

Дискретные отображения томсоновских автоколебательных систем с запаздыванием

В.В. Зайцев, А.Н. Шилин

Самарский национальный исследовательский университет им. ак. С.П. Королева
443086, Российская Федерация, г. Самара
Московское шоссе, 34

Предложены новые дискретные отображения автоколебательных систем томсоновского типа с запаздывающими обратными связями. Отображения получены методом структурного синтеза с использованием последовательностей дискретных отсчетов импульсных характеристик резонаторов, входящих в состав автоколебательных систем. Метод медленно меняющихся амплитуд использован для анализа динамических характеристик автоколебаний в дискретном времени. Приведен пример генерации автоколебаний дискретным отображением осциллятора Ван дер Поля с запаздыванием.

Ключевые слова: автоколебательная система, запаздывающая обратная связь, нелинейная динамика, дискретное отображение метод медленно меняющихся амплитуд.

Введение

Модели с запаздывающими обратными связями (ЗОС) широко используются в исследованиях автоколебаний в радиочастотном [1; 2], микроволновом [3; 4] и оптическом [5] диапазонах и имеют множество других физических приложений (см., например, [6]).

Автоколебательные системы (АКС) с ЗОС часто характеризуются более сложной динамикой, чем классические АКС, в частности, они легко переходят в режимы генерации динамического хаоса [7–10]. Сложная динамика в не меньшей степени присуща и системам, осциллирующим в дискретном времени (ДВ) [11]. В связи с этим ДВ-АКС с ЗОС представляют интерес как объекты исследований в рамках нелинейной динамики с дискретным временем, а также как источники радиосигналов сложной формы.

Способ перехода к дискретному времени в аналоговых моделях АКС в конечном счете существенно образом влияет динамические характеристики синтезированных ДВ-систем (дискретных отображений) [12]. В настоящей работе для проектирования дискретных отображений аналоговых АКС томсоновского типа с ЗОС использован метод структурного синтеза в сочетании с принципом инвариантности импульсных характеристик линейных резонаторов [13].

1. Структурный синтез АКС

В качестве основного прототипа в непрерывном времени выберем осциллятор с уравнением движения вида

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0 \gamma \frac{d}{dt} F(y(t - \tau)), \quad (1)$$

где ω_0 и Q – собственная частота и добротность резонансного контура АКС; γ – параметр цепи обратной связи с нелинейностью $F(y_\tau)$ и временем запаздывания τ . Формально при выполнении условий $Q \gg 1$, $\gamma \ll 1$ АКС (1) относится к классу томсоновских.

Используемый способ проектирования ДВ-осциллятора в определенном смысле можно назвать структурным, поскольку он опирается на представление о структурной схеме томсоновской АКС (1), как кольцевом соединении блоков «резонатор – нелинейный усилитель – запаздывающая обратная связь».

Динамическую (инерционную) часть АКС (1) представляет резонансный контур с дифференциальным уравнением движения

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0 \frac{d}{dt} x(t), \quad (2)$$

где $x(t)$ – сигнал возбуждения. Контур имеет импульсную характеристику

$$h(t) = \omega_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q} t\right) \times$$

