Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 537.876, 621.371

## Расчет волнового сопротивления прямоугольного волновода с двухслойным заполнением

## А.С. Арефьев

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики 443010, Российская Федерация, г. Самара ул. Л. Толстого, 23

Получено выражение для волнового сопротивления прямоугольного волновода с двухслойным заполнением при распространении в нем *LE*<sub>0m</sub>-волн. Исследованы зависимости волнового сопротивления линии передачи от частоты, а также от параметров волновода.

*Ключевые слова*: волновое сопротивление прямоугольного волновода с двухслойным заполнением, продольные электрические волны.

### 1. Вывод выражения для волнового сопротивления

На рис. 1 изображено поперечное сечение прямоугольного волновода с двухслойным заполнением (ПВДЗ). В данной направляющей структуре могут распространяться продольные электрические (*LE*) и продольные магнитные (*LM*) волны [1]. У *LE*-волн отсутствует перпендикулярная к границе раздела слоев составляющая напряженности электрического поля ( $E_x \equiv 0$ ). В случае *LM*-волн выполняется условие  $H_x \equiv 0$ .

В распределении поля любой  $LE_{0m}$ -волны, (m = 1, 2, ...) имеется три компоненты напряженностей. Их комплексные амплитуды в области j(рис. 1) выражаются следующим образом:

$$H_x^{(j)} = \frac{i\gamma}{\alpha^{(j)}} A^{(j)} s^{(j)} \left(x\right) e^{-i\gamma z},\tag{1}$$

$$H_{z}^{(j)} = A^{(j)} c^{(j)}(x) e^{-i\gamma z},$$
(2)

$$E_{y}^{(j)} = -\frac{i\omega\mu_{0}\mu^{(j)}}{\alpha^{(j)}}A^{(j)}s^{(j)}(x)e^{-i\gamma z}, \quad (j = 1, 2). \quad (3)$$

Здесь  $A^{(1)}$ ,  $A^{(2)}$  – произвольные постоянные; *i* – мнимая единица;

$$\alpha^{(j)} = \sqrt{k^2 \dot{\varepsilon}^{(j)} \mu^{(j)} - \gamma^2}, \quad (j = 1, 2);$$
(4)



 $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  — волновое число свободного пространства;  $\omega$  — круговая частота колебаний;  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные;  $\gamma$  — постоянная распространения волны;

$$\dot{\varepsilon}^{(j)} = \varepsilon^{(j)} - \frac{i\sigma^{(j)}}{\omega\varepsilon_0}, \quad (j = 1, 2)$$

– комплексная относительная диэлектрическая проницаемость материала заполнения области j (рис. 1);  $\epsilon^{(j)}$ ,  $\mu^{(j)}$ ,  $\sigma^{(j)}$  – его относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости, а также удельная проводимость;

$$c^{(1)}(x) = \cos(\alpha^{(1)}x),$$
  

$$c^{(2)}(x) = \cos[\alpha^{(2)}(x - a_2)],$$
  

$$s^{(1)}(x) = \sin(\alpha^{(1)}x),$$
  

$$s^{(2)}(x) = \sin[\alpha^{(2)}(x - a_2)].$$

Требование непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей волны на границе раздела слоев

$$\left(E_y^{(1)} - E_y^{(2)}\right)\Big|_{x=a_1} = 0, \quad \left(H_z^{(1)} - H_z^{(2)}\right)\Big|_{x=a_1} = 0$$

приводит к однородной системе линейных алгебраических уравнений относительно амплитудных множителей  $A^{(1)}, A^{(2)}$ 

$$\frac{k\mu^{(1)}}{\alpha^{(1)}}s^{(1)}(a_1)A^{(1)} - \frac{k\mu^{(2)}}{\alpha^{(2)}}s^{(2)}(a_1)A^{(2)} = 0,$$

$$c^{(1)}(a_1)A^{(1)} - c^{(2)}(a_1)A^{(2)} = 0.$$
© Арефьев А.С., 2016

Условие совместности системы (5) дает дисперсионное уравнение для определения постоянных распространения волн  $LE_{0m}$ , (m = 1, 2, ...)

$$\frac{k\mu^{(1)}}{\alpha^{(1)}} s^{(1)}(a_1) c^{(2)}(a_1) - 
- \frac{k\mu^{(2)}}{\alpha^{(2)}} c^{(1)}(a_1) s^{(2)}(a_1) = 0.$$
(6)

