# Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.356

# Флуктуации интенсивности сигнала в атмосферных оптических системах передачи информации

### Е.Р. Милютин

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича 191186, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург наб. р. Мойки, 61

Рассматриваются распределения плотности вероятностей флуктуаций интенсивности оптического сигнала при турбулентных возмущениях различной степени. Показано, что в экспериментальных работах по исследованию флуктуаций интенсивности сигнала в атмосфере необходимо учитывать влияние флуктуаций интенсивности светового фона.

Ключевые слова: флуктуации интенсивности, оптические линии связи, модели функций распределения плотности вероятностей флуктуаций.

Развитие лазерных систем передачи информации потребовало изучения различных аспектов влияния турбулентной атмосферы на характеристики распространяющегося оптического излучения. Подробный обзор теоретических и экспериментальных исследований по этому вопросу приведен в [1], причем особое внимание обращено на установление статистических характеристик флуктуаций интенсивности принимаемого сигнала.

Знание вида функции распределения плотности вероятностей флуктуаций (ФРПВФ), являющейся наиболее полной статистической характеристикой случайного процесса, необходимо при определении вероятности ошибки и надежности работы оптических линий связи, расчете уровня помех в лидарных системах и т. п. [2].

К настоящему времени установлено, что вид ФРПВФ зависит от величины универсального безразмерного параметра  $\beta_0^2$ , представляющего собой дисперсию логарифма флуктуаций амплитуды плоской оптической волны, вычисленную в приближении метода плавных возмущений:

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}, \tag{1}$$

где  $C_n^2$  — структурная характеристика показателя преломления воздуха, отражающая степень турбулентных возмущений;  $k = 2\pi / \lambda$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны; L — длина трассы в турбулентной атмосфере.

Условно все встречающиеся на практике ситуации при любой комбинации величин, входящих в соотношение (1), подразделяются на три случая флуктуаций интенсивности:  $\beta_0^2 \ll 1$  – слабые,  $\beta_0^2 \cong 1$  – насыщенные,  $\beta_0^2 \gg 1$  – сильные флуктуации.

В области слабых флуктуаций теоретические работы, подкрепленные экспериментальными данными, однозначно указывают на логарифмически нормальную ФРПВФ интенсивности сигнала:

$$P_{n.H}\left(I_{c}\right) = \frac{1}{I_{c}\sigma_{c}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\ln I_{c}-m_{c}\right)^{2}}{2\sigma_{c}^{2}}\right], \qquad (2)$$
$$I_{c} > 0$$

~ 7

где  $\sigma_c$  и  $m_c$  – соответственно дисперсия среднего значения и среднее значение интенсивности, связь между  $\sigma_c$  и дисперсией интенсивности следующая:

$$\sigma_{c}^{2}=ln\left(\sigma_{I}^{2}+1\right),$$

где  $\sigma_I^2 = \langle (I_c - m_c) \rangle^2 / m_c^2$ , «  $\langle ... \rangle$ » означает статистическое усреднение по ансамблю событий.

Для технических приложений (связь, локация и т. п.) область насыщенных и сильных флуктуаций представляют значительный интерес, поскольку длина трассы обычно велика и поле в месте приема – суперпозиция многих рассеянных полей. В этих областях вопрос определения вида ФРПВФ достаточно сложен.

Логарифмически нормальная ФРПВФ предсказывает неограниченный рост флуктуаций интенсивности с ростом  $\beta_0^2$ , но этого, как показывают эксперименты, не происходит. В области © Милютин Е.Р., 2016 слабых флуктуаций для плоской волны  $\sigma_I^2 \cong \beta_0^2$ по мере увеличения  $\beta_0^2$  вначале наступает явление насыщения флуктуаций, при котором  $\sigma_I^2 \neq \beta_0^2$ , а далее последующий рост  $\beta_0^2$  приводит к плавному уменьшению  $\sigma_I^2$ . Если считать, что в области сильных флуктуаций поля рассеянных волн статистически независимы, то использование центральной предельной теоремы приводит к односторонней экспоненциальной ФРПВФ суммарной интенсивности

$$P_{\mathcal{P}}\left(I_{c}\right) = \frac{1}{m_{c}} \exp\left(-\frac{I_{c}}{m_{c}}\right), \quad I_{c} > 0.$$
(3)

Для области же насыщенных флуктуаций теоретическим путем получено несколько видов ФРПВФ [1]. Одним из главных условий применимости подобных распределений является их переход в случае увеличения параметра  $\beta_0^2$  в экспоненциальное распределение. Этому условию отвечает широко используемое K-распределение

$$P_{K}(I_{c}) = \frac{2\alpha}{\Gamma(\alpha)} (\alpha I_{c})^{\frac{\alpha-1}{2}} K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha I_{c}}), \qquad (4)$$
$$I_{c} > 0,$$

где  $K_{\alpha-1}(\cdot)$  — функция Макдональда;  $\alpha$  — число рассеивателей;  $\Gamma(\alpha)$  — гамма-функция.