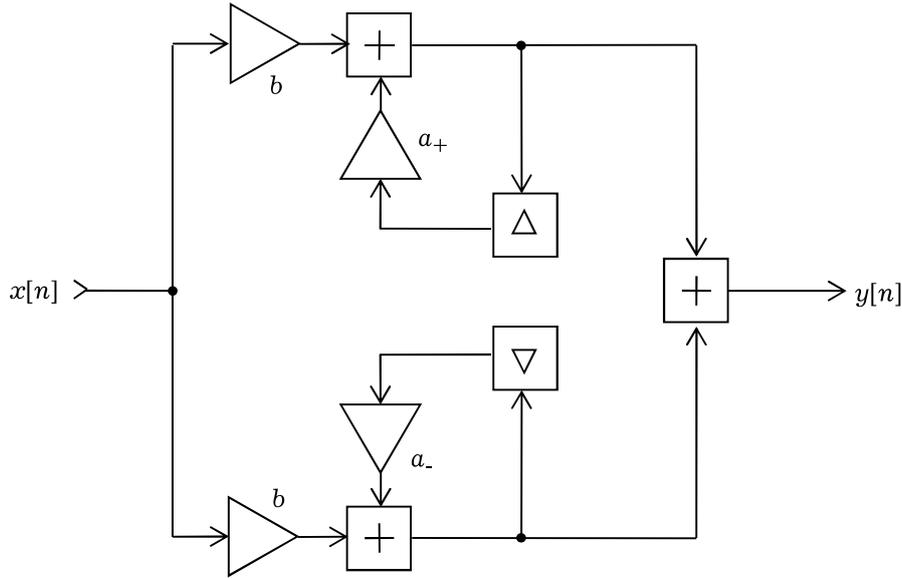


Рис. 1. Структурная схема ДВ-резонатора

$$\begin{aligned} & \times \left[\cos(\omega_1 t) - \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \sin(\omega_1 t) \right] \approx \\ & \approx \omega_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q} t\right) \cos(\omega_0 t). \end{aligned}$$

Ее дискретные временные отсчеты, взятые с интервалом Δ , определяют импульсную характеристику ДВ-резонатора:

$$h[n] = \Delta \cdot h(t_n) = 2\pi\Omega_0 \alpha^n \cos(2\pi\Omega_0 n). \quad (3)$$

Здесь $\Omega_0 = \omega_0 \Delta / 2\pi$ – собственная частота контура, измеряемая в единицах частоты дискретизации $\omega_d = 2\pi / \Delta$; $\alpha = \exp(-\pi\Omega_0 / Q)$ – параметр диссипации.

Так как частотная характеристика ДВ-системы связана с ее импульсной характеристикой дискретным во времени преобразованием Фурье [13]:

$$H(j\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} h[n] \exp(-j2\pi\Omega n),$$

то для (3), проведя вычисления, получим

$$\begin{aligned} H(j\Omega) &= H_+(j\Omega) + H_-(j\Omega) = \\ &= \frac{\pi\Omega_0}{1 - \alpha \exp(j2\pi\Omega_0) \exp(-j2\pi\Omega)} + \\ &+ \frac{\pi\Omega_0}{1 - \alpha \exp(-j2\pi\Omega_0) \exp(-j2\pi\Omega)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Эта частотная характеристика соответствует системе разностных уравнений движения вида

$$\begin{aligned} y[n] &= y_+[n] + y_-[n], \\ y_+[n] &= a_+ y_+[n-1] + b x[n], \\ y_-[n] &= a_- y_-[n-1] + b x[n] \end{aligned} \quad (5)$$

с коэффициентами

$$a_+ = \alpha \exp(j2\pi\Omega_0),$$

$$a_- = \alpha \exp(-j2\pi\Omega_0),$$

$$b = \pi\Omega_0.$$

Отметим, что $a_- = a_+^*$, поэтому при действительном сигнале $y[n]$ осцилляции $y_-[n]$ комплексно сопряжены по отношению к $y_+[n]$: $y_-[n] = y_+^*[n]$.

Уравнения движения (5) наглядно отображаются блок-схемой ДВ-контура в форме параллельного соединения блоков первого порядка, представленной на рис. 1.

В автоколебательной системе с уравнением движения (1) роль сигнала возбуждения $x(t)$ играет сигнал на выходе нелинейного усилителя, вход которого через ЗОС связан с выходом контура $y(t)$:

$$x(t) = \gamma F(y(t - \tau)) = \gamma G(y(t - \tau)) y(t - \tau). \quad (6)$$

С учетом этой связи система разностных уравнений движения томсоновского ДВ-осциллятора с ЗОС принимает вид

$$\begin{aligned} y[n] &= y_+[n] + y_-[n], \\ y_+[n] &= \\ &= \alpha \exp(j2\pi\Omega_0) y_+[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F(y[n-d]), \\ y_-[n] &= \\ &= \alpha \exp(-j2\pi\Omega_0) y_-[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F(y[n-d]). \end{aligned} \quad (7)$$

