

Динамика перепутывания двух дипольно-связанных сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, взаимодействующих с двумя резонаторами

Е.К. Башкиров

Самарский университет
443086, Российская Федерация, г. Самара
Московское шоссе, 34

В настоящей работе нами исследована динамика двух дипольно-связанных сверхпроводящих кубитов, приготовленных в перепутанном состоянии и взаимодействующих с двумя модами вакуумного электромагнитного поля двух независимых идеальных резонаторов. Показано, что диполь-дипольное взаимодействие кубитов является эффективным механизмом стабилизации перепутывания кубитов.

Ключевые слова: сверхпроводящий кубит, резонаторы без потерь, перепутанное состояние, отрицательность, эффективное диполь-дипольное взаимодействие, управление перепутыванием.

Введение

Перепутанные состояния в настоящее время являются фундаментом квантовой криптографии, квантовых коммуникаций и квантовых вычислений [1–3]. Соответственно одной из основных задач современной квантовой информатики является разработка эффективных схем генерации и механизмов стабилизации и контроля степени перепутывания кубитов, взаимодействующих с различными видами полей и другими типами окружений. В настоящее время предложены и экспериментально реализованы многокубитные перепутанные состояния атомов и ионов в резонаторах, оптических и магнитных ловушках, а также различных искусственных атомных объектов, таких как квантовые точки, примеси в твердых телах, сверхпроводящие цепи с джозефсоновскими переходами и др. [4–6]. В последнее время в качестве наиболее перспективных физических систем для реализации квантовых приборов, использующих перепутанные состояния, таких как квантовые компьютеры, квантовые сети и другие рассматриваются сверхпроводящие джозефсоновские кубиты [7]. Важной особенностью таких кубитов является то, что их эффективные дипольные моменты значительно превосходят по величине дипольные моменты естественных атомов, а сами кубиты представляют собой макроскопические объекты размерами в несколько микрон.

Сверхпроводящие кубиты представляет собой LC сверхпроводящие цепи, разорванные одним или несколькими джозефсоновскими переходами. Для целей квантовых вычислений обычно используют кубиты с тремя или четырьмя джозефсоновскими переходами. В отличие от цепей с одним переходом, в случае нескольких джозефсоновских контактов бистабильное состояние кубита возникает при сколь угодно малой индуктивности цепи, что позволяет уменьшить влияние на кубит внешних электромагнитных шумов. При введении в схему нелинейности с помощью джозефсоновских переходов, эквидистантные уровни LC сверхпроводящего осциллятора перестают быть таковыми, и два самых низких уровня могут использоваться для того, чтобы закодировать кубит. Квантовая информация в кубите кодируется направлением и силой тока для двух бистабильных состояний. Такие кубиты могут управляться микроволновым излучением, напряжением, магнитным полем и токами, их состояния могут быть измерены с высокой точностью с использованием специальных чипов [7]. Большое количество сверхпроводящих кубитов может быть соединено в цепочки, поэтому такие сверхпроводящие кубиты рассматриваются в качестве одной из возможных реализаций логических элементов квантового компьютера или квантовой сети. Времена когерентности сверхпроводящих кубитов могут достигать десятков

микросекунд. Связь между соседними кубитами может быть реализована за счет индуктивного взаимодействия (так называемого эффективно-го диполь-дипольного взаимодействия). Интенсивность взаимодействия кубитов может контролироваться с помощью электроники. Удаленные сверхпроводящие цепи (кубиты) могут быть соединены через «полости» – микроволновые копланарные резонаторы или электронные LC сверхпроводящие контуры (в первом случае кубиты взаимодействуют друг с другом путем обмена реальными или виртуальными фотонами, во втором – квантами колебаний электронной плотности). В последние годы со сверхпроводящими цепями удалось выполнить простые алгоритмы квантовых вычислений, создавать многокубитные перепутанные состояния, состояния с определенным числом «фотонов» в «резонаторе» и осуществить другие манипуляции, необходимые для квантовых вычислений и квантовых сетей [4–7].

Взаимодействие кубитов с окружением приводит к декогерентности, так что исследуемая система эволюционирует в состояние, непригодное для целей квантовой информатики. Однако, даже при отсутствии взаимодействия кубитов с окружением, степень перепутывания кубитов может меняться с течением времени, при этом возможны эффекты мгновенной смерти и рождения, перепутывания на временах меньших времени декогеренции [8]. В частности для кубитов, взаимодействующих с квантовыми полями в идеальных резонаторах, изменение степени перепутывания кубитов вызвано осцилляциями Раби. Поэтому важной проблемой современной квантовой информатики является разработка эффективных механизмов, обеспечивающих стабилизацию перепутывания сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с квантовыми полями. В последнее время большое внимание уделяется также изучению поведения сверхпроводящих кубитов в гибридных схемах квантовой информатики. Одним из наиболее интересных примеров таких гибридных систем являются сверхпроводящие кубиты, взаимодействующие с одной или несколькими двухуровневыми системами. Кубиты всегда связаны с неконтролируемыми степенями свободы, которые приводят к декогеренции в их динамике. Такая декогеренция не всегда связана со внешними степенями свободы. В ряде недавних экспериментов были обнаружены осцилляции Раби кубитов с

большим временем декогеренции за счет взаимодействия с некоторыми внутренними квантовыми степенями свободы, которые зачастую можно моделировать как взаимодействие кубита с микроскопической квантовой искусственной двухуровневой системой [9]. Большие времена декогеренции позволяют надеяться на создание гибридных многокубитных систем для квантовых вычислений [10]. Двухуровневые системы в этом случае представляют собой искусственный атом или группу атомов, возникающие за счет туннелирования между двумя поверхностными конфигурациями и связанные с наличием дефектов внутри туннельного джозефсоновского перехода. Когда частоты перехода в двухуровневом атоме и кубите близки, между ними возникает сильная связь, приводящая к дополнительной декогеренции состояния кубита. В работе [11] показано, что такие дефекты могут рассматриваться также как «поддельные резонаторы». Авторы наблюдали значительное число таких «поддельных резонаторов» с различными резонансными частотами вплоть до 60 МГц и исследовали осцилляции Раби за счет взаимодействия зарядового кубита с такими «поддельными резонаторами». Затухающие осцилляции Раби указанного типа наблюдались для зарядовых, фазовых, потоковых кубитов и транзмонов в большом количестве работ (см. ссылки в [12]). В работе [13] были впервые экспериментально получены осцилляции параметра перепутывания (согласованности) для двухчастичной системы, состоящей из макроскопического джозефсоновского сверхпроводящего кубита и связанной с ним двухуровневой микроскопической двухуровневой системы («поддельного резонатора»). При этом исследовалось поведение системы, как при приложении внешнего периодического поля, так и спонтанная динамика системы. В эксперименте использовался джозефсоновский фазовый кубит с изменяемым потоком. Кубит представлял собой кольцо с индуктивностью 770 пГн, содержащее джозефсоновский переход. Энергетическое расстояние между базисными состояниями кубита можно было настраивать, меняя магнитный поток, индуктивно связанный с кольцом. можно было рассматривать как двухуровневую систему. Взаимодействие кубита с дефектами атомного размера в туннельном барьере джозефсоновского перехода приводит к наличию особого канала декогерентности. Из анализа особенностей осцилляций Раби для насе-

ленности возбужденного уровня кубита были определена константа взаимодействия кубита и двухуровневой системы: $g / \pi = 76$ МГц и частота Раби кубита под действием микроволнового поля $\Omega / 2\pi = 63$ МГц. Таким образом, динамика сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с искусственными двухуровневыми системами аналогична их динамике за счет обмена «фотонами» с резонатором.

В настоящее время имеется большое число работ, в которых как теоретически, так и экспериментально исследована динамика перепутывания систем кубитов, взаимодействующих с квантовыми полями резонаторов [5; 6]. Однако основное внимание уделялось рассмотрению взаимодействия кубитов с общим полем единственного резонатора. Представляет интерес изучить динамику перепутывания кубитов, взаимодействующих с индивидуальными резонаторами, при этом взаимодействие кубитов может быть реализовано за счет их эффективного диполь-дипольного взаимодействия.

1. Модель и ее точное решение

Перейдем к описанию рассматриваемой модели. Рассмотрим два идентичных сверхпроводящих кубита, каждый из которых взаимодействует с изолированной модой микроволнового поля своего копланарного, электронного или «поддельного» резонатора. Для простоты в настоящей работе остановимся на рассмотрении резонансного взаимодействия между кубитами и резонаторами, а также пренебрежем эффектами диссипации, т. е. будем изучать динамику системы на временах меньших времени декогерентности. Будем полагать, что взаимодействие между кубитами осуществляется за счет эффективного диполь-дипольного взаимодействия. Гамильтониан рассматриваемой модели в представлении взаимодействия можно записать в виде:

$$H = \hbar g_A (a^+ \sigma_1^- + a \sigma_1^+) + \hbar g_B (b^+ \sigma_2^- + b \sigma_2^+) + \hbar J (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-), \quad (1)$$

где a^+ (a) – оператор рождения (уничтожения) моды поля резонатора A ; b^+ (b) – оператор рождения (уничтожения) моды поля резонатора B ; σ_1^+ (σ_1^-) – повышающий (понижающий) оператор для первого кубита, взаимодействующего с резонатором A ; σ_2^+ (σ_2^-) – повышающий (понижающий) оператор для второго кубита,

взаимодействующего с резонатором B ; g_A и g_B – константы взаимодействия кубитов с резонаторами A и B соответственно и J – константа эффективного диполь-дипольного взаимодействия между кубитами. В дальнейшем для простоты будем полагать, что $g_A = g_B = g$.

Положим, что в начальный момент времени кубиты приготовлены в белловском перепутанном состоянии вида $\cos \theta | +_1, -_2 \rangle + \sin \theta | -_1, +_2 \rangle$, а поля резонаторов находятся в вакуумном состоянии (температура, при которой функционируют цепочки сверхпроводящих колец, составляют микрокельвины, поэтому влиянием тепловых «фотонов» на динамику кубитов можно пренебречь). В результате начальное чистое состояние системы описывается волновой функцией вида

$$|\psi(0)\rangle = (\cos \theta | +_1, -_2 \rangle + \sin \theta | -_1, +_2 \rangle) | 0_A, 0_B \rangle, \quad (2)$$

где $| +_i \rangle$ – возбужденное и $| -_i \rangle$ – основное состояние i -го кубита соответственно. Такое состояние может быть реализовано, например, за счет взаимодействия кубитов с общим полем третьего копланарного или электронного резонатора [14]

Для системы с гамильтонианом (1) и начального состояния (2) временная волновая функция может быть представлена в виде

$$|\psi(t)\rangle = C_1(t) | -_1, -_2; 0_A, 1_B \rangle + C_2(t) | -_1, -_2; 1_A, 0_B \rangle + C_3(t) | -_1, +_2; 0_A, 0_B \rangle + C_4(t) | +_1, -_2; 0_A, 0_B \rangle,$$

где

$$C_1(t) = \exp(-iat / 2) \cos \theta \times \left[\cos(\sqrt{\alpha^2 + 4} gt / 2) - \frac{i \cos(\sqrt{\alpha^2 + 4} gt / 2)}{\sqrt{\alpha^2 + 4}} \right],$$

$$C_2(t) = \exp(-iat / 2) \sin \theta \times \left[\cos(\sqrt{\alpha^2 + 4} gt / 2) + \frac{i \cos(\sqrt{\alpha^2 + 4} gt / 2)}{\sqrt{\alpha^2 + 4}} \right],$$

$$C_3(t) = - \frac{2i \exp(-iat / 2) \sin \theta \sin(\sqrt{\alpha^2 + 4} gt / 2)}{\sqrt{\alpha^2 + 4}},$$

$$C_4(t) = - \frac{2i \exp(-iat / 2) \cos \theta \sin(\sqrt{\alpha^2 + 4} gt / 2)}{\sqrt{\alpha^2 + 4}}.$$

Имея точное решение для волновой функции модели, мы можем перейти к вычислению степени перепутывания кубитов.

2. Вычисление параметра перепутывания двух кубитов

Для определения меры перепутывания кубитов воспользуемся параметром Переса-Хородецких или «отрицательностью»:

$$\varepsilon(t) = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (3)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности $\rho_{qubits}^{T_1}$. Для неперепутанных состояний полагают, что $\varepsilon = 0$. Для перепутанных состояний: $0 < \varepsilon \leq 1$. Максимальной степени перепутывания соответствует значение $\varepsilon = 1$.

Редуцированную матрицу плотности кубитов можно найти, усредняя полную матрицу плотности всей системы по полевым переменным

$$\rho_{qubits}(t) = Tr_F |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|.$$

В результате в двухатомном базисе $|_{-1,-2}\rangle$, $|_{-1,+2}\rangle$, $|_{+1,-2}\rangle$, $|_{+1,+2}\rangle$ для рассматриваемой модели имеем

$$\rho_{qubits}(t) = \begin{pmatrix} U & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V & H & 0 \\ 0 & H^* & W & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$U(t) = |C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2, \quad V(t) = |C_3(t)|^2, \\ W(t) = |C_4(t)|^2, \quad H(t) = C_3(t)C_4^*(t).$$

Частично транспонируя матрицу (4) по переменным одного кубита, получаем

$$\rho_{qubits}^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} U & 0 & 0 & H^* \\ 0 & V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W & 0 \\ H & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

Матрица (5) имеет всего одно отрицательное собственное значение вида

$$\mu_1^- = 1/2[|U|^2 - \sqrt{|U|^2 + 4|H|^2}].$$

Тогда параметр Переса-Хородецких будет иметь вид:

$$\varepsilon = \sqrt{|U|^2 + 4|H|^2} - |U|^2. \quad (6)$$

Для численного моделирования временной зависимости параметра перепутывания кубитов (6) необходимо выбрать значения параметров модели, достижимые в современных экспериментах по квантовой электродинамике сверхпроводящих кубитов.

3. Обсуждение результатов

В многочисленных экспериментах со сверхпроводящими кубитами, взаимодействующими с копланарными или электронными резонаторами, а также «поддельными резонаторами» в виде дефектов в области туннельных переходов кубитов, достигались значения константы диполь-фотонного взаимодействия g в интервале от десятков МГц до десятков ГГц [5–6; 9–13]. С другой стороны, в двухкубитных схемах в последнее время удалось реализовать эффективное диполь-дипольное взаимодействие кубитов с интенсивностью J в несколько ГГц [5; 6]. Это означает, что в реальных экспериментах относительная эффективная константа диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = J/g$ может достигать нескольких десятков единиц.

Результаты численного моделирования параметра перепутывания для различных начальных состояний двухатомной системы вида (2) и различных значений относительной интенсивности диполь-дипольного взаимодействия кубитов представлены на рис. 1 и 2. Из рисунков хорошо видно, что для рассмотренного перепутанного начального состояния кубитов наличие интенсивного диполь-дипольного взаимодействия приводит к существенной стабилизации степени перепутывания кубитов.

Заключение

Таким образом, наличие индуктивного взаимодействия между двумя кубитами (которое в терминах квазиспиновых операторов может быть описано аналогично диполь-дипольному взаимодействию естественных атомов), каждый из которых взаимодействует со своим копланарным, электронным (LC сверхпроводящим контуром) или «поддельным» резонатором, соответствующим дефекту в области туннельного перехода, может быть использовано в качестве эффективного механизма стабилизации первоначально наведенного перепутывания сверхпроводящих кубитов, что позволяет существенно увеличить время выполнения необходимых логических операций с перепутанными состояниями таких кубитов. В настоящей работе мы не принимали в расчет диссипативные процессы. Особенно существенны такие процессы при описании динамики кубитов, взаимодействующих с «поддельными резонаторами». Кроме того мы ограничились рассмотрением случая идентич-

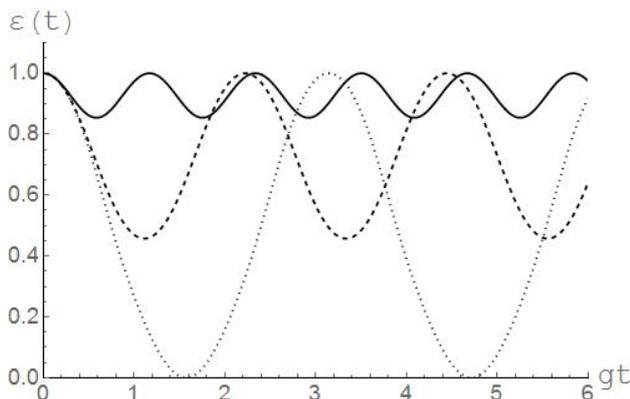


Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания $\varepsilon(t)$ для начального состояния вида (2) и значений параметра перепутывания $\theta = \pi/4$ и эффективной константы диполь-дипольного взаимодействия: $J = 0$ (точечная линия), $J = 2g$ (штриховая линия) $J = 5g$ (штриховая линия)

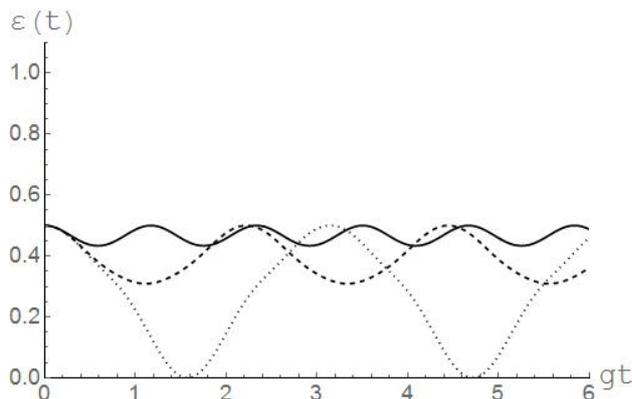


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания $\varepsilon(t)$ для начального состояния вида (2) и значений параметра перепутывания $\theta = \pi/6$ и эффективной константы диполь-дипольного взаимодействия: $J = 0$ (точечная линия), $J = 2g$ (штриховая линия) $J = 5g$ (штриховая линия)

ных кубитов и резонансного взаимодействия между кубитами и полями резонаторов. Рассмотрение более реалистичной модели, учитывающей различные виды диссипации энергии в системе и расстройку, на основе микроскопических кинетических уравнений в марковском и немарковском приближениях, и оценка на их основе времен декогеренции, будет являться предметом нашей следующей работы.

Благодарности

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства образования и науки Российской Федерации № 1394.

Список литературы

- Nielsen M.A. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 698 p.
- Haroche S., Raimond J.-M. Exploring the Quantum: Atoms, Cavities and Photons. New York: Oxford University Press, 2006. 606 p.
- Quantum computers / D. Ladd [et al.] // Nature. 2010. Vol. 464. P. 45–53.
- Buluta I., Ashhab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2011. Vol. 74. P. 104401.
- Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // Rev. Mod. Phys. 2013. Vol. 85. P. 623–653.
- Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // Rev. Mod. Phys. 2014. Vol. 88. P. 153–185.
- Омельяничук А.Н., Ильичев Е.В., Шевченко С.Н. Квантовые когерентные явления в джозефсоновских кубитах. Киев: Наукова Думка, 2013. 168 с.
- Yu T., Eberly J.H. Sudden death of entanglement // Science. 2009. Vol. 323. P. 598–601.
- Ku L.C., Yu C.C. Decoherence of a Josephson qubit due to coupling to two-level systems // Phys. Rev. 2005. Vol. B72. P. 024526.
- Process tomography of quantum memory in a Josephson-phase qubit coupled to a two-level state / M. Neeley [et al.] // Nature Physics. 2008. Vol. 4. P. 523–526.
- Decoherence in Josephson phase qubits from junction resonators / R.W. Simmonds [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 077003.
- Rabi spectroscopy of a qubit-fluctuator system / J. Lisenfeld [et al.] // Phys. Rev. 2010. Vol. B81. P. 100511 (R).
- Entanglement dynamics of a superconducting phase qubit coupled to a two-level system / G. Sun [et al.] // Phys. Rev. 2012. Vol. B86. P. 064502.
- Demonstrating W-type entanglement of Dicke states in resonant cavity quantum electrodynamics / J.A. Mlynek [et al.] // Phys. Rev. 2012. Vol. A86. P. 053838.

Dynamics of entanglement of two dipole-coupled Josephson qubits interacting with two lossless resonators

E.K. Bashkirov

In the present paper we investigated the dynamics of two dipole-coupled superconducting qubits prepared in an entangled state and interacting with two modes of the vacuum electromagnetic fields of two independent resonators. It is shown that the dipole-dipole interaction of qubits is an effective mechanism for the stabilization of qubits entanglement.

Keywords: superconducting qubits, lossless resonators, entangled states, effective dipole-dipole interaction, entanglement control.