Магнитное поле волны  $LE_{0m}$ , (m = 1, 2, ...) не содержит поперечной компоненты напряженности магнитного поля  $H_y$ , параллельной вертикальным стенкам волновода. Как следствие, на этих стенках не протекает продольный ток. Плотность продольного тока на горизонтальных стенках волновода

$$J_{z}^{(j)}(x,0,z) = -H_{x}^{(j)}(x,0,z),$$
  

$$J_{z}^{(j)}(x,b,z) = H_{x}^{(j)}(x,b,z), \quad (j = 1,2).$$
(7)

Тем самым, процесс распространения волны  $LE_{0m}$ , (m = 1, 2, ...) ПВДЗ допускает интерпретацию в рамках модели длинной линии. Ее проводники следует отождествлять с горизонтальными стенками волновода.

Одним из основных параметров длинной линии является ее волновое сопротивление

$$Z_{\rm B} = U/I.$$
(8)

Здесь U и I – комплексные амплитуды волн напряжения и тока, протекающих в длинной линии. В случае  $LE_{0m}$ -волн ПВДЗ, (m = 1, 2, ...) величины U и I определяются следующим образом

$$U = \int_{L} \vec{E} d\vec{l}, \qquad (9)$$

$$I = \int_{0}^{a_{1}} J_{z}^{(1)}(x,0,z) \, dx + \int_{a_{1}}^{a_{2}} J_{z}^{(2)}(x,0,z) \, dx. \tag{10}$$

Контур L в интеграле (9) соединяет нижнюю и верхнюю стенки волновода. Он ориентирован перпендикулярно направлению распространения волны и расположен в плоскости  $x = x_0$ , соответствующей максимальному значению амплитуды напряженности электрического поля волны. В соответствии с граничными условиями на вертикальных стенках волновода

$$E_{y}^{(1)}\Big|_{x=0} \equiv E_{y}^{(2)}\Big|_{x=a_{2}} \equiv 0,$$

такой максимум в распределении  $|E_y(x)|$  всегда существует. Единственность этого экстремума уместно рассматривать в качестве условия, при котором возможно введение волнового сопротивления волны  $LE_{0m}$ , (m = 1, 2, ...) ПВДЗ.

$$U = \begin{cases} \int_{0}^{b} E_{y}^{(1)}(x_{0}, y, z) dy, & (x_{0} < a_{1}), \\ \\ \int_{0}^{b} E_{y}^{(2)}(x_{0}, y, z) dy, & (x_{0} > a_{1}). \end{cases}$$

С учетом выражения (3), имеем

Г

$$U = \begin{cases} -\frac{i\omega\mu_{0}\mu^{(1)}b}{\alpha^{(1)}} A^{(1)}s^{(1)}(x_{0}) e^{-i\gamma z}, & (x_{0} < a_{1}), \\ & (11) \\ -\frac{i\omega\mu_{0}\mu^{(2)}b}{\alpha^{(2)}} A^{(2)}s^{(2)}(x_{0}) e^{-i\gamma z}, & (x_{0} > a_{1}). \end{cases}$$

Принимая во внимание соотношения (1), (7), (10), получаем

$$I = -i\gamma \left[ A^{(1)} \frac{1 - c^{(1)}(a_1)}{\left(\alpha^{(1)}\right)^2} - A^{(2)} \frac{1 - c^{(2)}(a_1)}{\left(\alpha^{(2)}\right)^2} \right] e^{-i\gamma z}.$$
(12)

Выразим амплитудный множитель A<sup>(2)</sup> из первого уравнения (5).

$$A^{(2)} = \frac{\mu^{(1)}\alpha^{(2)}}{\alpha^{(1)}\mu^{(2)}} \frac{s^{(1)}(a_1)}{s^{(2)}(a_1)} A^{(1)}.$$
(13)