При этом считается, что запаздывание составляет целое число интервалов дискретизации: $\tau = d\Delta$. Уравнения (7) отображает блок-схема на рис. 2. При использовании операции комплексного сопряжения система (7) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} y[n] &= 2 \operatorname{Re} \{ y_+[n] \}, \\ y_+[n] &= \\ &= \alpha \exp(j2\pi\Omega_0) y_+[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F(y[n-d]). \end{aligned} \quad (8)$$

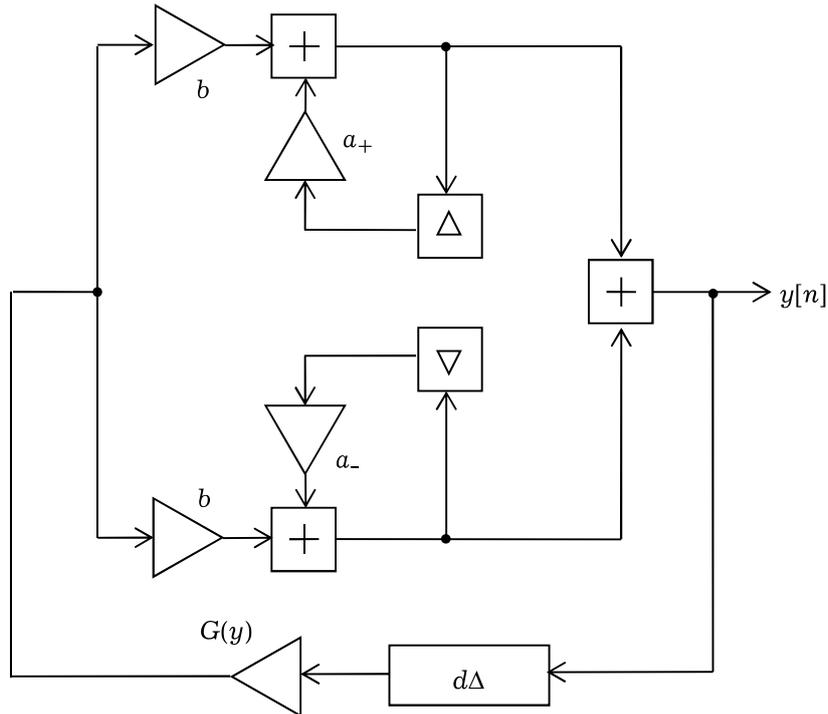


Рис. 2. Структурная схема ДВ-автогенератора (параллельная форма)

