

Удвоенное обращение волнового фронта при шестиволновом взаимодействии на тепловой нелинейности

В.В. Ивахник, В.И. Никонов, М.В. Савельев

Самарский государственный университет
443011, Российская Федерация, г. Самара
ул. Ак. Павлова, 1

Проанализирована пространственная селективность шестиволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности. Получено выражение, устанавливающее однозначную связь между пространственным спектром объектной волны с удвоенным обращенным волновым фронтом и пространственным спектром температурной решетки. Найдена зависимость полуширины углового спектра объектной волны от толщины нелинейной среды.

Ключевые слова: шестиволновой преобразователь излучения, удвоенное обращение волнового фронта, тепловая нелинейность.

Введение

Наряду с четырехволновым взаимодействием для получения волны с обращенным волновым фронтом может быть использовано шестиволновое взаимодействие. Переход от четырех- к шестиволновым взаимодействиям расширяет возможности управления параметрами отраженной (объектной) волны, позволяет, в частности, получить волну с удвоенным обращенным волновым фронтом [1; 2].

При реализации шестиволновых взаимодействий, как правило, рассматриваются среды с резонансной нелинейностью, в которых за счет подбора частот взаимодействующих волн можно существенно повысить коэффициент отражения шестиволновых преобразователей излучения [3–6]. В последние годы выполнены работы по высокоэффективному шестиволновому преобразованию излучения с удвоенным обращением волнового фронта на тепловой нелинейности в линейно поглощающих средах [7; 8].

При практическом использовании шестиволновых преобразователей излучения в системах коррекции фазовых искажений, системах обработки и преобразования изображения необходимо знать, насколько точно волновой фронт объектной волны соответствует сопряженному (удвоенно сопряженному) волновому фронту обращенной (сигнальной) волны. К настоящему времени этот вопрос исследован лишь для шестиволнового преобразователя на керровской

нелинейности [2; 9]. Представляет практический интерес изучение качества обращения волнового фронта при шестиволновом взаимодействии на других типах нелинейности, в частности, на тепловой нелинейности.

1. Пространственная селективность шестиволнового преобразователя

Рассмотрим типичную схему взаимодействия волн, позволяющую получить волну с удвоенным обращенным волновым фронтом. В плоском слое линейно поглощающей среды толщиной ℓ распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 , частотами ω_1 и ω_2 и сигнальная волна с амплитудой A_3 , частотой ω_1 (рис. 1).

Распространение излучения в поглощающей среде приводит к изменению температуры среды (δT), а значит, к изменению показателя преломления (δn). При малом изменении показателя преломления ($\delta n \ll n_0$) выражение для квадрата показателя преломления можно записать следующим образом:

$$n^2 = n_0^2 \left\{ 1 + \frac{2}{n_0} \left[\frac{dn}{dT} \delta T + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T^2 \right] \right\}.$$

Здесь n_0 – среднее значение показателя преломления.

В приближении заданного поля по волнам накачки ($|A_{1,2}| \gg |A_{3,4}|$), с учетом интерференции сигнальной волны с первой волной накачки, вы-

ражение для интенсивности волн в нелинейной среде есть

$$I = I_0 + A_1 A_3^* + A_1^* A_3,$$

где $I_0 = I_1 + I_2$, $I_{1,2} = A_{1,2} A_{1,2}^*$.

Тогда изменение температуры можно представить в виде суммы медленно (δT_0) и быстро (δT_{31}) меняющихся в зависимости от координат составляющих:

$$\delta T = \delta T_0 + \delta T_{31} + \delta T_{31}^*.$$

Здесь δT_{31} – изменение температуры, обусловленное интерференцией волны накачки и сигнальной волны.

За шестиволновое взаимодействие отвечают квадратичные температурные решетки, вклад которых в изменение показателя преломления определяется слагаемым

$$\frac{d^2 n}{dT^2} \delta T^2.$$

Дифракция второй волны накачки на квадратичной температурной решетке (δT_{31}^2) приводит к возникновению объектной волны с удвоенным обращенным волновым фронтом на частоте $\omega_2 = \omega_1 + \omega_1 + \omega_2 - \omega_1 - \omega_1$ с комплексной амплитудой

$$A_6 \sim \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T_{31}^2 A_2,$$

распространяющейся навстречу сигнальной волне.

С учетом указанных выше приближений, при условии малого коэффициента отражения ($|A_6| \ll |A_3|$), уравнение Гельмгольца, описывающее шестиволновое взаимодействие в среде с тепловой нелинейностью, распадается на четыре уравнения [10]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\{ \nabla^2 + k_1^2 \left(1 + \frac{2}{n_{10}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T_0^2 \right] \right) \right\} - \\ & - 2ik_1 \alpha_1 \} A_{1,3} = 0, \\ & \left\{ \nabla^2 + k_2^2 \left(1 + \frac{2}{n_{20}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T_0^2 \right] \right) \right\} - \\ & - 2ik_2 \alpha_2 \} A_2 = 0, \\ & \left\{ \nabla^2 + k_2^2 \left(1 + \frac{2}{n_{20}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T_0^2 \right] \right) \right\} - \\ & - 2ik_2 \alpha_2 \} A_6 + \frac{k_2^2}{n_{20}} \frac{d^2 n}{dT^2} \delta T_{31}^2 A_2 = 0. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

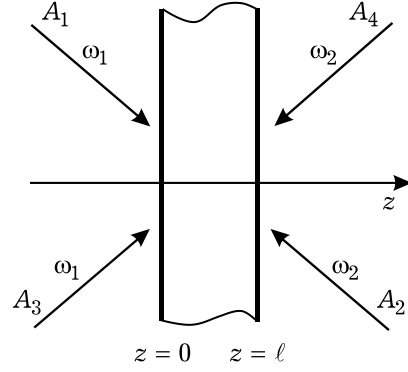


Рис. 1. Схема взаимодействия

Здесь $k_{1,2} = \omega_{1,2} n_{1,20} / c$, $\alpha_{1,2}$ и $n_{1,20}$ – коэффициент поглощения и показатель преломления на частоте $\omega_{1,2}$.

Уравнения (1) дополняются уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{\alpha_1 (I_1 + A_1 A_3^* + A_1^* A_3) + \alpha_2 I_2}{\Lambda c_p v} = 0, \quad (2)$$

где Λ – коэффициент теплопроводности; c_p – удельная теплоемкость; v – объемная плотность вещества.

Пусть волны накачки плоские:

$$A_{1,2}(\vec{r}) = \tilde{A}_{1,2}(z) \exp(-i\vec{k}_{1,2}\vec{r}).$$

Сигнальную и объектную волны разложим по плоским волнам

$$A_{3,6}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{3,6}(\vec{k}_{3,6}, z) \times \\ \times \exp(-i\vec{k}_{3,6}\vec{\rho} - ik_{3,6z}z) d\vec{k}_{3,6}.$$

Здесь $\tilde{A}_j(\vec{k}_j, z)$ – пространственный спектр j -й волны; \vec{k}_j и k_{jz} – поперечная и продольная составляющие волнового вектора \vec{k}_j ; $j = 3, 6$; $\vec{\rho}(x, y)$ – поперечная составляющая радиус-вектора $\vec{r}(\vec{\rho}, z)$.

Изменение температуры, обусловленное интерференцией волны накачки и сигнальной волны, разложим по гармоническим решеткам:

$$\delta T_{31}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\delta T}_{31}(\vec{k}_T, z) \exp(-i\vec{k}_T\vec{\rho}) d\vec{k}_T,$$

где $\tilde{\delta T}_{31}$ и \vec{k}_T – пространственный спектр и пространственный вектор температурной решетки.

С учетом разложения сигнальной и объектной волн по плоским волнам, а изменения температуры, обусловленной интерференцией волны накачки и сигнальной волны, – по гармоническим решеткам при квазиколлинеарной геомет-

рии взаимодействия, система уравнений (1) переписывается следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{d\tilde{A}_{1,3}}{dz} + i \frac{k_1}{n_{10}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} (\delta T_0)^2 \right] \tilde{A}_{1,3} + \\ & + \alpha_1 \tilde{A}_{1,3} = 0, \\ & \frac{d\tilde{A}_2}{dz} - i \frac{k_2}{n_{20}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} (\delta T_0)^2 \right] \tilde{A}_2 - \\ & - \alpha_2 \tilde{A}_2 = 0, \\ & \frac{d\tilde{A}_6}{dz} - i \frac{k_2}{n_{20}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} (\delta T_0)^2 \right] \tilde{A}_6 - \\ & - \alpha_2 \tilde{A}_6 - i \frac{k_2}{2n_{20}} \frac{d^2 n}{dT^2} \tilde{A}_2(z) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_{1T}, z) \delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_T = \bar{\kappa}_6 - \bar{\kappa}_2 - \bar{\kappa}_{1T}, z) \times \\ & \times \exp[-i(k_{2z} - k_{6z})z] d\bar{\kappa}_{1T} = 0. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Уравнение Пуассона распадается на два уравнения:

$$\left\{ \begin{aligned} & \nabla^2 \delta T_0 + \frac{\alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_2}{\Lambda c_p v} = 0, \\ & \left(\frac{d^2}{dz^2} - \kappa_T^2 \right) \delta \tilde{T}_{31} + \\ & + \frac{\alpha_1 \tilde{A}_1 \tilde{A}_3^* \exp[-i(k_{1z} - k_{3z})z]}{\Lambda c_p v} = 0. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

При записи уравнений, описывающих изменение пространственного спектра объектной волны по толщине нелинейного слоя, спектра температурной решетки $\delta \tilde{T}_{31}$, считали, что $\bar{\kappa}_6 = \bar{\kappa}_2 + \bar{\kappa}_T + \bar{\kappa}_{1T}$, $\bar{\kappa}_T = \bar{\kappa}_1 - \bar{\kappa}_3$.

При выполнении граничных условий $\tilde{A}_1(z=0) = \tilde{A}_{10}$, $\tilde{A}_2(z=\ell) = \tilde{A}_{20}$, $\tilde{A}_3(\bar{\kappa}_3, z=0) = \tilde{A}_{30}(\bar{\kappa}_3)$ решение первых трех уравнений системы (3) есть

$$\left\{ \begin{aligned} & \tilde{A}_1(z) = \tilde{A}_{10} \exp[-C_1(z)], \\ & \tilde{A}_2(z) = \tilde{A}_{20} \exp[-C_2(\ell) + C_2(z)], \\ & \tilde{A}_3(\bar{\kappa}_3, z) = \tilde{A}_{30}(\bar{\kappa}_3) \exp[-C_1(z)]. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Здесь

$$\left\{ \begin{aligned} & C_{1,2}(z) = \int_0^z \left\{ i \frac{k_{1,2}}{n_{1,20}} \left[\frac{dn}{dT} \delta T_0(z_1) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{d^2 n}{dT^2} (\delta T_0(z_1))^2 \right] + \alpha_{1,2} \right\} dz_1. \end{aligned} \right.$$

С учетом (5) при выполнении граничного условия $\tilde{A}_6(\bar{\kappa}_6, z=\ell) = 0$ из (3) выражение для про-

странственного спектра объектной волны на передней грани нелинейного слоя есть

$$\begin{aligned} \tilde{A}_6(\bar{\kappa}_6, z=0) &= i \frac{k_2}{2n_0} \frac{d^2 n}{dT^2} \tilde{A}_{20} \exp[-C_2(\ell)] \times \\ & \times \int_0^\ell \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_{T1}, z) \times \\ & \times \delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_T = \bar{\kappa}_6 - \bar{\kappa}_2 - \bar{\kappa}_{T1}, z) \times \\ & \times \exp[-i(k_{2z} - k_{4z})z] d\bar{\kappa}_{T1} dz. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение, описывающее изменение пространственного спектра быстро меняющейся в пространстве составляющей температуры, имеет вид

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{dz^2} - \kappa_T^2 \right) \delta \tilde{T}_{31} + \\ & + \frac{\alpha_1 \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{30}^* \exp[-i(k_{1z} - k_{3z})z - 2\alpha_1 z]}{\Lambda c_p v} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

При условии, что температура на границах нелинейного слоя не меняется $\delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_T, z=0) = \delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_T, z=\ell) = 0$, решение уравнения (7) есть

$$\begin{aligned} \delta \tilde{T}_{31}(\kappa_T, z) &= \frac{f}{\beta^2 - \bar{\kappa}_T^2} \times \\ & \times \left\{ \left[\frac{1}{2sh\kappa_T \ell} \{ \exp(-\kappa_T z) [\exp(\kappa_T \ell) - \exp(-\beta \ell)] \} + \right. \right. \\ & + \frac{1}{2sh\kappa_T \ell} \{ \exp(\kappa_T z) [\exp(-\beta \ell) - \exp(-\kappa_T \ell)] \} - \\ & \left. \left. - \exp(-\beta z) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $f = [\alpha_1 A_{10} \tilde{A}_{30}^*(\bar{\kappa}_3)] / (\Lambda c_p v)$, $\kappa_T = |\bar{\kappa}_T|$, $\beta = 2\alpha_1 + i(k_{1z} - k_{3z})$.

Выражение (6) с учетом (8) устанавливает однозначную связь между пространственными спектрами объектной и сигнальной волн. Из (6), (8) следует, что с учетом рассматриваемых приближений пространственная селективность шестиволнового преобразователя излучения, как и четырехволнового преобразователя [11], не зависит от тепловых параметров нелинейной среды (Λ , c_p), а определяется только толщиной среды, частотами взаимодействующих волн и коэффициентом поглощения.

2. Обсуждение результатов

Из требования, чтобы волна с удвоенным обращенным фронтом распространялась навстречу сигнальной волне, вытекает условие на частоты взаимодействующих волн вида

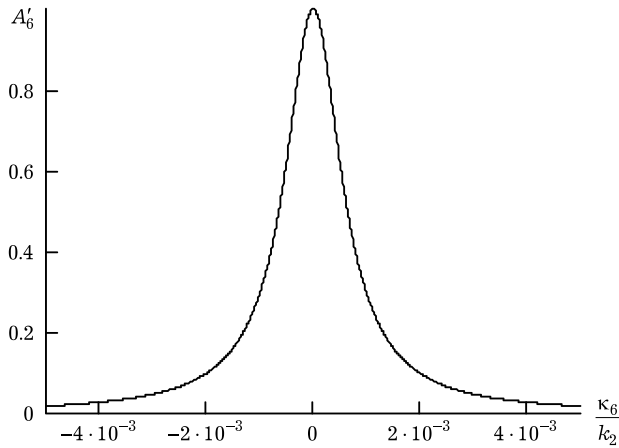


Рис. 2. Зависимость модуля спектра объектной волны от пространственной частоты при $\alpha_1 \ell = 1$, $2k_1 \ell = 10^4$, $k_2/k_1 = 0.5$

$$2n_{10}\omega_1 = n_{20}\omega_2. \quad (9)$$

Невыполнение условия (9) приводит к угловому повороту объектной волны по отношению к сигнальной волне.

Будем рассматривать случай, когда волны накачки распространяются строго вдоль оси Z , т. е. $\bar{k}_1 = \bar{k}_2 = 0$. На рис. 2 в параксиальном приближении ($k_{1z} - k_{3z} = k_3^2 / 2k_1$, $k_{2z} - k_{6z} = -k_6^2 / 2k_2$) для сигнальной волны от точечного источника, расположенного на передней грани нелинейного слоя ($\tilde{A}_{30}^*(\bar{k}_3) = 1$), приведен характерный график нормированного на максимальное значение пространственного спектра объектной волны ($A'_6 = |\tilde{A}_6(\bar{k}_6, z=0) / \tilde{A}_{6\max}|$, $\tilde{A}_{6\max} = \tilde{A}_6(\bar{k}_6 = 0, z=0)$ – наибольшее значение модуля пространственного спектра). Видно, что с увеличением пространственной частоты ($k_6 = |\bar{k}_6|$) модуль пространственного спектра объектной волны уменьшается.

Угловой поворот второй волны накачки ($\bar{k}_2 \neq 0$) приводит к смещению положения максимума пространственного спектра объектной волны на величину поворота, при этом вид зависимости модуля пространственного спектра объектной волны от пространственной частоты не меняется.

Для характеристики качества удвоенного обращения волнового фронта шестиволновым преобразователем излучения введем полуширину полосы пространственных частот (Δk), определяемую из уравнения

$$\tilde{A}_6(k_6 = \Delta k, z=0) = \frac{1}{2} \tilde{A}_{6\max}.$$

Для сигнальной волны с гауссовым пространственным спектром ($\tilde{A}_{30}^*(\bar{k}_3) = \exp[-\bar{k}_3^2 / \kappa_{30}^2]$) увеличение ее расходимости ($\kappa_{30} \rightarrow \infty$) приводит к росту полуширины полосы пространственных

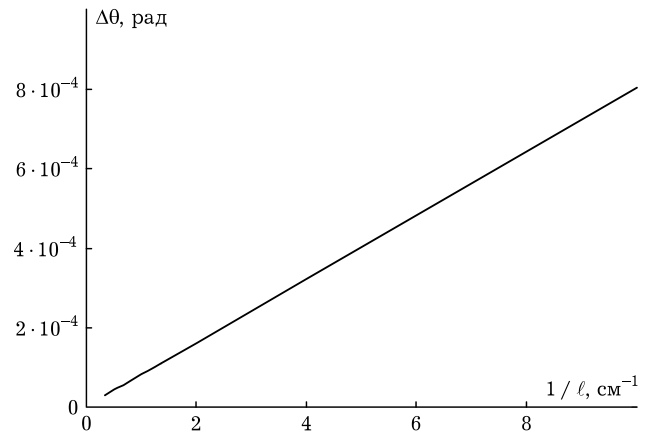


Рис. 3. Зависимость полуширины углового спектра объектной волны от обратной толщины нелинейного слоя при $\alpha_1 = 1 \text{ см}^{-1}$, $k_1 = 7.85 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, $k_2 = 2k_1$

частот объектной волны с последующим выходом на постоянное значение, которое равно значению полуширины полосы пространственных частот в случае сигнальной волны от точечного источника.

Увеличение толщины нелинейного слоя в области $\ell \leq 2/\alpha_1$, которая, как правило, реализуется в экспериментах по многоволновому взаимодействию в поглощающих средах, приводит к сужению полуширины углового спектра ($\Delta\theta = \Delta k / k_2$) объектной волны (рис. 3). Характер изменения полуширины углового спектра от толщины нелинейного слоя хорошо описывается зависимостью вида

$$\Delta\theta = \frac{\beta}{\ell}.$$

Здесь β – коэффициент, обратно пропорциональный частоте второй волны накачки.

Из выражения для пространственного спектра объектной волны (6) с учетом (8) следует, что изменение фазы объектной волны ($\Delta\phi$) на полуширине ее углового спектра незначительно: $\Delta\phi \leq 10^{-2}$ рад.

Анализ значений ширины углового спектра объектной волны показывает, что множитель $\exp[-i(k_{2z} - k_{4z})z]$ в выражении (6) слабо влияет на пространственный спектр объектной волны. Пространственный спектр волны с удвоенным обращенным волновым фронтом определяется интегралом по толщине нелинейного слоя функций корреляций пространственных спектров температурных решеток. Это объясняет линейную зависимость ширины углового спектра объектной волны от обратного значения частоты второй волны накачки.

Приведем оценки полуширины углового спектра объектной волны. В качестве среды с тепловой нелинейностью возьмем этанольный раствор хлорида меди с коэффициентом поглощения $\alpha_1 = 2 \text{ мм}^{-1}$, толщиной $\ell = 0.5 \text{ мм}$ [7]. Пусть длина волны первой волны накачки и сигнальной волны $\lambda_1 = 1064 \text{ нм}$, длина волны второй волны накачки $\lambda_2 = 532 \text{ нм}$. Тогда полуширина углового спектра объектной волны будет равна $\Delta\theta = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$.

Заключение

Получено выражение, связывающее пространственный спектр волны с удвоенным обращенным волновым фронтом с пространственным спектром сигнальной волны. Показано, что пространственный спектр объектной волны определяется интегралом по толщине нелинейного слоя функций корреляций температурных решеток. При $\ell \leq 2/\alpha_1$ полуширина углового спектра волны с удвоенным обращенным волновым фронтом обратно пропорциональна толщине нелинейного слоя.

Список литературы

- Charra F., Nunzi J.M. Nondegenerate multiwave mixing in polydiacetylene: phase conjugation with frequency // Journal of the Optical Society of America B. 1991. Vol. 8. № 3. P. 570–577.
- Ивахник В.В., Никонов В.И. Удвоенное сопряжение волнового фронта при невырожденном шестифотонном взаимодействии // Оптика и спектроскопия. 1993. Т. 75. Вып. 2. С. 385–390.
- Moore M.A., Garrett W.R., Payne M.G. Generation of axially phase-matched parametric four-wave and six-wave mixing in pure sodium vapor // Physical Review A. 1989. Vol. 39. № 7. P. 3692–3695.
- Dinev S.G., Hadjichristov G.B., Stefanov I.L. Optical six-wave mixing via two forbidden transitions in the potassium atom // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. 1991. Vol. 24. P. 5175–5181.
- Карпук С.М., Рубанов А.С., Толстик А.Л. Удвоенное фазовое сопряжение при квадратичной записи динамических голограмм в резонансных средах // Оптика и спектроскопия. 1996. Т. 80. № 2. С. 313–318.
- Coexisting four-wave mixing and six-wave mixing in three-level atomic system / Zhaoyang Zhang [et al.] // Optics communication. 2012. Vol. 285. № 17. P. 3627–3630.
- Агишев И.Н., Толстик А.Л. Высокоэффективное шестиволновое взаимодействие в линейно поглощающих органических жидкостях // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 8. С. 35–40.
- Романов О.Г., Горбач Д.В., Толстик А.Л. Частотное преобразование оптических вихрей при невырожденном многоволновом взаимодействии в растворах красителей // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 108. № 5. С. 812–817.
- Ивахник В.В., Никонов В.И. Точность обращения волнового фронта при вырожденном шестифотонном взаимодействии // Известия вузов. Физика. 1990. № 7. С. 100–102.
- Ивахник В.В. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии. Самара: Самарский университет. 2010. 246 с.
- Ивахник В.В., Харская Т.Г. Использование метода функции размытия точки для анализа качества преобразования излучения при четырехволновом взаимодействии на тепловой нелинейности (обзор) // Компьютерная оптика. 2009. Т. 33. № 1. С. 17–26.

Double wavefront reversal at six-wave interaction on the thermal nonlinearity

V.V. Ivakhnik, V.I. Nikonov, M.V. Savelyev

The spatial selectivity of the six-wave radiation converter on the thermal nonlinearity has been analyzed. An expression establishing unambiguous relationship between the spatial spectrum of the object wave with double wavefront reversal and spatial spectrum of the temperature grating has been obtained. The dependence of the angular spectrum half-width of the object wave from the nonlinear medium thickness has been found.

Keywords: six-wave radiation converter, double wavefront reversal, thermal nonlinearity.