Подстановка (13) в равенства (11), (12) дает

$$U = \begin{cases} -\frac{i\omega\mu_{0}\mu^{(1)}b}{\alpha^{(1)}} A^{(1)}s^{(1)}(x_{0}) e^{-i\gamma z}, \\ (x_{0} < a_{1}), \\ -\frac{i\omega\mu_{0}\mu^{(1)}b}{\alpha^{(1)}} A^{(1)} \frac{s^{(1)}(a_{1})}{s^{(2)}(a_{1})} s^{(2)}(x_{0}) e^{-i\gamma z}, \\ (x_{0} > a_{1}), \end{cases}$$
$$I = -\frac{i\gamma\mu^{(1)}}{\alpha^{(1)}} A^{(1)}s^{(1)}(a_{1}) \left[\frac{1}{\mu^{(1)}\alpha^{(1)}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha^{(1)}a_{1}}{2}\right) + \frac{1}{\mu^{(2)}\alpha^{(2)}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha^{(2)}(a_{2} - a_{1})}{2}\right)\right] e^{-i\gamma z}.$$

Используя определение (8), находим волновое сопротивление ПВДЗ при распространении в нем  $LE_{0m}$ -волн, (m = 1, 2, ...)

$$Z_{\rm B} = \begin{cases} \frac{s^{(1)}(x_0)}{s^{(1)}(a_1)}\zeta, & (x_0 < a_1), \\ \\ \frac{s^{(2)}(x_0)}{s^{(2)}(a_1)}\zeta, & (x_0 > a_1), \end{cases}$$
(14)

где

$$\zeta = \frac{kb}{\gamma} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[ \frac{1}{\mu^{(1)} \alpha^{(1)}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha^{(1)} a_1}{2}\right) + \right]$$

T.19, №4

$$+\frac{1}{\mu^{(2)}\alpha^{(2)}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha^{(2)}(a_2-a_1)}{2}\right)\right]^{-1}$$

Точке максимума  $x_0$  амплитуды напряженности электрического поля волны  $\vec{E}(x, y, 0)$  соответствует ноль производной одной из функций  $|s^{(1)}(x)|$  или  $|s^{(2)}(x)|$ . Для этих производных можно получить следующие выражения:

$$\begin{split} \frac{d}{dx} \left| s^{(1)}(x) \right| &= \frac{1}{2 \left| s^{(1)}(x) \right|} \times \\ &\times \left\{ \operatorname{Re}\left( \alpha^{(1)} \right) \sin \left[ 2 \operatorname{Re}\left( \alpha^{(1)} \right) x \right] \right\} + \\ &+ \operatorname{Im}\left( \alpha^{(1)} \right) \operatorname{sh}\left[ 2 \operatorname{Im}\left( \alpha^{(1)} \right) x \right] \right\}, \\ &\frac{d}{dx} \left| s^{(2)}(x) \right| = \frac{1}{2 \left| s^{(2)}(x) \right|} \times \\ &\times \left\{ \operatorname{Re}\left( \alpha^{(2)} \right) \sin \left[ 2 \operatorname{Re}\left( \alpha^{(2)} \right) (x - a_2) \right] + \\ &+ \operatorname{Im}\left( \alpha^{(2)} \right) \operatorname{sh}\left[ 2 \operatorname{Im}\left( \alpha^{(2)} \right) (x - a_2) \right] \right\}. \end{split}$$

Волновое сопротивление прямоугольного волновода с однородным заполнением при протекании в нем волны *H*<sub>10</sub> [2]

$$Z_{\rm B} = \frac{\pi}{2} \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{k\mu}{\gamma_{H10}}.$$
 (15)

Здесь a и b – поперечные размеры экрана волновода ( $a \ge b$ );

$$\gamma_{H10} = \sqrt{k^2 \dot{\varepsilon} \mu - \left(\pi/a\right)^2} \tag{16}$$

постоянная распространения волны H<sub>10</sub>; ἐ – комплексная относительная диэлектрическая проницаемость материала заполнения; μ – его относительная магнитная проницаемость.

Легко убедиться в том, что при смещении границы раздела слоев  $x = a_1$  (рис. 1) к одной из вертикальных стенок экрана формула (14) для волнового сопротивления ПВДЗ переходит в равенство (15).

Если  $a_1 \rightarrow 0$ , то обращается в ноль первое слагаемое в левой части (6). В результате дисперсионное уравнение (6) принимает вид

$$\frac{\sin\left(\alpha^{(2)}a_2\right)}{\alpha^{(2)}}=0,$$

или

 $\alpha^{(2)}a_2 = \pi m, \quad (m = 1, 2, ...).$ 

С учетом (4) получаем следующие значения постоянных распространения *LE*-волн ПВДЗ

$$\gamma_m = \sqrt{k^2 \dot{\varepsilon}^{(2)} \mu^{(2)} - (\pi m/a_2)^2}, \quad (m = 1, 2...).$$

Здесь величина  $\gamma_1$  совпадает с постоянной распространения (16) волны  $H_{10}$ , распространяющейся в прямоугольном волноводе, заполненном материалом с проницаемостями  $\dot{\epsilon}^{(2)}$ ,  $\mu^{(2)}$ . Полагая в (14)  $a_1 = 0$ , имеем

$$Z_{\rm B} = \frac{kb\mu^{(2)}\alpha^{(2)}}{2\gamma} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\sin\left[\alpha^{(2)}\left(a_2 - x_0\right)\right]}{\sin^2\left(\alpha^{(2)}a_2/2\right)}.$$
 (17)

Чтобы привести равенство (17) к виду (15), необходимо выполнить замену  $\gamma = \gamma_1$ ,  $\alpha^{(2)} = \pi/a_2$  и учесть, что в данном случае функция  $s^{(2)}(x)$  в формуле (3) достигает максимального значения в точке  $x_0 = a_2/2$ .

Аналогичным образом можно показать, что предельный переход  $a_1 \rightarrow a_2$  переводит (14) в выражение (15), в котором необходимо выполнить следующие подстановки:  $a = a_2$ ,  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{(1)}$ ,  $\mu = \mu^{(1)}$ .

#### 2. Результаты расчетов

При выполнении расчетов размеры экрана ПВДЗ составляли: b = 1 см,  $a_2 = 2b$ . Предполагалось, что область 2 (рис. 1) имеет воздушное заполнение  $(\varepsilon^{(2)} = \mu^{(2)} = 1, \sigma^{(2)} = 0)$ . Материал заполнения области 1 — слабо легированный примесью карбид кремния (*SiC*) *n*-типа (политип 3*C*). При температуре T = 300 К числовые значения параметров этого полупроводника составляют [3]:  $\varepsilon^{(1)} = 2, 6, \mu^{(1)} = 1$ , собственная концентрация электронов проводимости  $n_i = 10^5$  м<sup>-3</sup>, подвижности электронов проводимости и дырок  $\mu_e = 0, 1 \text{ м}^2 / (\text{B} \cdot \text{c}), \mu_h = 0,006 \text{ м}^2 / (\text{B} \cdot \text{c})$ . Карбид кремния моделировался как линейный диэлектрик с потерями. Его удельная проводимость вычислялась по формуле [4]

$$\sigma^{(1)} = e \left( n_e \mu_e + n_h \mu_h \right).$$

Здесь *е* – абсолютное значение заряда электрона; *n<sub>e</sub>* и *n<sub>h</sub>* – концентрации электронов проводимости и дырок, определяемые равенствами

$$n_e = \frac{1}{2} \Big( N_d + \sqrt{N_d^2 + 4n_i^2} \Big), \quad n_h = n_i^2 / n_e;$$

N<sub>d</sub> – концентрация донорной примеси, в качестве которой может использоваться элемент пятой группы периодической системы (N, P, As, Sb, Bi) или железо [5].

На рис. 2 и 3 изображены дисперсионные характеристики трех низших  $LE_{0m}$ -волн ПВДЗ, – зависимости действительных и мнимых частей



нормированных постоянных распространения волн  $\gamma$  от нормированного волнового числа свободного пространства k. При этом координата границы раздела областей 1 и 2  $a_1 = b$ , концентрация донорной примеси в полупроводнике  $N_d = 10^{20} \text{ м}^{-3}$ . Нумерация волн осуществляется в порядке убывания мнимых частей их постоянных распространения на низких частотах. Точнее, если при  $a_1 = b$  справедливо соотношение

 $\lim_{k\to 0} \operatorname{Im}(\gamma_m) > \lim_{k\to 0} \operatorname{Im}(\gamma_n), \quad (m, n = 1, 2, \ldots),$ 

то при любых значениях параметров  $a_1$  ( $0 < a_1 < (a_2)$ ) и k индексы m и n в обозначениях волн  $LE_{0m}$ ,  $LE_{0n}$  удовлетворяют условию m < n.

Введем критическое значение волнового числа k, предполагая, что при  $k = k_{\rm Kp}$  действительная и мнимая части постоянной распространения волны  $\gamma$  равны по модулю. Например, нормированные параметры  $k_{\rm Kp}$  волн  $LE_{01} - LE_{03}$  составляют:  $k_{\rm Kp,1}b = 1, 4, k_{\rm Kp,2}b = 2, 7, k_{\rm Kp,3}b = 3, 3$ . Тем самым, можно также считать, что низшие  $LE_{0m}$ -волны ПВДЗ пронумерованы в порядке возрастания их критических частот  $\omega_{\rm Kp} = k_{\rm Kp}/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ при условии  $a_1 = b$ .

На низких частотах координатные зависимости амплитуд компонент  $E_y$  напряженностей





электрических полей волн  $LE_{0m}$ ,  $(m = \overline{1,3})$  воспроизводят соответствующие распределения для волн  $H_{m0}$ ,  $(m = \overline{1,3})$  прямоугольного волновода с однородным заполнением и размерами экрана  $a_2 \times b$ . Соответствующие предельные значения постоянных распространения волн  $LE_{0m}$ , (m = 1, 2, ...) легко определить из дисперсионного уравнения (6). Устремим в (6) волновое число k к нулю, предварительно поделив обе части равенства (6) на k. С учетом соотношений

$$\lim_{k \to 0} \alpha^{(j)} = i\gamma, \quad (j = 1, 2), \qquad \mu^{(1)} = \mu^{(2)},$$

имеем

$$\sin\left(i\gamma a_2\right)=0$$

или

$$\gamma = -i\pi m/a_2, \quad (m = 1, 2, ...).$$
 (18)

Выражения (18) соответствуют низкочастотным значениям постоянных распространения волн  $H_{m0}$  прямоугольного волновода с однородным заполнением. Следует отметить, что предельные значения (18) величины  $\gamma$  не зависят от параметров  $\varepsilon^{(j)}$ ,  $\mu^{(j)}$ ,  $\sigma^{(j)}$ , (j = 1, 2) материалов заполнения ПВДЗ.

На рис. 4-6 приведены распределения нормированных амплитуд напряженностей элек-



трических полей волн  $LE_{01}$ – $LE_{03}$  при  $a_1 = b$ ,  $N_d = 10^{20}$  м<sup>-3</sup>, kb = 3, 2. Как известно, граница раздела сред обладает отражающими свойствами, удерживая энергию волны в среде с большей оптической плотностью. Именно такое влияние оказывает плоскость  $x = a_1$ , разделяющая слои, на волны  $LE_{01}$  и  $LE_{03}$  (рис. 4, 6). Поле волны  $LE_{02}$ (рис. 5), напротив, сосредоточено в области 2, имеющей воздушное заполнение. Эта волна воспринимает границу раздела сред как экранирующую поверхность проводящего слоя 1.

На рис. 7 представлены зависимости действительной и мнимой частей волнового сопротивления, а также модуля  $Z_{\rm B}$  волны  $LE_{01}$  от нормированного волнового числа свободного пространства k при  $a_1 = b$ ,  $N_d = 10^{20}$  м<sup>-3</sup>. Что касается волн  $LE_{02}$  и  $LE_{03}$ , то при выбранных значениях параметров волновода в распределениях  $\left|E_y(x)\right|$ амплитуд компонент напряженностей их электрических полей имеется по два максимума (рис. 5, 6). Тем самым, для этих волн не представляется возможным определить волновое сопротивление на основе изложенной методики.

На рис. 8 и 9 изображены зависимости действительных и мнимых частей постоянных рас-



 $LE_{02}$ 

 $LE_{01}$ 

-1.0

-1.5

-2.0

Рис. 9

пространения волн  $LE_{01}$  и  $LE_{02}$  от толщины слоя 1 (рис. 1) при kb = 2,  $N_d = 10^{20} \text{ м}^{-3}$ . В случае  $a_1 / b = a_2 / b = 2$  ПВДЗ превращается в прямоугольный волновод, однородно заполненный полупроводником. При  $a_1 \rightarrow a_2$  волны  $LE_{01}$  и  $LE_{02}$ ПВДЗ переходят, соответственно, в волны  $H_{10}$  и  $H_{20}$  такой однородно заполненной линии передачи.

-2.5 0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8  $a_1 / b$ 

С уменьшением параметра  $a_1$  от значения  $a_2$ обе волны по прежнему стремятся концентрировать свои поля в области **1**, заполненной оптически более плотным материалом. Однако, по мере сужения слоя полупроводника это становится все более проблематичным. Как следствие, уменьшаются действительные части постоянных распространения волн. При этом коэффициент затухания  $|Im(\gamma)|$  каждой из волн возрастает незначительно, что обусловлено уменьшением доли поглощающего материала в заполнении волновода.

Волне *LE*<sub>02</sub>, с ее двумя максимумами в поперечном распределении амплитуды напряженности электрического поля, труднее удержаться в сужающемся слое полупроводника. Эта вол-

,



на первой вытесняется в область 2, имеющую воздушное заполнение. При  $a_1 \rightarrow 0$  волна  $LE_{02}$ трансформируется в основную волну ( $H_{10}$ ) прямоугольного волновода, однородно заполненного воздухом. На нормированной частоте kb = 2волна  $H_{10}$  является распространяющейся. Ее нормированная постоянная распространения

$$\gamma b = \sqrt{(kb)^2 \varepsilon^{(2)} \mu^{(2)} - (\pi b/a_2)^2} \approx 1,2380.$$
 (19)

Следует заметить, что с уменьшением параметра  $a_1$  на интервале  $(0, a_2)$  волна  $LE_{02}$  преобразуется из  $H_{20}$ - волны в волну  $H_{10}$  типа. При этом количество максимумов в поперечном распределении амплитуды напряженности ее электрического поля сокращается с двух до одного. Подобная трансформация поля волны сказывается и на ее спектральных параметрах. Уменьшение действительной и мнимой частей постоянной распространения волны сменяется их ростом. В частности,  $Im(\gamma) \rightarrow 0$  при  $a_1 \rightarrow 0$ .

Поле волны  $LE_{01}$  вытесняется из области 1 в область 2 при существенно меньшей толщине  $a_1$  слоя полупроводника. Однако трансформироваться в основную волну  $H_{10}$  прямоугольно-



го волновода с воздушным заполнением уже не представляется возможным. Ведь такое преобразование претерпела волна  $LE_{02}$ . Поэтому при  $a_1 \rightarrow 0$  волна  $LE_{01}$  превращается в квази- $H_{20}$ волну такого волновода, увеличивая с одного до двух количество максимумов в поперечном распределении амплитуды своего электрического поля. На расчетной частоте волна  $H_{20}$  прямоугольного волновода с воздушным заполнением является затухающей. Ее нормированная постоянная распространения

$$\gamma b = \sqrt{(kb)^2 \varepsilon^{(2)} \mu^{(2)} - (2\pi b/a_2)^2} \approx -i \cdot 2,4227.$$
 (20)  
Рис. 8, 9 позволяют убедиться в том, что при

 $a_1 \to 0$  постоянные распространения волн  $LE_{01}$  и  $LE_{02}$  стремятся к предельным значениям (19), (20).

На рис. 10 приведены зависимости действительных и мнимых частей волновых сопротивлений волн  $LE_{01}$ ,  $LE_{02}$  от параметра  $a_1$  при kb = 2,  $N_d = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ . Внутри диапазона значений аргумента  $(0, 1 < a_1/b < 1, 9)$  обрыв любой из представленных здесь кривых означает появление второго максимума в поперечном распределении амплитуды напряженности электрического поля соответствующей волны.

Зависимости действительных и мнимых частей постоянных распространения волн  $LE_{01}$  и  $LE_{02}$  от концентрации донорной примеси в полупроводнике  $N_d$  изображены на рис. 11, 12. При этом нормированное волновое число свободного пространства kb = 2. С увеличением параметра  $N_d$  в диапазоне  $(5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}, 5 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3})$  удельная проводимость полупроводника  $\sigma^{(1)}$  возрастает от 0,8011 См/м до 8,011 См/м, изменяясь практически по линейному закону.

Как было отмечено выше, при определенных условиях поля некоторых волн ПВДЗ концентрируются в области 2 (рис. 1), имеющей воз-



душное заполнение. От волны подобного рода естественно ожидать слабой зависимости постоянной распространения  $\gamma$  от удельной проводимости  $\sigma^{(1)}$  и концентрации примеси в полупроводнике  $N_d$ . Затухание такой волны  $|\text{Im}(\gamma)|$  должно существенно возрастать с увеличением  $a_1$  за счет сужения области локализации поля волны. Рис. 11, 12 позволяют утверждать, что перечисленными свойствами обладает волна  $LE_{02}$  ПВДЗ. Что касается волны  $LE_{01}$ , то ее свойства прямо противоположны. Тем самым, поле волны  $LE_{01}$ сосредоточено в слое полупроводника.

На рис. 13, 14 приведены зависимости действительных и мнимых частей волновых сопротивлений волн  $LE_{01}$ ,  $LE_{02}$  от  $N_d$  при kb = 2. Обрыв линии внутри диапазона значений концентрации примеси  $(5 \cdot 10^{19} \,\mathrm{m}^{-3} < N_d < 5 \cdot 10^{20} \,\mathrm{m}^{-3})$ означает появление второго максимума в поперечном распределении амплитуды напряженности электрического поля соответствующей волны.

Как следует из рис. 13, при  $a_1/b = 1,5$  действительная часть волнового сопротивления волны  $LE_{02}$  оказалась отрицательной. Возможно ли такое? Для ответа на этот вопрос обратимся к соотношению [6]

$$Z_{\rm B} = \sqrt{\frac{R_{\rm m} + i\omega L_{\rm m}}{G_{\rm m} + i\omega C_{\rm m}}}, \qquad (21)$$

связывающему волновое сопротивление с параметрами длинной линии. Здесь  $L_{\rm n}$  и  $C_{\rm n}$  – погонные индуктивность и емкость линии передачи. Погонные сопротивление  $R_{\rm n}$  и проводимость  $G_{\rm n}$ , соответственно, учитывают потери в проводниках направляющей структуры и в разделяющем их изоляторе.



Соотношение (21) можно привести к виду

$$Z_{\rm B}^2 = \frac{R_{\rm \pi}G_{\rm \pi} + \omega^2 L_{\rm \pi}C_{\rm \pi} + i\omega \left(L_{\rm \pi}G_{\rm \pi} - C_{\rm \pi}R_{\rm \pi}\right)}{G_{\rm \pi}^2 + \omega^2 C_{\rm \pi}^2}.$$

Отсюда с очевидностью следует, что действительная часть величины  $Z_{\rm B}^2$  положительна. То же самое можно сказать и о самом волновом сопротивлении. Тем самым, при значениях параметров  $a_1/b = 1, 5, kb = 2, N_d > 3 \cdot 10^{20}$  м<sup>-3</sup> изложенную модель длинной линии нельзя признать адекватно описывающей распространение волны  $LE_{02}$  ПВДЗ. Таким образом, единственность максимума в поперечном распределении амплитуды напряженности электрического поля волны  $LE_{0m}$  ПВДЗ является необходимым (но не достаточным) условием применимости к этой волне данной модели.

#### Список литературы

- Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М.: Советское радио, 1967. 216 с.
- Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. Т. 1. Техника сверхвысоких частот / под ред. Н.Д. Девяткова. М.: Высшая школа, 1970. 440 с.
- Справочник по электротехническим материалам. Т. 3. / под ред. Ю.В. Корицкого, В.В. Пасынкова, Б.М. Тареева. Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1988. 728 с.
- Степаненко И.П. Основы микроэлектроники. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000. 428 с.
- Пасынков В.В., Сорокин В.С. Материалы электронной техники. СПб.: Лань, 2003. 368 с.
- Конструирование экранов и СВЧ-устройств / А.М. Чернушенко [и др.]; под ред. А.М. Чернушенко. М.: Радио и связь, 1990. 352 с.

## A wave impedance determination for rectangular wave guide with two-layer filling

A.S. Aref'ev

Provided that  $LE_{0m}$ - waves propagate, the expression for a wave impedance of rectangular wave guide with twolayer filling is derived. The dependences of a wave impedance of the transmission line on a frequency and on wave guide parameters are investigated.

Keywords: characteristic impedance of a rectangular waveguide filled with two-layer, the longitudinal electric waves.

#### Неганов, В.А.

Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – 432 с., 122 ил.

# В.А. Неганов ФИЗИЧЕСКАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

#### ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87 ББК 32.84 Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу

волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.