Распределение (4) нормировано относительно среднего значения флуктуаций интенсивности, принятого за единицу.

Хотя при  $I_c \to \infty P_K(I_c) \to \exp(-I_c)$ , но для  $\beta_0^2 < 1 P_K(I_c)$  не переходит в логарифмически нормальное распределение и, следовательно, имеет ограниченный диапазон применения. Подобные недостатки присущи и другим распределениям, применяемым в области насыщения.

Неоднозначность теоретических ФРПВФ потребовала проведения экспериментальных исследований, которые также приводят к противоречивым результатам. На наш взгляд, есть ряд причин для объяснения этого факта, и, в частности, одной из основных является практически постоянное наличие в атмосфере флуктуаций интенсивности светового фона, которые при значительной длине трассы могут быть сопоставимы с флуктуациями интенсивности слабого сигнала.

В связи с этим в настоящей работе исследуется влияние флуктуаций интенсивности естественного светового фона на ФРПВФ сигнала. Детальный обзор фоновых помех в окнах прозрачности атмосферы содержится в [3].

Световой фон для оптических систем является аддитивной помехой [4]. Обычно для учета влияния фоновых помех используют модель равномерно излучающих (ламбертовских) источников, подразделяемых на диффузно распределенные и дискретные. К первому типу относятся небесные источники фонового излучения, занимающие полностью полусферу небесного свода. Их излучение постоянно поступает в приемную оптическую антенну, тогда как более сильное излучение дискретных источников (Солнце, звезды и т.п.) попадает в антенну в зависимости от ее ориентации и может быть до некоторой степени или полностью устранено. Таким образом, основной вклад в помехи вносят диффузное излучение, в котором наиболее значительны рассеянное солнечное излучение (РСИ), тепловое излучение, а также свечение атмосферы, причем для волн с  $\lambda < 3$  мкм преобладает РСИ, для волн с λ > 4 мкм – тепловое излучение, флуктуации интенсивности которого распределены нормально:

$$P\left(I_{\phi}\right) = \frac{1}{\sigma_{\phi}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(I_{\phi} - m_{\phi}\right)^{2}}{2\sigma_{\phi}^{2}}\right], \tag{5}$$
$$I_{\phi} > 0,$$

где  $m_{\phi}$  и  $\sigma_{\phi}$  – среднее значение и дисперсия интенсивности фона соответственно.

Для РСИ можно выделить два случая:

 а) если рассеяние солнечного излучения осуществляется облаками, то для флуктуации интенсивности РСИ справедливо экспоненциальное распределение:

$$P\left(I_{cf}\right) = \frac{1}{m_{cf}} exp\left(-\frac{I_{cf}}{m_{cf}}\right), \quad I_{cf} > 0; \tag{6}$$

б) если в атмосфере преобладают молекулярное и аэрозольное рассеяния, то флуктуации РСИ подчиняются релеевскому распределению:

$$P\left(I_{c}\right) = \frac{I_{c}}{\sigma_{c}^{2}} exp\left[-\frac{I_{c}^{2}}{2\sigma_{c}^{2}}\right], \quad I_{c} > 0.$$

$$(7)$$

Кроме излучения небосвода имеется и разнообразное фоновое излучение от различных земных поверхностей и объектов, которое здесь не рассматривается.

Получим для наиболее распространенных ситуаций ФПРВФ суммы принимаемого сигнала и помехи, учитывая их независимость. В общем виде свертка или композиция двух функций распределения для случайных величин *x* и *y* будет

$$P_{\Sigma}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x) P(z-x) dx, \qquad (8)$$

где z = x + y.

Рассмотрим вначале область насыщенных флуктуаций, конкретизируя в распределении (4) параметр  $\alpha$ . В [5] на основе экспериментальных данных показано, что в этой области значения  $\sigma_I^2$  лежат в диапазоне  $2 < \sigma_I^2 < 3$ , и, так как связь между  $\sigma_I^2$  и  $\alpha$  определяется соотношением

$$\sigma_I^2 = 1 + \frac{2}{\alpha},$$

то  $1 < \alpha < 2$ , поэтому выбираем  $\alpha = 1, 5$ .

Используя для флуктуации фона наиболее часто встречающееся распределение (6) и нормируя его так же, как (4), получим для композиции флуктуаций сигнала и фона:

$$P_{\Sigma}(z) = \frac{3}{\Gamma(1,5)} (1,5)^{0,25} \times \\ \times \int_{0}^{z} I_{\phi}^{0,25} K_{0,5}(2\sqrt{1,5I}) \exp\left[-\left(z - I_{\phi}\right)\right] dI_{\phi},$$
<sup>(9)</sup>

где  $z = I_c + I_{cb}$ .

Функция Макдональда при  $\alpha = 0,5$  сводится к элементарным функциям [6]:

$$K_{0,5}(cx) = \sqrt{\frac{\pi}{2cx}} \exp(-cx).$$

Выполнив в (9) преобразование и интегрирование, получим:

$$P_{\Sigma}\left(z
ight)=0,24\pi\exp\left(-z
ight)\left[erfi\left(rac{6z+3}{\sqrt{6}}
ight)-erfi\left(rac{3}{2}
ight)
ight],$$

где *erfi* — функция, связанная с интегралом ошибок.

Более актуальным является случай  $\beta_0^2 \gg 1$ , например, на протяженной трассе, когда флуктуации интенсивности фона могут даже превосходить флуктуации сигнала.

Для этого случая рассмотрим два варианта флуктуаций интенсивности фона – распределения (5) и (6), тогда как флуктуации интенсивности сигнала в обоих случаях положим подчиняющимися распределению (3).

Соответственно получим композиции сумм интенсивностей:

$$\begin{split} P_{\Sigma}\left(z\right) &= \frac{1}{\sigma_{\phi}\sqrt{2\pi}m_{c}} \times \\ &\times \int_{0}^{z} \exp\left[\frac{\left(I_{\phi} - m_{\phi}\right)^{2}}{2\sigma_{\phi}^{2}}\right] \exp\left[-\frac{\left(z - I_{\Phi}\right)}{m_{c}}\right] dI_{\phi} = \end{split}$$

$$= \frac{1}{2m_c} \exp\left(-\frac{z}{m_c}\right) \exp\left[-\left(\frac{m_{\phi}}{2\sigma_{\phi}^2}\right)^2\right] \times \\ \times \exp\left[-\frac{U}{\left(2\sigma_{\phi}^2\right)^2}\right] \left[erf\left(\frac{z+U}{2\sigma_{\phi}^2}\right) - erf\left(\frac{U}{2\sigma_{\phi}^2}\right)\right]$$

где

$$U = m_{cf} + rac{\left(2\sigma_{cf}^2
ight)^2}{2m_c}, \quad erf\left(x
ight) = rac{\sqrt{\pi}}{2}\Phi\left(x
ight)$$

 $\Phi(x)$  – интеграл ошибок и

 $P_{\Sigma}(z) =$ 

$$= \frac{1}{m_c m_{\phi}} \int_{0}^{z} \exp\left(-\frac{I_c}{m_c}\right) \exp\left[-\frac{(z - I_c)}{m_{\phi}}\right] dI_c = (10)$$
$$= \frac{1}{m_c - m_{\phi}} \exp\left(-\frac{z}{m_c}\right) \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{z}{m_{\phi}}\right)}{\exp\left(-\frac{z}{m_c}\right)}\right].$$

Полученные распределения отличаются от теоретических; в частности, распределение (10) представляет известный обобщенный закон Эрланга второго порядка, которое, если положить  $m_{qb} = 0$ , вновь переходит в экспоненциальное распределение.

Рассмотрим на примере распределения (10) влияние интенсивности фона на вид распределения. Для этого пронормируем это распределение на экспоненциальное ( $m_{cb} = 0$ ). Расчетные данные представлены в таблице.

Из данных таблицы следует, что форма кривой распределения остается постоянной при  $m_{cf} = 0, 1m_c$  для любого отношения  $z / m_c$ , меняется только среднее значение интенсивности. Отклонения от вида распределения начинают возникать при  $m_{cf} \ge 0, 3m_c$ .

В экспериментальной работе [7] учет флуктуаций фона был выполнен аппаратурными методами. В результате при  $\beta_0 = 9$  была получена логарифмически нормальная ФРПВФ, что отличается от предполагавшейся теоретически функции.

Таблиц	8
--------	---

	1	2	3	5	10
0,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
0,3	1,14	1,41	1,41	1,41	1,41
0,5	1,28	1,74	2	2	2

Таким образом, полученные в работе результаты указывают на необходимость учета флуктуаций фона при проведении экспериментальных исследований.

#### Список литературы

- Andrews L.G., Phillips R.L., Hopen C.Y. Laser beam scintillation with application // SPIE. 2001. P. 352.
- Милютин Е.Р. Помехоустойчивость оптических систем передачи информации в турбулентной атмосфере // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. С. 326–328.
- Фираго В.Л., Ханох Б.Ю., Долинин В.В. Естественные фоновые помехи в окнах прозрачности атмосферы

(обзор) // Известия вузов. Радиофизика. 1984. Т. 28. № 11. С. 1355–1381.

- Милютин Е.Р. Аддитивные помехи в атмосферных оптических линиях связи // Вестник связи. 2006. № 2. С. 43–45.
- Kiasalex K. Performance of coherent DPSK freespace optical communication systems in K-distributed turbulence // IEEE Transactions on Communications. 2006. V. 54. P. 604-607.
- Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.Н. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 750 с.
- Афанасьев А.Л., Банах В.А., Ростов А.П. О плотности вероятностей в турбулентной атмосфере // Оптика атмосферы и океана. 2008. Т. 21. № 2. С. 121–126.

# The irradiance fluctuations signal in atmospheric optical of systems transmit of informations

## E.R. Milyutin

The turbulent atmosphere causes irradiance fluctuations for optical signals. Probability density function modeles to consider. Jnfluence of irradiance fluctuations of light background take iuto consideration. *Keywords*: scintillation, optical communication, probability density function models.