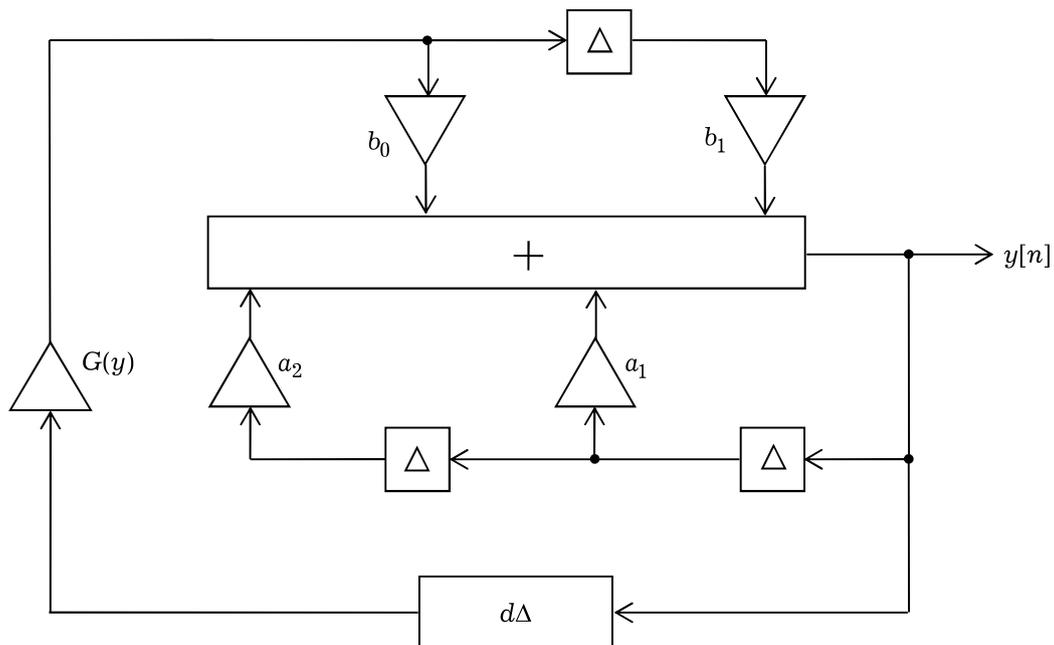


Рис. 3. Структурная схема ДВ-автогенератора

Сформированное таким образом нелинейное разностное уравнение (8) представляет собой комплексную форму уравнения движения (дискретного отображения) томсоновской ДВ-АКС с запаздывающей обратной связью.

Для перехода к действительной форме отображения правую часть выражения (4) приведем к общему знаменателю. Получим

$$H(j\Omega) = \frac{b_0 + b_1 \exp(-j2\pi\Omega)}{1 - a_1 \exp(-j2\pi\Omega) - a_2 \exp(-j4\pi\Omega)}, \quad (9)$$

где коэффициенты a_m, b_k связаны с параметрами контура (2) соотношениями

$$a_1 = 2\alpha \cos(2\pi\Omega_0), \quad a_2 = -\alpha^2,$$

$$b_0 = 2\pi\Omega_0, \quad b_1 = -2\pi\Omega_0\alpha \cos(2\pi\Omega_0).$$

Частотная характеристика (9) описывает линейный ДВ-резонатор с разностным уравнением движения

$$y[n] - 2\alpha \cos(2\pi\Omega_0) y[n-1] + \alpha^2 y[n-2] = 2\pi\Omega_0 (x[n] - \alpha \cos(2\pi\Omega_0) x[n-1]). \quad (10)$$

Теперь, охватив резонатор (10) цепью обратной связи с уравнением (6), получим ДВ-АКС с уравнением движения

$$\begin{aligned} y[n] - 2\alpha \cos(2\pi\Omega_0) y[n-1] + \alpha^2 y[n-2] = \\ = 2\pi\Omega_0\gamma (F(y[n-d]) - \\ - \alpha \cos(2\pi\Omega_0) F(y[n-1-d])). \end{aligned} \quad (11)$$

АКС в такой форме отображается блок-схемой на рис. 3.

То обстоятельство, что при переходе от (8) к (11) не было сделано никаких приближений, указывает на эквивалентность этих дискретных отображений.

2. Метод ММА для ДВ-АКС

Отображение (8) воспроизводит в дискретном времени основные характеристики томсоновской АКС (1). Это нетрудно показать цифровым анализом генерируемых по алгоритму (8) временных рядов, но мы воспользуемся здесь широко распространенным в теории нелинейных колебаний методом медленно меняющихся амплитуд (методом ММА) [14]. На ДВ-осцилляторы томсоновского типа метод ММА был распространен в работах [12; 15]. Следуя им, генерируемый отображением (8) временной ряд (ДВ-автоколебания) представим в виде

$$y_+[n] = \frac{1}{2} A[n] \exp(j2\pi\Omega_0 n) = \frac{1}{2} A[n] Z_0^n, \quad (12)$$

где $A[n]$ – комплексная амплитуда автоколебаний.

При подстановке решения (12) в разностное уравнение (8) нелинейную функцию $F(y[n])$ в его правой части в рамках метода ММА заменим первой гармоникой ряда Фурье:

$$F(y[n]) \approx \frac{1}{2} F_1(A[n]) Z_0^n + \frac{1}{2} F_1^*(A[n]) Z_0^{-n}.$$

Проведя в (8) очевидные математические преобразования, получим

$$\begin{aligned} A[n] = \alpha A[n-1] + \pi\Omega_0\gamma F_1(A[n-d]) Z_0^{-d} + \\ + \pi\Omega_0\gamma F_1^*(A[n-d]) Z_0^{-2n+d}. \end{aligned} \quad (13)$$

Последнее слагаемое здесь описывает высокочастотное воздействие (с периодом $T_0 = 1/2\Omega_0$) на медленный процесс изменения (с характерным временем релаксации $T_r = Q/2\Omega_0$) комплексной амплитуды $A[n]$. Пренебрегая этим воздействием, приходим к укороченному уравнению для комплексной амплитуды ДВ-автоколебаний

$$A[n] = \alpha A[n-1] + \pi\Omega_0\gamma F_1(A[n-d]) Z_0^{-d}. \quad (14)$$

Полученное разностное уравнение (14) сопоставим с укороченным уравнением для ком-

плексной амплитуды автоколебаний в исходной аналоговой модели АКС с ЗОС (1). Нетрудно показать, что для автоколебаний вида

$$y(t) = \frac{1}{2} A(t) \exp(j\omega_0 t) + \frac{1}{2} A^*(t) \exp(-j\omega_0 t)$$

уравнение движения (1) методом ММА сводится к дифференциальному укороченному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} A(t) = \\ = -\frac{\omega_0}{2Q} A(t) + \frac{\omega_0}{2} \gamma F_1(A(t-\tau)) \exp(-j\omega_0 \tau). \end{aligned} \quad (15)$$

При переходе к безразмерному времени $\vartheta = t\Delta^{-1}$ уравнение (15) принимает вид

$$\frac{d}{d\xi} A(\xi) = -\pi \frac{\Omega_0}{Q} A(\xi) + \pi\Omega_0\gamma F_1(A(\xi-d)) Z_0^{-d}. \quad (16)$$

Учитывая разложение параметра диссипации высокочастотного контура в ряд по обратным степеням добротности

$$\alpha = \exp\left(-\pi \frac{\Omega_0}{Q}\right) \approx 1 - \pi \frac{\Omega_0}{Q},$$

приходим к выводу о том, что разностное укороченное уравнение ДВ-АКС (14) реализует алгоритм Эйлера для укороченного уравнения (16) аналоговой АКС. Таким образом подтверждается сделанное нами ранее утверждение о том, что отображения (8) и (11) воспроизводят в дискретном времени основные динамические характеристики томсоновской АКС (1).

3. Некоторые результаты анализа динамики ДВ-АКС

Приведем ряд результатов, полученных для дискретного отображения осциллятора Ван дер Поля с ЗОС. В этом случае функция нелинейности

$$F(y) = \left(1 - \frac{1}{3} y^2\right) y.$$

Отображение (8) и его укороченное уравнение (13) принимают вид

$$\begin{aligned} y_+[n] = \alpha Z_0 y_+[n-1] + \\ + \pi\Omega_0\gamma \left(1 - \frac{1}{3} y^2[n-d]\right) y[n-d], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} A[n] = \alpha A[n-1] + \\ + \pi\Omega_0\gamma \left(1 - \frac{1}{4} |A[n-d]|^2\right) A[n-d] Z_0^{-d}. \end{aligned} \quad (18)$$

На рис. 4 точками приведены отсчеты ДВ-автоколебаний $y[n]$, генерируемых отображением (17) со значениями $\Omega_0 = 0.14$ и $Q = 15$. Об-

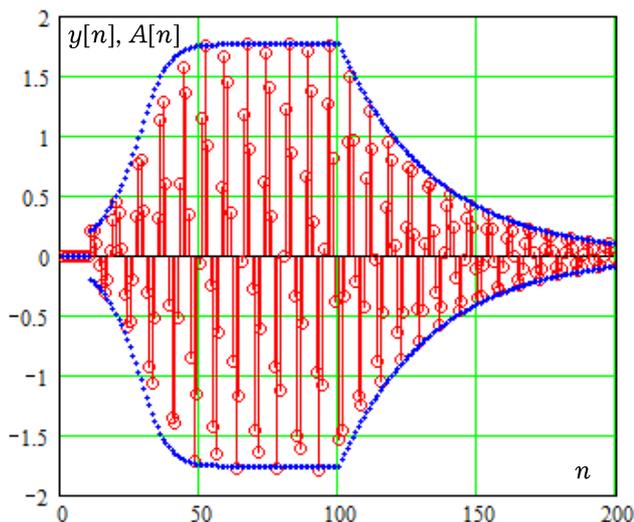


Рис. 4. Дискретные отсчеты мгновенных значений и амплитуды первой гармоники автоколебаний

ратная связь с запаздыванием в один интервал дискретизации ($d = 1$) и параметром $\gamma = 0.45$ включается на интервале времени $11 \leq n \leq 100$. Пунктирной линией на рисунке показан график временной зависимости амплитуды автоколебаний, рассчитанный по укороченному уравнению (18). Как видно из графиков, зависимость $|A[n]|$ с хорошим приближением воспроизводит амплитуду автоколебаний.

На рис. 5 график $|A[n]|$ приведен вместе с графиком временной зависимости огибающей $|A_a[n]|$ ДВ-автоколебаний $y[n]$, выделенной методом аналитического сигнала с использованием дискретного преобразования Гильберта [13]. Зависимость $|A_a[n]|$ кроме медленной кусочно-монотонной компоненты содержит компоненту, осциллирующую с частотой $2\Omega_0$. Она возникает из-за наличия третьей гармоники в спектре сигнала $y[n]$. Заметим, что осциллирующая компонента комплексной огибающей также содержится в решении укороченного уравнения (13). Это решение дает то, что в теории нелинейных колебаний носит название улучшенного первого приближения [13].

Заключение

Представленные здесь дискретные отображения томсоновских осцилляторов с запаздывающими связями расширяют круг объектов нелинейной динамики в дискретном времени, имеющих свойства аналоговых автоколебательных систем. Практические применения предложенных отображений весьма разнообразны – моделирование сигналов и систем, нелинейная фильтрация дискретных (цифровых) сигналов,

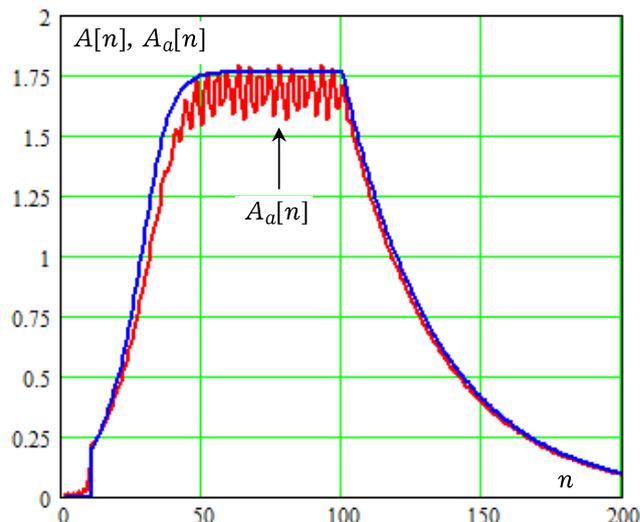


Рис. 5. Дискретные отсчеты амплитуды первой гармоники и огибающей автоколебаний

защита информации (в режимах генерации динамического хаоса).

Список литературы

1. Рубаник В.П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. М.: Наука, 1969. 288 с.
2. Основы теории колебаний / под. ред. В.В. Мигулина. М.: Наука, 1978. 392 с.
3. Отражательный клистрон как пример автоколебательной системы с запаздыванием / В.Н. Титов [и др.] // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18. № 6. С. 138–158.
4. Рыскин Н.М., Шигаев А.М. Сложная динамика двухрезонаторного клистрона-генератора с запаздывающей обратной связью // ЖТФ. 2006. Т. 76. № 1. С. 72.
5. Напартович А.П., Сухарев А.Г. Теория импульсно-периодического режима генерации в диодных лазерах с запаздывающей обратной связью // Квантовая электроника. 2015. Т. 43. № 3. С. 193–199.
6. Клинышов В.В., Некоркин В.И. Синхронизация автоколебательных сетей с запаздывающими связями // УФН. 2013. Т. 183. № 12. С. 1323–1336.
7. Кузнецов С.П. Сложная динамика генераторов с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Радиопизика. 1982. Т. 25. № 12. С. 1410.
8. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиопизике и электронике. М.: Наук, 1989. 280 с.
9. Астахов В.В., Балакин М.И. Механизм формирования мультистабильности в генераторе Ван дер Поля с запаздывающей обратной связью // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2012. № 67. С. 15–28.
10. Баранов С.В., Кузнецов С.П., Пономаренко В.И. Хаос в фазовой динамике осциллятора Ван дер Поля с модулированной добротностью и дополнительной запаздываю-

- щей обратной связью // Известия вузов – ПНД. 2010. Т. 18. № 1. С. 11–23.
11. Зайцев В.В., Стулов И.В. О влиянии подмененных гармоник на динамику автоколебаний в дискретном времени // Известия вузов – ПНД. 2015. Т. 23. № 6. С. 40–44.
 12. Зайцев В.В. О дискретных отображениях осциллятора Ван дер Поля // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17. № 1. С. 35–40.
 13. Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006. 856 с.
 14. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984. 320 с.
 15. Зайцев В.В., Карлов А.В. Дискретное отображение осциллятора с нелинейной диссипацией и частотное детектирование ДВ-сигналов / Радиотехника. 2014. № 4. С. 50–54.
 16. Боголюбов А.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы теории нелинейных колебаний. Изд. 4-е. М.: Наука, 1974. 504 с.

Discrete mappings of Thomson self-oscillatory systems with delay

V.V. Zaitsev, A.N. Shilin

New discrete mappings of Thomson type self-oscillatory systems with the delayed feedback are offered. Mappings are received by method of structural synthesis with use of the sequences of discrete counting of pulse characteristics of the resonators which are a part of self-oscillatory systems. The method of the slow-changing amplitudes is used for the analysis of response characteristics of self-oscillations in the discrete time. The example of generation of self-oscillations with discrete mapping of the oscillator of Van der Pol with delay is given.

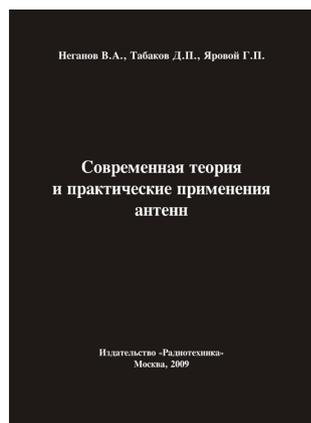
Keywords: self-oscillatory system, delayed feedback, non-linear dynamics, the discrete mapping, method of the slow-changing amplitudes.

Неганов, В.А.

Современная теория и практические применения антенн: монография / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; предисл. акад. Ю.В. Гуляева; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.

ISBN 978-5-88070-222-0

УДК 621.396.67
ББК 32.845



Рассмотрены основные разделы теории и техники антенн. Освещены вопросы расчета и построения различных типов антенн (от вибраторных до рупорных и антенных решеток, включая фазированные). Основное внимание уделено антеннам СВЧ и расчетам их электромагнитных полей в ближней зоне, т. е. вопросам электромагнитной совместимости.

Принципиальное отличие книги от известных заключается в последовательном применении метода физической регуляризации (самосогласованного метода) к расчету электромагнитного поля антенн, позволяющего осуществлять непрерывный переход с излучающей поверхности антенны к пространству вне ее. С помощью самосогласованного метода получены новые результаты по теории антенн: установлены связь между поверхностной плотностью тока на вибраторной антенне и напряженностью электромагнитного поля, однонаправленный режим излучения для кольцевой (рамочной антенны), режимы стоячих и бегущих волн в цилиндрической спиральной антенне, входное сопротивление практически для всех типов антенн. Теоретический материал подкреплён примерами применения многолучевых антенн.

Предназначено для разработчиков антенно-фидерных устройств, аспирантов и докторантов, занимающихся вопросами проектирования антенных систем различного назначения, студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений.