

## Свойства спутной оболочки, образующейся в мезосфере вокруг ЛА при гиперзвуковом движении

В.И. Тамбовцев, И.А. Шевяков, А.Е. Баринов

Южно-Уральский государственный университет  
454080, Российская Федерация, г. Челябинск  
пр. им. В.И. Ленина, 76

Одно из направлений в физике ионизованного газа связано с изучением возмущений среды вокруг сверхзвукового ЛА в мезосфере Земли, что необходимо при рассмотрении вопроса организации надежного радиоканала связи. В работе при исследовании механизма радиопрозрачности возмущенной среды в качестве модели рассматриваются столкновительный ионизованный газ и его плазменное состояние.

*Ключевые слова:* плазменная оболочка, столкновительный ионизованный газ, мезосфера, летательный аппарат, фронт ударной волны, радиопрозрачность, скин-слой.

### Введение

Перед спускаемым аппаратом (СА) образуется ударная волна (УВ). Происходит ионизация газа и его снос по потоку, и, как следствие, возникает проблема с организацией радиообмена. Существуют также вопросы и для радиолокации. Рабочая частота  $\omega$  при этом должна превышать критическую частоту  $\omega_0$ , которая равняется электронной плазменной частоте  $\omega_p = 2\pi\nu_p$  для плазменного состояния. Если частота столкновений электронов  $\nu_e$  превышает расчетное значение плазменной частоты  $\nu_p$ , то ионизованный газ не достигает плазменного состояния, но существенно ослабляет радиосигнал. Эти задачи возникают и на активном участке траектории вывода космического аппарата (КА). Так, значительную часть времени КА многоразового использования находится в мезосфере Земли (40...45 – 85...90 км), развивая при этом суперзвуковую скорость. Актуальность задачи возрастает в связи с развитием космического туризма.

### 1. Образование оболочки

В скачке уплотнения УВ происходят нагрев газа, диссоциация и, наконец, ионизация. Известно, что керамическая защита антенны СА разогревается до 3000 К. Газ же достигает температуры  $10^4$  К. На рис. 1 представлен результат компьютерного моделирования [1]. СА малого размера окутываются плазмой практически полностью. У крупных объектов с обратной сто-

роны относительно направления вектора движения остается окно радиопрозрачности.

На рис. 2 показаны расчетные зависимости электронной плотности  $n_e$  от скорости СА  $v$  при торможении на различных высотах [2]. Плотность  $n_e$  возрастает с уменьшением высоты, но скорость  $v$  уменьшается. На высоте  $h = 75$  км при скорости  $v = 5$  км/с плотность  $n_e \approx 10^{18} \text{ м}^{-3}$  при частоте столкновений  $\nu_e \approx 10^{11}$  Гц, что наблюдается и на высоте  $h = 100$  км.

На рис. 3 в качестве примера представлена схема температурного нагружения поверхности «Бурана» [3]. Максимальная температура в носо-

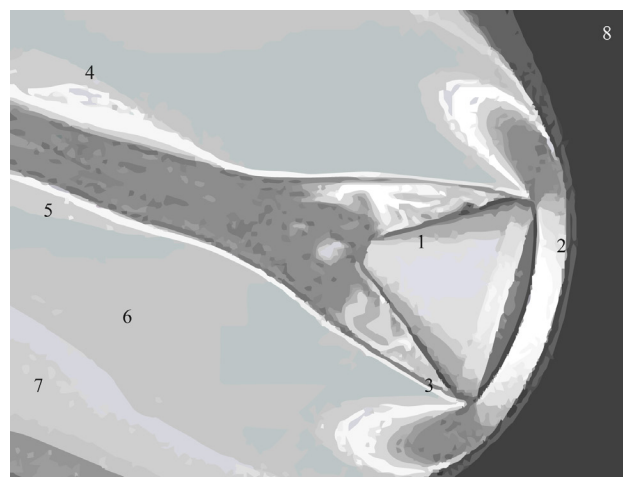


Рис. 1. Торможение СА: 1 – космическая капсула; 2 – область УВ с температурой 6000 К и выше; 3 – спутный поток с температурой 5000 К; 4 – след, 4000 К; 5 – след, 3000 К; 6 – область перемешивания, 2000 К; 7 – то же, 1000 К; 8 – невозмущенное пространство

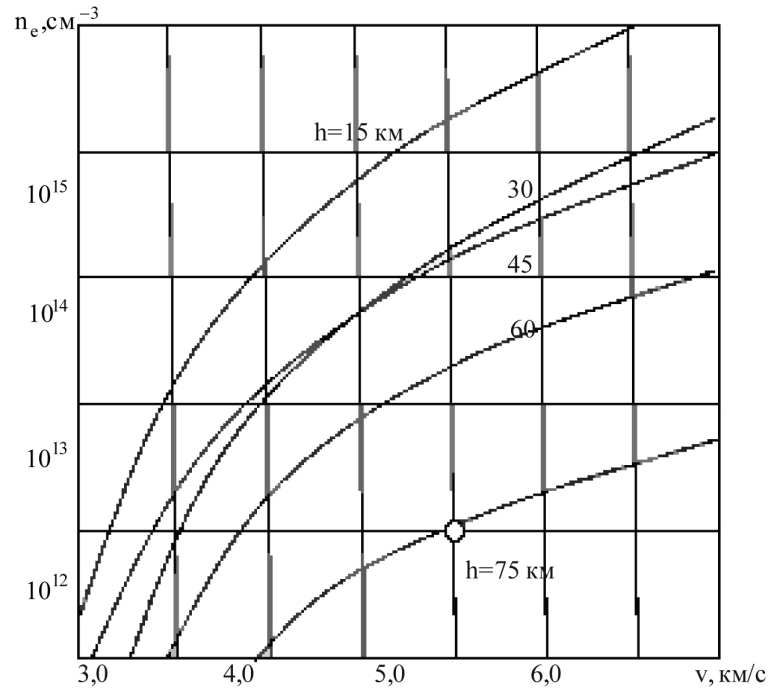


Рис. 2. Плотность электронов  $n_e$  в области прямого скачка уплотнения в зависимости от скорости движения  $v$  при торможении СА

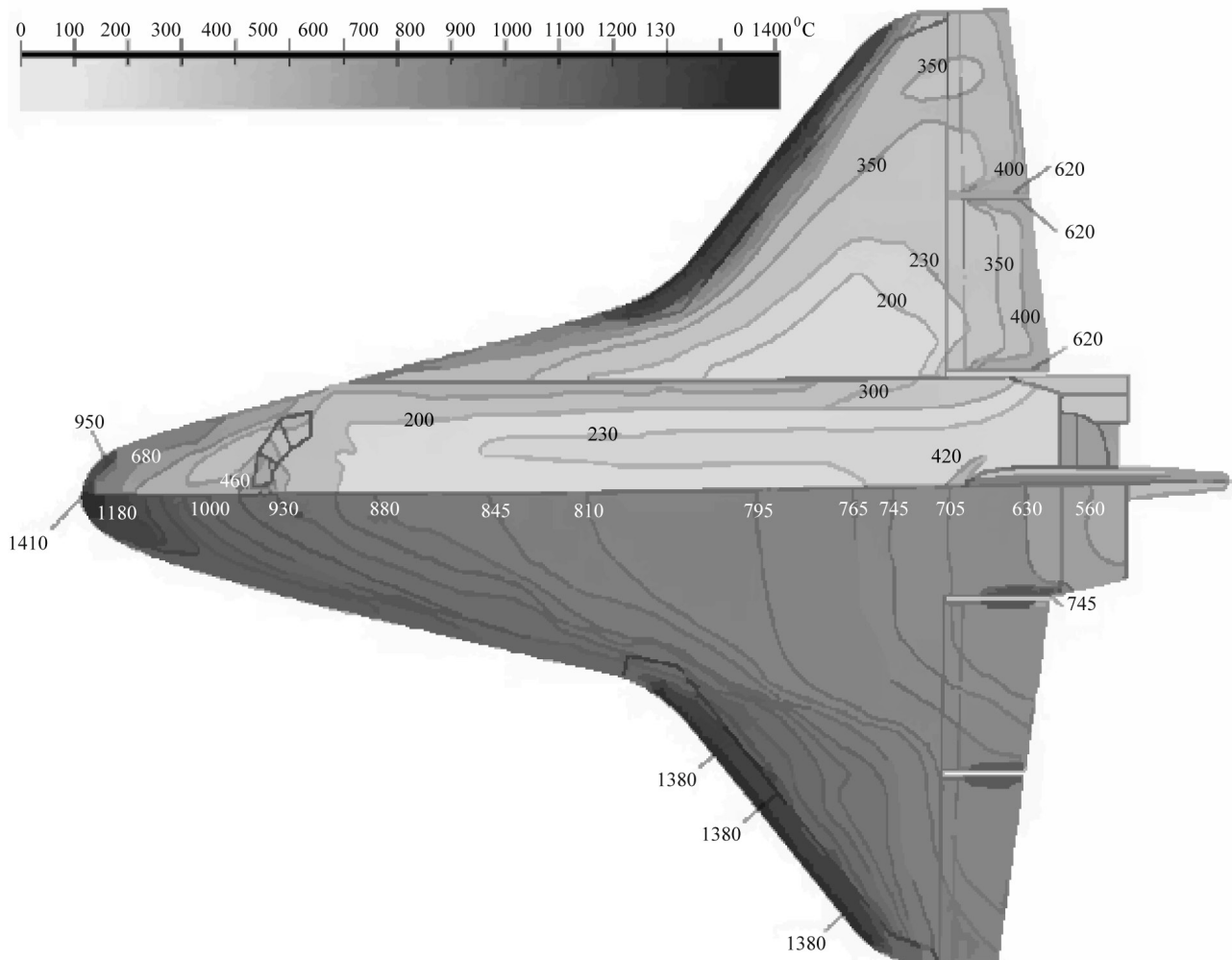


Рис. 3. Уровни внешнего нагрева корпуса «Бурана»:  $h = 63$  км,  $M = 17$

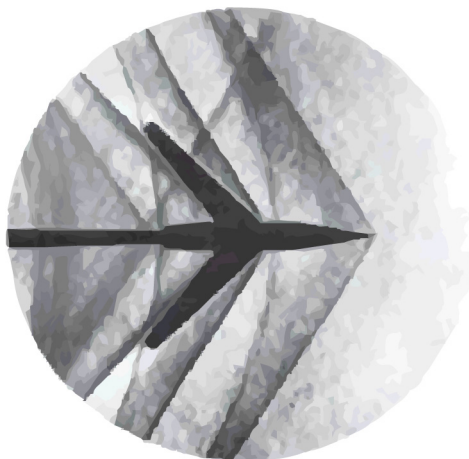


Рис. 4. Ударные волны в сверхзвуковой аэродинамической трубе, образующиеся при обтекании модели летательного аппарата

вой части 1410 °С. Разогрев газов осуществляется за счет ударной волны. Температурное поле оболочки с учетом 10 % коэффициента теплопереноса вблизи поверхности на порядок выше (точными данными авторы не располагают).

## 2. Исследуемая среда

При обтекании сверхзвуковым газовым потоком твердого тела на его передней кромке образуется ударная волна (иногда и не одна, в зависимости от формы тела). На рис. 4 видны ударные волны, образованные на острие фюзеляжа модели, на передней и задней кромках крыла и на заднем окончании модели [3].

На фронте ударной волны скачкообразно происходят кардинальные изменения свойств потока – его скорость относительно тела снижается и становится дозвуковой, давление в потоке и температура газа скачком возрастают. Толщина фронта ударной волны имеет порядок длин свободного пробега молекул, что позволяет в расчетах фронт заменить поверхностью разрыва [4]. За фронтом газ образует по направлению  $Z$  слоистую структуру, и внутри слоев газ можно считать однородным. Так называемая адиабата Гюгонио идет круче, чем дозвуковая адиабата. Для гиперзвуковых УВ (число Маха  $M = v/a$  превышает 6) для плотности  $\rho$  получается:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1)}{(\gamma - 1)}. \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  – показатель классической адиабаты. Индекс «0» соответствует невозмущенной части, «1» – сжатому состоянию.

Предельное сжатие для одноатомного газа равно 4 (три степени свободы), а для двухатомного – 6 (пять степеней свободы). Оставшаяся

при относительном торможении энергия идет на нагрев газа, диссоциацию, ионизацию.

Обратимся к электронной компоненте ионизованного газа, которая определяет радиофизические свойства исследуемой среды. Степень ионизации определяется скоростями прямых и обратных процессов. Условие равновесия ионизации при электронном ударе и рекомбинации при тройных столкновениях имеет вид  $k_1 n_a n_e = k_2 n_i n_e^2$ , где  $n_a$ ,  $n_i$  и  $n_e$  – концентрации атомов, ионов и электронов;  $k_1$  и  $k_2$  – константы скоростей процессов. Концентрация заряженных частиц определяется формулой Саха. Такими же соотношениями определяется равновесие при термической ионизации – происходят идентичные процессы.

Запишем формулу Саха для концентрации электронов  $n_e$  [4]:

$$n_e = (2\pi m_e)^{0.75} (k_b T)^{0.25} P_0^{0.5} h^{-1.5} \exp\left(-\frac{\chi_r}{2kT}\right), \quad (2)$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $\chi_r$  – энергия ионизации;  $h$  – постоянная Планка;  $T$  – кинетическая температура,  $P_0$  – давление нейтрального газа;  $k_b$  – постоянная Больцмана. В смеси газов рассматривается легкоионизируемая компонента, концентрация которой  $n_0$ . Естественно, что  $n_e \leq n_0$ . Но если не хватает легкоионизируемой компоненты, то пополнение электронной концентрации происходит за счет следующей по степени ионизации компоненты.

Столкновительный ионизованный газ (СИГ) – это трехкомпонентная среда электронов, ионов и атомов (молекул) с относительно малой степенью ионизации. Радиус Дебая – Гюккеля –  $\delta$  характеризует масштаб квазинейтральности или электрической неоднородности СИГ (здесь

и далее предполагается, что параметры приводятся в усредненном виде). Кулоновское взаимодействие частиц мало в сравнении с  $kT$  при выполнении неравенства

$$\frac{e}{4\pi\epsilon_0\delta} < \frac{kT}{e},$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Основными характеристиками СИГ также являются  $\nu_e$  – частота столкновений электронов и  $\omega_p$  – плазменная частота [5]:

$$\nu_e = \frac{u_e}{\lambda}; \quad \omega_p = \left( \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e} \right)^{0.5}. \quad (3)$$

Плазменные колебания могут развиваться и существовать на  $\tau_e$  – интервале между двумя столкновениями:  $\tau_e = 1/\nu_e$ . Характерные параметры для ионизованного газа и газовой плазмы:

$$\omega_p \tau_e > 1, \delta \ll L, N_\delta \gg 1 - \text{газовая плазма;}$$

$$\omega_p \tau_e < 1, \delta \ll L, \tau_M = \epsilon_0 / \sigma, N_\delta \gg 1 - \text{ионизованный газ.} \quad (4)$$

Здесь  $L$  – линейный масштаб исследуемой среды;  $N_\delta$  – количество заряженных частиц в сфере Дебая;  $\tau_M$  – максвелловское время установления квазинейтральности (для СИГ связано с  $\nu_e$ );  $\sigma$  – коэффициент электропроводности. При малом  $N_\delta$  газ становится слабоионизованным, и тепловое движение «маскирует» действие кулоновских сил. При  $2\pi\nu_e > \omega_p$  электроны сталкиваются с частицами газа столь часто, что характер их движения определяется газодинамическими, а не электрическими силами.

Характер поведения электронов в целом определяется дифференциальным уравнением движения (относительно координаты  $z$ ):

$$\begin{aligned} m_e \frac{d^2 z_e}{dt^2} = \\ = -eE_z + \nu_e m_e \frac{d(z_o - z_e)}{dt} + \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0} (z_o - z_e). \end{aligned} \quad (5)$$

Последнее слагаемое определяет наведенное поле за счет динамического воздействия со стороны нейтральной компоненты при ее движении. Если исключить влияние внешнего поля  $E$  и массовое движение газа, то, естественно, получается плазменная частота  $\omega_p$ .

В рамках феноменологического подхода радиофизические свойства СИГ описываются «материальными уравнениями среды». Диэлектрические свойства среды характеризуются относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon(\omega)$ , а проводящие свойства – проводимостью  $\sigma(\omega)$ .

В переходной области применимы комплексные характеристики. Комплексная проницаемость  $\epsilon$  в мнимой части содержит проводимость  $\epsilon = \epsilon - i\sigma / (\epsilon_0 \omega)$ , что связано с наличием «потерь». Представим проводимость в комплексной форме:  $\sigma = \sigma_r - i\sigma_i$ . Рассмотрим материальное уравнение для плотности тока:  $j = \sigma E$ , где  $j = en_e u$ . Запишем уравнение движения (5) в комплексной форме для электронов, имеющих скорость  $u(t) = U \exp(i\omega t)$ :

$$m_e \frac{du(t)}{dt} = i\omega m_e u(t) = -eE - \nu_e m_e u(t). \quad (6)$$

Из материального уравнения и уравнения движения получаем действительную –  $\sigma_r$  и мнимую –  $\sigma_i$  компоненты комплексной проводимости:

$$\sigma_r = \frac{e^2 n_e}{m_e} \frac{\nu_e}{\nu_e^2 + \omega^2}; \quad \sigma_i = \frac{e^2 n_e}{m_e} \frac{\omega}{\nu_e^2 + \omega^2}. \quad (7)$$

### 3. Радиофизические свойства среды СИГ

Итак, рассмотрим два принципиально различных состояния СИГ – плазменное и не плазменное. Для фазовой функции –  $\beta$  и функции затухания –  $\alpha$  известны частотные зависимости [6]:

$$\beta^2 = \frac{\omega}{2c^2(\nu_e^2 + \omega^2)} \times \quad (8)$$

$$\times \left( \sqrt{\omega^2(\nu_e^2 + \omega^2 - \omega_p^2)^2 + \nu_e^2 \omega_p^4} + \omega(\nu_e^2 + \omega^2 - \omega_p^2) \right),$$

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2c^2(\nu_e^2 + \omega^2)} \times \quad (9)$$

$$\times \left( \sqrt{\omega^2(\nu_e^2 + \omega^2 - \omega_p^2)^2 + \nu_e^2 \omega_p^4} - \omega(\nu_e^2 + \omega^2 - \omega_p^2) \right).$$

А. Не плазменное состояние столкновительно-го ионизованного газа – собственно СИГ при  $2\pi\nu_e > \omega_p$  (здесь  $\omega_p$  – расчетный параметр). На толщине скин-слоя  $\delta$  поглощение происходит практически без отражения. Заметим, что диапазон перехода к радиопрозрачности здесь четко не определен.

В правых частях уравнений (8) и (9) введем безразмерные частоты относительно  $\nu_e$ :

$$\nu_r = \frac{\omega}{2\pi\nu_e} \text{ и } \nu_{rp} = \frac{\omega_p}{2\pi\nu_e}. \quad (10)$$

В левых частях (8) и (9) введем безразмерную форму записи:

$$\beta_A^2 = \beta^2 \frac{c^2}{\nu_e^2} \text{ и } \alpha_A^2 = \alpha^2 \frac{c^2}{\nu_e^2}. \quad (11)$$

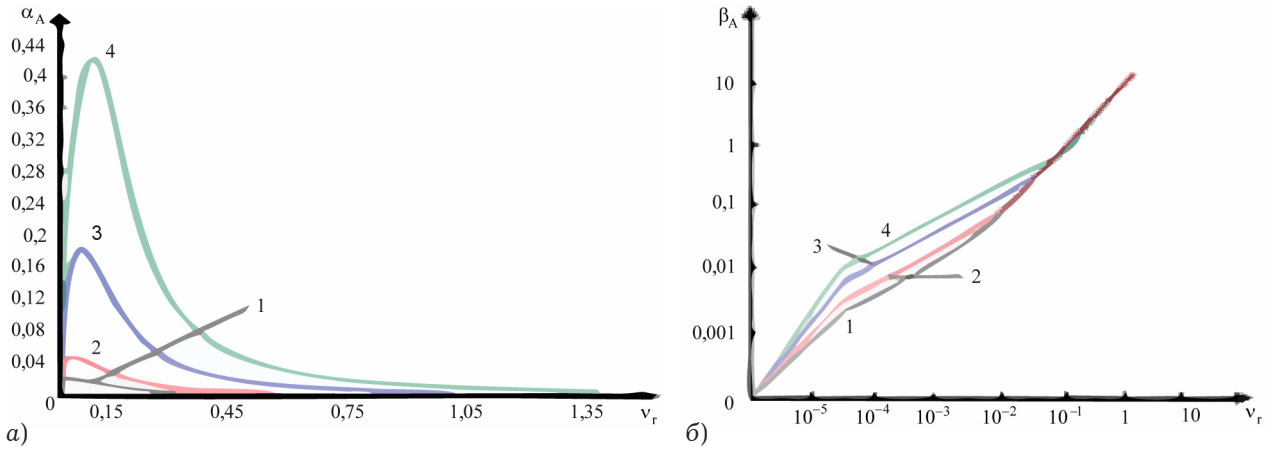


Рис. 5. Зависимости функций затухания в СИГ от относительной частоты (а); зависимости фазовых функций в СИГ от относительной частоты (б)

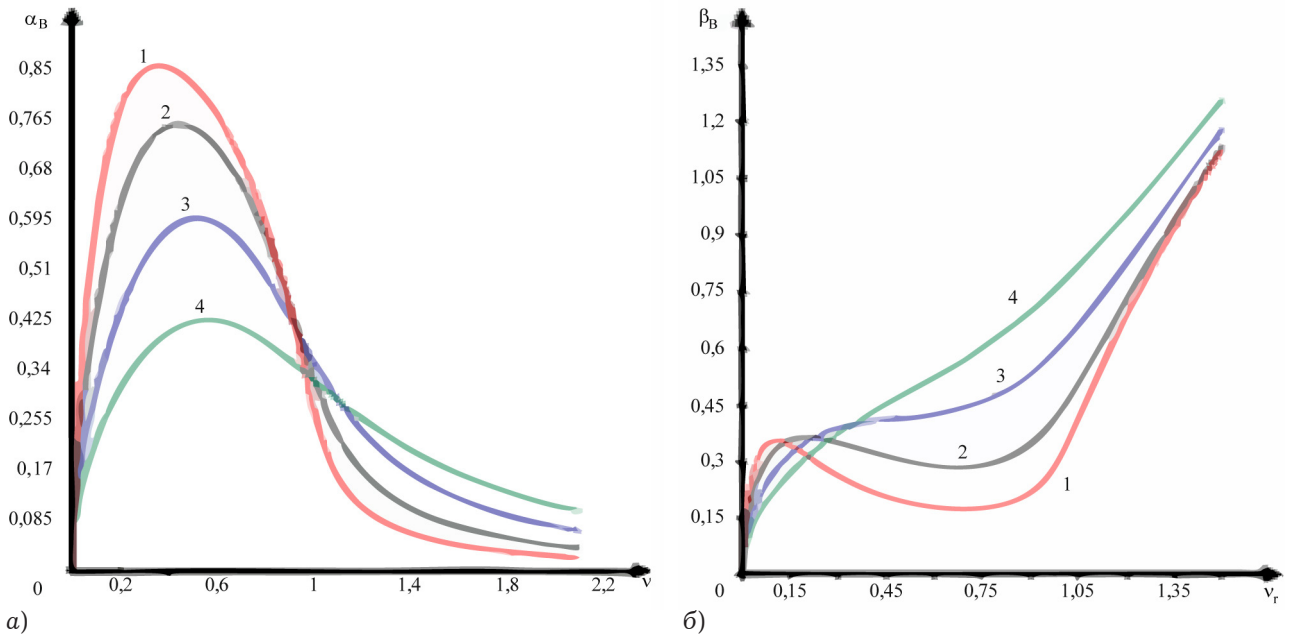


Рис. 6. Зависимости функций затухания в СПП от относительной частоты (а); зависимости фазовых функций в СПП от относительной частоты (б)

После выполнения подстановок получаем:

$$\beta_A^2 = \frac{2\pi^2 v_r^2}{\omega(1 + 4\pi^2 v_r^2)} \times \left( \sqrt{\omega^2(1 + 4\pi^2(v_r^2 - v_{rp}^2))^2 + 16\pi^4 v_{rp}^4 v_e^2} + \omega(1 + 4\pi^2(v_r^2 - v_{rp}^2)) \right) \quad (12)$$

$$\alpha_A^2 = \frac{2\pi^2 v_r^2}{\omega(1 + 4\pi^2 v_r^2)} \times \left( \sqrt{\omega^2(1 + 4\pi^2(v_r^2 - v_{rp}^2))^2 + 16\pi^4 v_{rp}^4 v_e^2} - \omega(1 + 4\pi^2(v_r^2 - v_{rp}^2)) \right) \quad (13)$$

Модельные зависимости для СИГ представлены на рис. 5, а и на рис. 5, б для случаев: 1)  $v_{rp} = 1/30$ ; 2)  $v_{rp} = 1/20$ ; 3)  $v_{rp} = 1/10$ ;

4)  $v_{rp} = 1/2\pi$ . Анализ представленных здесь частотных зависимостей (рис. 5) показывает, что действительно для СИГ необходимо определить значение частоты или частотный диапазон перехода к радиопрозрачности (см. А). Однако на фазовых частотных зависимостях можно отметить особую частотную область, где они сливаются в линию одинакового наклона. Окончательно это происходит при единичной относительной частоте.

В. Плазменное состояние столкновительно-ионизованного газа – СПП, если  $2\pi v_e \leq \omega_p$ . Среда становится радиопрозрачной при частоте, превышающей  $\omega_p$ . Отражение наблюдается на частоте  $\omega$  ниже  $\omega_p$ , но при  $\omega > 2\pi v_e$ .

В правых частях уравнений (8) и (9) введем относительные частоты:

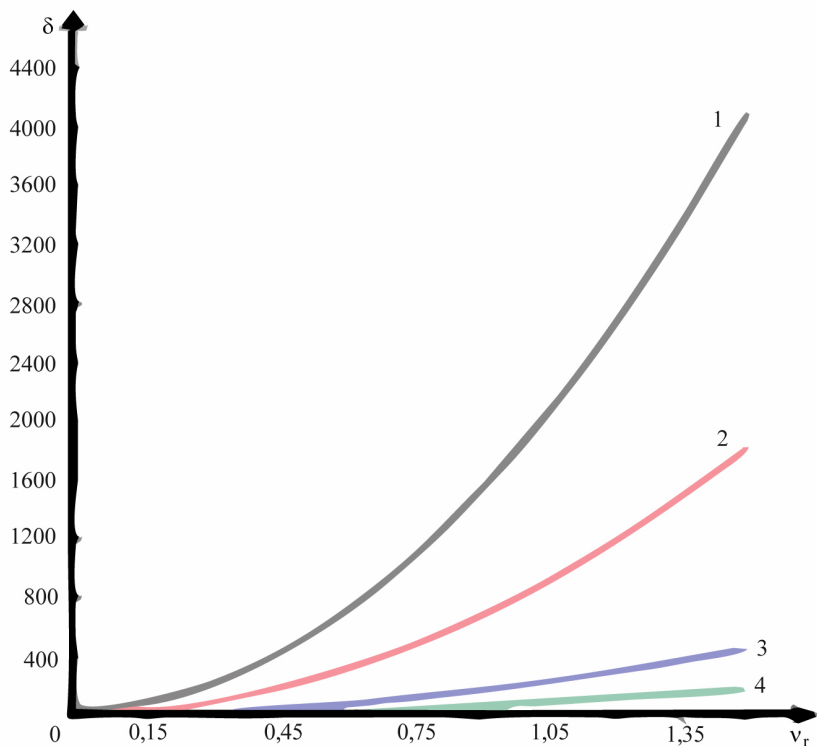


Рис. 7. Зависимости глубины скин-слоя от частоты  $\nu_r$  для СИГ

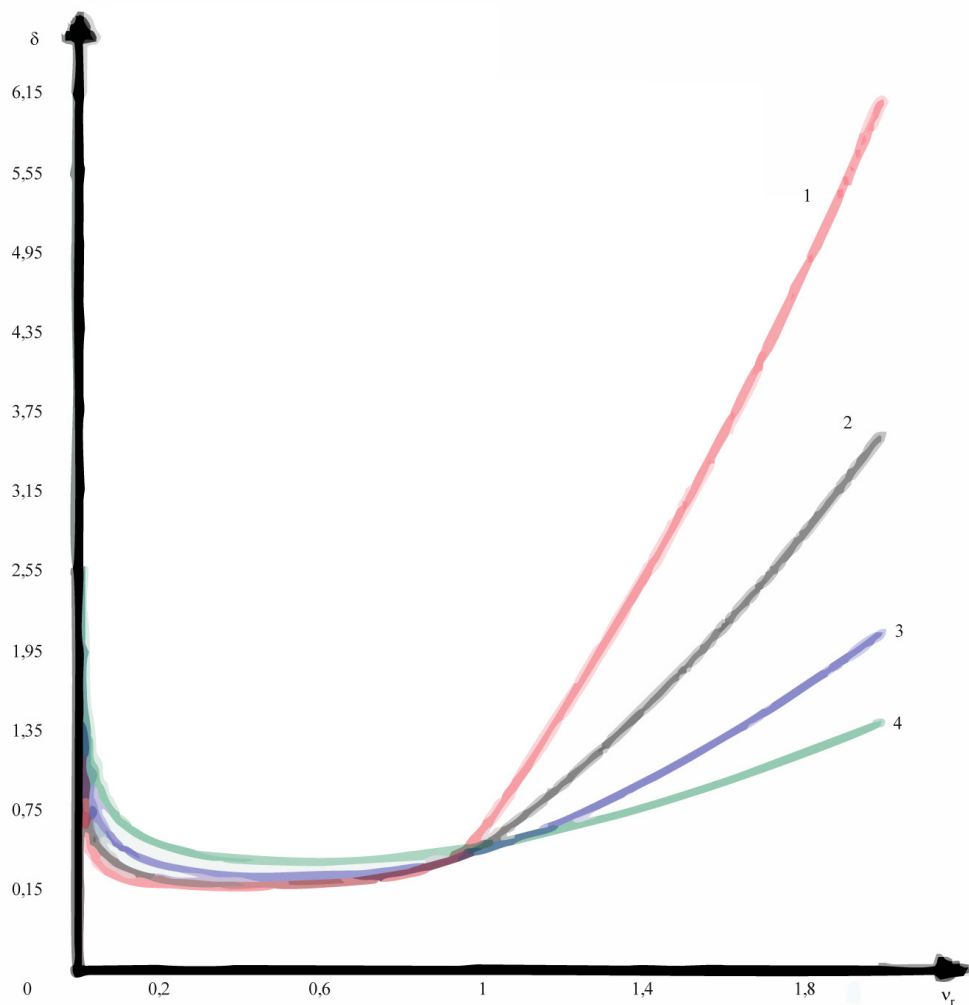


Рис. 8. Зависимости глубины скин-слоя от частоты  $\nu_r$  для СПП

$$v_r = \frac{\omega}{\omega_p} \text{ и } v_{re} = \frac{v_e}{\omega_p}. \quad (14)$$

$$\alpha_B^2 = \frac{v_r}{2(v_{re}^2 + v_r^2)} \times \left( \sqrt{v_r^2(v_{re}^2 + v_r^2 - 1)^2 + v_{re}^2} - v_r(v_{re}^2 + v_r^2 - 1) \right), \quad (15)$$

$$\beta_B^2 = \frac{v_r}{2(v_{re}^2 + v_r^2)} \times \left( \sqrt{v_r^2(v_{re}^2 + v_r^2 - 1)^2 + v_{re}^2} + v_r(v_{re}^2 + v_r^2 - 1) \right), \quad (16)$$

где

$$\beta_B^2 = \beta^2 \frac{c^2}{\omega_p^2} \text{ и } \alpha_B^2 = \alpha^2 \frac{c^2}{\omega_p^2}. \quad (17)$$

Анализ представленных здесь частотных функций (рис. 6) показывает, что действительно значение частоты перехода к радиопрозрачности для СГП определяется выражением  $\omega \geq 2\pi v_e$  (см. В), что соответствует относительной частоте  $v_r = \omega / \omega_p$ , равной 1. Для анализа изменения глубины проникновения электромагнитной волны в среду воспользуемся обратной зависимостью от функции затухания – здесь это касается выражения (15). Для СГП с параметрами: 1)  $v_{re} = 1/\sqrt{30}$ , 2)  $1/\sqrt{10}$ , 3)  $1/\sqrt{3}$ , 4) 1, частотные зависимости для  $\delta$  представлены на рис. 6. Переход к радиопрозрачности действительно наступает при относительной частоте, равной единице, и тем резче, чем меньше частота столкновений. На низких частотах (меньше 0,5 относительной частоты) функции затухания уменьшаются, т. к. длины волн превышают значения скин-слоя и условие модельности нарушается.

### Заключение

Для анализа изменения глубины проникновения электромагнитной волны в исследуемые среды воспользуемся определением зависимости глубины скин-слоя  $\delta$  от частоты как обратной зависимости от функции затухания [5] – здесь это касается выражений (13), (16). Для СИГ с исследуемыми параметрами (см. А) частотные зависимости для  $\delta$  представлены на рис. 7; для СГП (см. В) – рис. 8.

Анализируя зависимости, изображенные на рис. 7 и 8, необходимо отметить следующее.

1) Физический смысл величины относительного скин-слоя для СИГ состоит в отражении количества длин волн электрон-атомных столкновений, на котором произойдет затухание сигнала (следует из (10))

2) Физический смысл величины относительного скин-слоя для СГП состоит в отражении количества длин волн плазменных колебаний, деленных на  $2\pi$ , на котором произойдет затухание сигнала (следует из (14)).

3) Цена деления оси абсцисс на рис. 7 получается в  $2\pi$  раз больше в абсолютных величинах, чем для рис. 8 (в силу соотношений (10) и (14)).

4) Для оценки корректности полученных модельных зависимостей для СИГ и СГП введен предельный случай (обозначен 4 на всех графиках) (т. е. когда среда является и СИГ, и СГП одновременно). Соответствие очевидно.

Для СИГ наступает прозрачность радиоволн при превышении частоты электрон-атомных столкновений (в 1,5–2 раза). Для СГП прозрачность наступает с превышением частоты радиоволн значения плазменной частоты. При этом выполняется линейность зависимости фазовой функции и стремится к нулю частотная функция затухания. Критическая частота достигает значения 10 ГГц на высоте 70 км [5; 7].

Переход от безразмерных к абсолютным параметрам не требует каких-либо дополнительных математических преобразований и сводится лишь к умножению. Для нахождения оптимальной частоты, зная параметры среды ( $v_e$ ,  $\omega_p$ ) и толщину плазменного слоя, необходимо потребовать, чтобы последняя была меньше расчетной величины скин-слоя.

### Список литературы

1. Wolverson M. Piercing the plasma: ideas to beat the communications blackout of reentry // Scientific American. 2009. № 12. P. 28–29.
2. Клеймон Дж. След объекта, входящего в атмосферу // Ракетная техника и космонавтика. 1964. Вып. 10.
3. Тамбовцев В.И., Шевяков И.А., Литвинов А.А. Радиопрозрачность ионизированной оболочки, образующейся вокруг гиперзвукового объекта в мезосфере // Вестник ЮУрГУ. Сер.: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2015. Т. 15. № 3. С. 142–146.
4. Шевяков И.А. О радиопрозрачности плазменной оболочки гиперзвукового летательного аппарата // Вестник ЮУрГУ. Сер.: Математика. Механика. Физика. 2014. Т. 6. № 2. С. 80–84.
5. Тамбовцев В.И., Шевяков И.А., Кучуркин А.А. Радиофизические свойства столкновительной плазмы газового разряда // Вестник ЮУрГУ. Сер.: Математика. Механика. Физика. 2013. Т. 5. № 1. С. 100–106.
6. Баринев А.Е., Прокопов И.И., Тамбовцев В.И. Моделирование радиочастотных характеристик плазменных

образований для гиперзвукового объекта в мезосфере Земли // Вестник ЮУрГУ. Сер.: Математика. Механика. Физика. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. Т. 6. № 2. С. 72–76.

7. Тамбовцев В.И., Шевяков И.А. Оценка затухания радиосигнала при прохождении ударной волны гиперзвукового аппарата // Радиотехника и кибернетика. Труды МФТИ. 2013. № 56. С. 188–190.

## Characteristic of wingtip vortices formed around the hypersonic vehicle in the mesosphere

*V.I. Tambovtsev, I.A. Shevyakov, A.E. Barinov*

One of the research areas in the physics of ionized gases is studying perturbations in supersonic vehicle around medium in the mesosphere of the Earth, that is necessary for studying problem of creation of a reliable radio link. This paper studies mechanism of radio transparency of the perturbed medium modeling as a collision ionized gas and its plasma state.

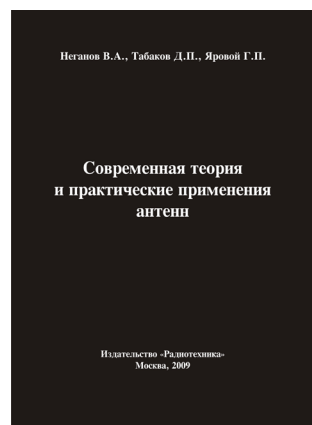
*Keywords:* plasma shell, collision ionized gas, mesosphere, supersonic vehicle, the shock front, radiotransparency, skin layer.

**Неганов, В.А.**

**Современная теория и практические применения антенн:** монография / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; предисл. акад. Ю.В. Гуляева; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.

**ISBN 978-5-88070-222-0**

УДК 621.396.67  
ББК 32.845



Рассмотрены основные разделы теории и техники антенн. Освещены вопросы расчета и построения различных типов антенн (от вибраторных до рупорных и антенных решеток, включая фазированные). Основное внимание уделено антеннам СВЧ и расчетам их электромагнитных полей в ближней зоне, т. е. вопросам электромагнитной совместимости.

Принципиальное отличие книги от известных заключается в последовательном применении метода физической регуляризации (самосогласованного метода) к расчету электромагнитного поля антенн, позволяющего осуществлять непрерывный переход с излучающей поверхности антенны к пространству вне ее. С помощью самосогласованного метода получены новые результаты по теории антенн: установлены связь между поверхностной плотностью тока на вибраторной антенне и напряженностью электромагнитного поля, однонаправленный режим излучения для кольцевой (рамочной антенны), режимы стоячих и бегущих волн в цилиндрической спиральной антенне, входное сопротивление практически для всех типов антенн. Теоретический материал подкреплен примерами применения многолучевых антенн.

Предназначено для разработчиков антенно-фидерных устройств, аспирантов и докторантов, занимающихся вопросами проектирования антенных систем различного назначения, студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений.