомов $\theta_1 = \theta_2 = 0$, (сплошная линия) и $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$ (точечная линия)

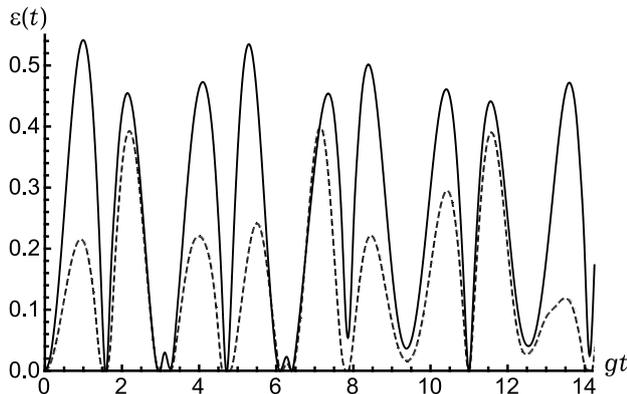


Рис. 2. Зависимость параметра перепутывания от безразмерного времени gt . Среднее число тепловых фотонов в резонаторной моде $\bar{n} = 0.1$. Амплитуды поляризованных атомов $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi/2$, (сплошная линия) и $\theta_1 = \pi/6$, $\theta_2 = \pi/3$ (точечная линия)

путывания для атомов, последовательно пролетающих резонатор, принципиально отличается от его поведения для атомов, одновременно взаимодействующих с тепловым полем в резонаторе. В последнем случае наличие начальной атомной когерентности приводит к существенно увеличению атомного перепутывания даже в случае интенсивного теплового поля [9; 10]. Кроме того, для атомов, одновременно запертых в резонаторе и приготовленных в возбужденных состояниях, электромагнитное поле не приводит к перепутыванию их состояний ни для каких значений константы атом-полевого взаимодействия [11–13]. Рис. 3 показывает, что квантовые корреляции между атомами, последовательно пролетающими микрорезонатор, возникают только для тепловых полей малой интенсивности, когда среднее число фотонов в моде не превосходит единицы или, соответственно, температура резонатора не превосходит 4 К.

Заключение

Таким образом, нами исследована динамика перепутывания состояний двух двухуровневых атомов, последовательно пролетающих микрорезонатор одноатомного лазера с тепловым одноимодовым полем, в случае, когда атомы перед пролетом микрорезонатора с помощью диодного лазера в предварительном боксе переводятся в когерентную суперпозицию возбужденного и основного состояний. В работе показано, что взаимодействие атомов с тепловым полем достаточно малой интенсивности приводит к перепутыванию их состояний для любых их начальных состояний, в том числе для начального состояния, в котором оба атома возбуждены. Пока-

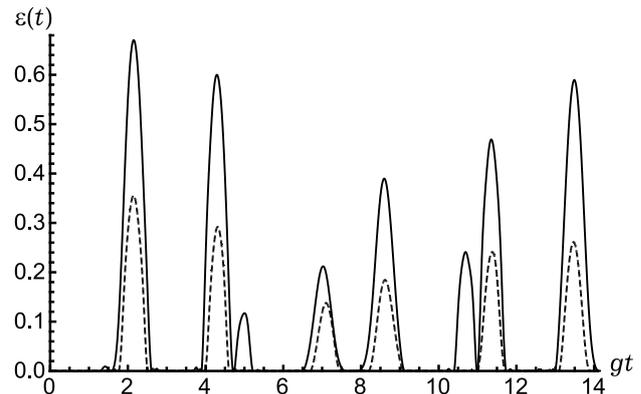


Рис. 3. Зависимость параметра перепутывания от безразмерного времени gt . Амплитуды поляризованных атомов $\theta_1 = \theta_2 = 0$. Среднее число тепловых фотонов в резонаторной моде $\bar{n} = 0$ (сплошная линия) и $\bar{n} = 0.5$ (штриховая линия)

зано также, что наведение начальной атомной когерентности приводит к уменьшению степени перепутывания атомов. В настоящей работе мы считали резонатор идеальным. Рассмотрение более реалистичной модели перепутывания атомов, последовательно пролетающих резонатор с конечной добротностью, учитывающей энергетическую и фазовую диссипацию будет являться предметом нашей следующей работы.

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства образования и науки Российской Федерации № 1394.

Список литературы

1. Nielsen M.A., Chuang I.L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 698 p.
2. Georgescu I., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // Rev. Mod. Phys. 2014. Vol. 86. P. 153–187.
3. Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms / E. Hagley [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 1–5.
4. Step-by-step engineered multiparticle entanglement / A. Rauschenbeutel [et al.] // Science. 2000. Vol. 288. P. 2024–2028.
5. Ghosh B., Majumdar A.S., Nayak N. Effects of cavity-field statistics on atomic entanglement in the Jaynes-Cummings model // Int. J. Quant. Inf. 2007. Vol. 5. P. 169–178.
6. Ghosh B., Majumdar A.S., Nayak N. Control of atomic entanglement by the dynamic Stark effect // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2008. Vol. 41. P. 065503.
7. Yan X.-Q. Entanglement sudden death of two atoms successive passing a cavity // Chaos, Solitons and Fractals. 2009. Vol. 41. P. 1645–1650.
8. Башкиров Е.К., Никифорова Ю.А. Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор, индуцированное тепловым полем // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36. № 4. P. 468–473.

9. Hu Y.H., Fang M.F., Wu Q. Atomic coherence control on the entanglement of two atoms in two-photon processes // Chinese Physics. 2007. V. B16. P. 2407–2414.
10. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Перепутывание двух сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37. № 3. С. 278–285.
11. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику перепутанных сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с тепловым полем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16. № 2. С. 19–24.
12. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на перепутывание двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами // Оптика и спектроскопия. 2014. Т. 116. № 4. С. 160–165.
13. Bashkirov E.K., Mastyugin M.S. The influence of atomic coherence and dipole-dipole interaction on entanglement of two qubits with nondegenerate two-photon transitions // Pramana Journal of Physics. 2015. V. 84. P. 127–135.
14. Sudden birth of entanglement between two atoms successively passing a thermal cavity / Q. Liao [et al.] // Optics Communications. 2011. Vol. 284. P. 301–305.
15. Vedral V. Introduction in Quantum Information Science. N.Y.: Oxford University Press, 2006. 182 p.

Entanglement between atoms successively passing the cavity with thermal field

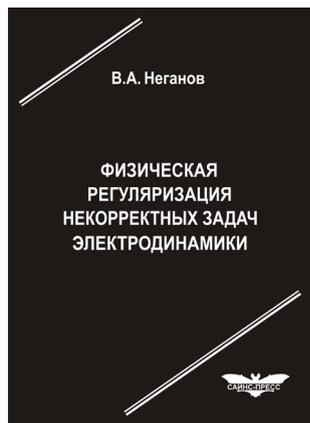
E.K. Bashkirov, T.S. Mastyugina

In the present paper the entanglement dynamics of two atoms successively passing the one-atom maser cavity with finite temperature has been considered. The influence of the initial atomic coherence and intensity of the thermal cavity field on the degree of the atomic entanglement has been investigated. It has been shown that the interaction between atoms and cavity low-intensity thermal field leads to entanglement for all initial atomic states and the initial atomic coherence leads to decreasing of the degree of the entanglement.

Keywords: one-atom maser, entanglement, thermal field, atomic coherence, Peres – Horodecki criterion.

Неганов, В.А.

Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – 432 с., 122 ил.



ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87

ББК 32.84

Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.