

## Динамика перепутанной пары ридберговских атомов, последовательно пролетающих тепловой резонатор

*Е.К. Башкиров*

Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева  
443086, Российская Федерация, г. Самара  
Московское шоссе, 34

В настоящей работе нами исследована динамика перепутывания двух ридберговских атомов, приготовленных в белловском перепутанном состоянии, и последовательно пролетающих одноатомный резонатор одноатомного лазера в тепловом состоянии. На основе точного решения рассматриваемой модели найден параметр Переса-Хородецких для атомов. Проведено численное моделирование параметра перепутывания атомов для различных параметров модели. Показано, что взаимодействие атомов с тепловым полем резонатора может приводить к частичному восстановлению начального перепутывания.

*Ключевые слова:* ридберговские атомы, одноатомный лазер, тепловое поле, перепутывание атомов, управление перепутыванием.

### Введение

Изучение динамики естественных и искусственных атомов (сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, примесных спинов и квантовых точек, ионов в ловушках и др.), взаимодействующих с квантовыми электромагнитными полями в резонаторах, является одной из наиболее актуальных проблем современной квантовой информатики в связи с возможностью использования указанных объектов в качестве логических элементов квантовых компьютеров, квантовых сетей и др. [1–3].

Одним из очевидных кандидатов на роль кубита, который является управляемой системой на двух уровнях, является нейтральный атом [4–6]. Кубиты, закодированные на уровнях атомной энергии, могут быть легко приготовлены в требуемом состоянии при использовании оптической накачки и лазерного охлаждения и могут достаточно легко управляться с помощью электромагнитного излучения. Нейтральные атомы хорошо подходят на роль кубитов также из-за их слабого взаимодействия с окружающей средой, что приводит к длинным временам когерентности. Перспектива генерации многокубитных перепутанных состояний вместе с возможностью локальной адресации и измерения делает нейтральные атомы весьма обещающими объектами для физики квантовых вычислений. Одним из способов исследования особенностей

перепутывания нейтральных ридберговских атомов является использование одноатомного лазера. Одноатомный лазер является уникальным прибором, позволяющим наблюдать все основные квантовые эффекты взаимодействия атомов с полем. Ридберговские атомы – это атомы, в которых валентный электрон находится в высоковозбужденном состоянии водородоподобного спектра с главным квантовым числом  $n$  порядка 50–60 или даже больше. Поскольку расстояние электрона от ядра растет как  $n^2$ , то ридберговские атомы имеют большой дипольный момент и, тем самым, сильную связь с полем резонатора. Кроме того, ридберговские состояния имеют большое время жизни, достигающее 30 мс и более. Важно также и то, что разработаны методы надежного детектирования внутренних состояний ридберговских атомов. В настоящее время проводятся многочисленные эксперименты по микроволновой спектроскопии когерентных и нелинейных процессов в ридберговских атомах, как при однофотонных [7] так и многофотонных переходах [8].

В экспериментах с одноатомными лазерами удалось наблюдать целый ряд квантовых эффектов, таких как субпуассоновская статистика резонаторного поля, осцилляции Раби, восстановление и затухание осцилляций Рабин, сжатие света и др. [4–6]. Перепутанные состояния в одноатомном лазере изучались С. Арошем с со-

авторами. В экспериментах с одноатомным лазером С. Арошем с соавторами получены как атом-атомные белловские [9], так и атом-полевые перепутанные состояния [10]. Остановимся кратко на описании классического эксперимента С. Ароша по генерации перепутанного состояния двух ридберговских атомов, последовательно пролетающих резонатор [9]. В указанном эксперименте два двухуровневых ридберговских атома последовательно пролетали высокодобротный резонатор с вакуумным полем. При этом первый из пары атомов приготавливался в возбужденном состоянии  $|e_1\rangle$ , а второй – в основном состоянии  $|g_2\rangle$ . Скорость первого атома подбиралась так, чтобы время взаимодействия этого атома с вакуумным полем  $\tau$  удовлетворяло условию  $\Omega \tau = \pi / 2$ , где  $\Omega$  – вакуумная частота Раби, которая определяет скорость обмена фотоном атома и резонатора. В результате такого взаимодействия первый атом с вероятностью  $1/2$  останется в исходном состоянии  $|e_1\rangle$  и покинет пустой резонатор и с вероятностью  $1/2$  испустит один фотон и перейдет в основное состояние  $|g_1\rangle$ . Второй атом попадал в резонатор сразу после вылета из него первого атома. При этом скорость второго атома была в два раза меньше скорости первого атома, так что время его взаимодействия с полем резонатора  $t$  было в два раза больше, чем у первого атома  $\Omega t = \pi$ . В результате двух взаимодействий волновая функция принимала вид

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1, g_2\rangle - |g_1, e_2\rangle) |0\rangle,$$

который соответствовал паре атомов в максимально перепутанном белловском состоянии и пустому резонатору. Взаимодействие атомов с вакуумным полем происходило в высокодобротном сверхпроводящем резонаторе, охлажденном до 0,6 К. В этом случае состояние поля в резонаторе можно было считать вакуумным, так как среднее число тепловых фотонов при такой температуре меньше, чем 0,05. Резонаторная мода TEM<sub>900</sub> имела частоту, близкую к частоте атомного перехода в 51,1 ГГц (расстройка составляла 170 кГц). Время жизни фотона в резонаторе равнялось 112 нс, что намного больше времени запаздывания второго атома  $T = 37$  нс (соответственно расстояние между атомами, последовательно пролетающими резонатор, составляло около 1,5 см). Анализ распределения конечных состояний атомов позволил авторам сделать вывод о наличии перепутывания их со-

стояний, степень которого составляла примерно 63 % максимально возможной.

Кроме опытов с одноатомными лазерами, в настоящее время проведено большое количество экспериментов по исследованию динамики систем нейтральных атомов, взаимодействующих с электромагнитными полями в резонаторах различных типов: резонаторах Фабри-Перро, микросферических резонаторах и др. Наибольших значений констант связи атомов и резонатора удалось получить для торроидальных резонаторов [11] и резонаторов с фотонной запрещенной зоной [12]. При этом в торроидальном резонаторе удалось реализовать режим сильной связи атомов и поля резонатора.

В классическом эксперименте С. Ароша с соавторами по генерации атом-атомного перепутывания, как уже отмечалось выше, два изначально независимых двухуровневых ридберговских атома последовательно пролетали высокодобротный резонатор с вакуумным полем [9]. Впоследствии в целом ряде работ [13–21] была теоретически предсказана возможность генерации перепутывания атомов, последовательно пролетающих через резонатор, в котором поле приготовлено не только в вакуумном, но и в тепловом состоянии. При этом авторы ограничились рассмотрением моделей, в которых атомы, пролетающие последовательно резонатор, изначально являются независимыми и перепутываются только за счет взаимодействия с общим полем резонатора. В работе [14] рассмотрены атомы, пролетающие тепловой резонатор с одинаковыми скоростями, для случая, когда между ними перепутывание определенного типа. В настоящей работе мы рассмотрим более общую задачу. Мы исследуем динамику атомов, последовательно пролетающих резонатор с тепловым полем, в случае когда они имеют разные скорости и приготовлены первоначально в произвольном белловском атом-атомном перепутанном состоянии. В качестве параметра перепутывания мы будем рассчитывать отрицательность или параметр Переса-Хородецких.

## 1. Модель и вычисление параметра перепутывания атомов

Рассмотрим систему двух идентичных двухуровневых атомов, приготовленных в произвольном перепутанном белловском атом-атомном состоянии. Предположим также, что атомы

двигаются направлении некоторой выделенной оси  $z$ , перпендикулярной оси резонатора, со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  соответственно, и последовательно, один за другим, пролетают через сверхпроводящий резонатор, в котором резонансно взаимодействуют с электромагнитным полем посредством однофотонных переходов. Подбираем скорости движения атомов так, чтобы в тот момент времени, когда первый атом покидает резонатор, второй в него влетает. Времена пролета атомами резонатора составят  $\tau$  и  $t$  соответственно. Гамильтониан резонансного взаимодействия атома с полем резонатора в дипольном приближении и приближении вращающейся волны есть

$$H = \hbar g(a^+ \sigma^- + \sigma^+ a), \quad (1)$$

где  $a^+$  ( $a$ ) – оператор рождения (уничтожения) моды поля резонатора;  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ) – повышающий (понижающий) оператор для двухуровневого атома и  $g$  – константа взаимодействия атома с резонаторным полем.

Предположим, что двухуровневые атомы до взаимодействия с резонатором приготовлены в белловском перепутанном состоянии вида

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos \theta |+, +\rangle + \sin \theta |-, -\rangle, \quad (2)$$

где  $\theta$  – параметр, определяющий вклад возбужденного и основного состояний двухкубитной системы в перепутанное состояние;  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  – возбужденное и основное состояние одиночного двухуровневого атома, а поле приготовлено в одномодовом тепловом состоянии с матрицей плотности вида

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle\langle n|, \quad (3)$$

где весовые множители есть

$$p_n = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{n+1}}.$$

Здесь  $\bar{n}$  – среднее число фотонов в резонаторе

$$\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i / k_B T] - 1)^{-1},$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана и  $T$  – равновесная температура сверхпроводящего резонатора, связанная с числом тепловых фотонов моде соотношением  $T = (\hbar\nu / k_B \ln(\bar{n} + 1 / \bar{n}))$ . Мы полагаем, следуя современным квантовым представлениям, что до взаимодействия с полем атомы сохраняют нелокальные квантовые корреляции в независимости от расстояния, на которое они разошлись.

Прежде, чем исследовать поведение системы для теплового поля, рассмотрим динамику системы «два атома+мода поля» для фоковского

начального состояния поля  $|n\rangle$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Это позволит нам использовать для описания состояния полной системы в любые моменты времени вектор состояния. Используя явный вид гамильтониана системы (1) и выбранные начальные условия, мы можем представить волновую функцию полной системы в момент вылета из резонатора первого атома в виде

$$\begin{aligned} |\Psi_{1n}(\tau)\rangle = & \\ = & Y_{1n}(\tau) |+, +, n\rangle + Y_{2n}(\tau) |+, -, n-1\rangle + \\ & + Y_{3n}(\tau) |-, +, n+1\rangle + Y_{4n}(\tau) |-, -, n\rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$Y_{1n}(\tau) = \cos \theta \cos(\sqrt{n+1}g\tau);$$

$$Y_{2n}(\tau) = -i \sin \theta \sin(\sqrt{ng}\tau);$$

$$Y_{3n}(\tau) = -i \cos \theta \sin(\sqrt{n+1}g\tau);$$

$$Y_{4n}(\tau) = \sin \theta \cos(\sqrt{ng}\tau).$$

Волновая функция (4) будет являться с другой стороны начальным состоянием для рассматриваемой системы при пролете второго атома через резонатор. В момент вылета второго атома из резонатора полная волновая функция системы с учетом начального условия (2) принимает вид для случая  $n \geq 1$

$$\begin{aligned} |\Psi_{2n}(t)\rangle = & X_{1n}(t) |+, +, n\rangle + \\ & + X_{2n}(t) |+, +, n-2\rangle + X_{3n}(t) |+, -, n-1\rangle + \\ & + X_{4n}(t) |+, -, n+1\rangle + X_{5n}(t) |-, +, n+1\rangle + \\ & + X_{6n}(t) |-, +, n-1\rangle + X_{7n}(t) |-, -, n\rangle + \\ & + X_{8n}(t) |-, -, n+2\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$X_{1n}(t) = \cos \theta \cos(\sqrt{n+1}g\tau) \cos(\sqrt{n+1}gt);$$

$$X_{2n}(t) = \sin \theta \sin(\sqrt{ng}\tau) \cos(\sqrt{n-1}gt);$$

$$X_{3n}(t) = -i \sin \theta \cos(\sqrt{ng}\tau) \cos(\sqrt{n-1}gt);$$

$$X_{4n}(t) = -i \cos \theta \cos(\sqrt{n+1}g\tau) \sin(\sqrt{n+1}gt);$$

$$X_{5n}(t) = -i \cos \theta \sin(\sqrt{n+1}g\tau) \cos(\sqrt{n+2}gt);$$

$$X_{6n}(t) = -i \sin \theta \cos(\sqrt{ng}\tau) \cos(\sqrt{ng}gt);$$

$$X_{7n}(t) = \sin \theta \cos(\sqrt{ng}\tau) \cos(\sqrt{ng}gt);$$

$$X_{8n}(t) = \cos \theta \sin(\sqrt{n+1}g\tau) \sin(\sqrt{n+2}gt);$$

В случае  $n = 0$  волновую функцию можно представить как

$$\begin{aligned} |\Psi_2(t)\rangle = & Z_1(t) |+, +, 0\rangle + Z_2(t) |+, -, 1\rangle + \\ & + Z_3(t) |-, +, 1\rangle + Z_4(t) |-, -, 0\rangle + Z_5(t) |-, -, 2\rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$Z_1(t) = \cos \theta \cos(gt) \cos(gt),$$

$$Z_2(t) = -i \cos \theta \sin(gt) \sin(gt),$$

$$Z_3(t) = -i \cos \theta \sin(g\tau) \cos(\sqrt{2}gt),$$

$$Z_4(t) = \sin \theta, \quad Z_5(t) = \cos \theta \sin(g\tau) \sin(\sqrt{2}gt).$$

Для определения степени атом-атомного перепутывания будем использовать параметр Переса-Хородецких «отрицательностью»:

$$\varepsilon(t) = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (7)$$

где  $\mu_i^-$  – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности  $\rho_{at}^T$ . Для неперепутанных состояний полагают, что  $\varepsilon = 0$ . Для перепутанных состояний:  $0 < \varepsilon \leq 1$  Максимальной степени перепутывания соответствует значение  $\varepsilon = 1$ .

Редуцированную атомную матрицу плотности можно найти, усредняя матрицу плотности полной системы по переменным поля

$$\rho_{at}(\tau, t) = \text{Tr}_F | \Psi_{2n}(t) \rangle \langle \Psi_{2n}(t) |.$$

В результате, учитывая (5), получаем

$$\rho_{at}(\tau, t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ * & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ * & * & \rho_{33} & \rho_{34} \\ * & * & * & \rho_{44} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где

$$\rho_{11} = |X_{1n}(t)|^2 + |X_{2n}(t)|^2, \quad \rho_{12} = 0,$$

$$\rho_{13} = 0, \quad \rho_{14} = X_{1n}(t)X_{7n}(t)^*,$$

$$\rho_{22} = |X_{3n}(t)|^2 + |X_{4n}(t)|^2,$$

$$\rho_{23} = X_{3n}(t)X_{6n}(t)^* + X_{4n}(t)X_{5n}(t)^*,$$

$$\rho_{24} = 0, \quad \rho_{33} = |X_{5n}(t)|^2 + |X_{6n}(t)|^2,$$

$$\rho_{34} = 0, \quad \rho_{44} = |X_{7n}(t)|^2 + |X_{8n}(t)|^2,$$

Частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная атомная матрица плотности для (8) может быть представлена в виде

$$\rho_{at}^T(\tau, t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{23} \\ * & \rho_{22} & \rho_{14} & \rho_{24} \\ \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{34} & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

У частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной атомной матрицы плотности (9) имеются два собственных значения, которые могут быть отрицательными:

$$\mu_1 = (1/2) \left[ |X_{1n}|^2 + |X_{2n}|^2 + |X_{7n}|^2 + |X_{8n}|^2 - \sqrt{(|X_{1n}|^2 + |X_{2n}|^2 - |X_{7n}|^2 -$$

$$- |X_{8n}|^2)^2 + 4 |X_{6n}X_{3n}^* + X_{5n}X_{4n}^*|^2} \right],$$

$$\mu_2 = (1/2) \left[ |X_{3n}|^2 + |X_{4n}|^2 + |X_{5n}|^2 + |X_{6n}|^2 - \sqrt{(|X_{3n}|^2 + |X_{4n}|^2 - |X_{5n}|^2 - |X_{6n}|^2)^2 + 4 |X_{1n}|^2 |X_{7n}|^2} \right],$$

Учитывая в (7) только отрицательные значения  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , мы можем найти явный вид параметра перепутывания.

Вернемся теперь к рассмотрению изначально поставленной задачи. Используя соотношения (2)–(6), для теплового начального состояния поля мы можем представить редуцированную атомную матрицу плотности в виде (9), где матричные элементы примут вид

$$\rho_{11} = \sum_{n=1} p_n (|X_{1n}(t)|^2 + |X_{2n}(t)|^2 + p_0 |Z_1|^2),$$

$$\rho_{12} = 0, \quad \rho_{13} = 0,$$

$$\rho_{14} = \sum_{n=1} p_n X_{1n}(t)X_{7n}(t)^* + p_0 Z_1(t)Z_4(t)^*,$$

$$\rho_{22} =$$

$$= \sum_{n=1} p_n (|X_{3n}(t)|^2 + |X_{4n}(t)|^2) + p_0 |Z_1(t)|^2,$$

$$\rho_{23} = \sum_{n=1} p_n (X_{3n}(t)X_{6n}(t)^* +$$

$$+ X_{4n}(t)X_{5n}(t)^* + p_0 Z_2(t)Z_3(t)^*),$$

$$\rho_{24} = 0, \quad \rho_{33} = \sum_{n=1} p_n (|X_{5n}(t)|^2 +$$

$$+ |X_{6n}(t)|^2) + p_0 |Z_3(t)|^2,$$

$$\rho_{34} = 0, \quad \rho_{44} = \sum_{n=1} p_n |X_{7n}(t)|^2 +$$

$$+ |X_{8n}(t)|^2 + p_0 (|Z_4|^2 + |Z_5|^2).$$

В этом случае у частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной атомной матрицы плотности (9) также имеются только два собственных значения, которые могут быть отрицательными. Выражения для указанных собственных значений находятся аналогично предыдущему случаю, но не приведены здесь ввиду значительно более громоздкого вида.

Рассмотрим другое начальное перепутанное состояние атомов вида

$$| \Psi(0) \rangle_A = \cos \theta | +, - \rangle + \sin \theta | -, + \rangle, \quad (10)$$

где  $\theta$  – параметр начального перепутывания.

Как и в предыдущем случае, сначала рассмотрим ситуацию, когда резонаторное поле

находится в чистом фоковском состоянии. Для фоковского начального состояния поля  $|n\rangle$  мы можем представить волновую функцию полной системы в момент вылета из резонатора первого атома в виде

$$\begin{aligned} |\Psi_{1n}(\tau)\rangle = & Y_{1n}(\tau) |+, +, n-1\rangle + Y_{2n}(\tau) |+, -, n\rangle + \\ & + Y_{3n}(\tau) |-, +, n\rangle + Y_{4n}(\tau) |-, -, n+1\rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} Y_{1n}(\tau) &= -i \sin \theta \cos(\sqrt{ng}\tau); \\ Y_{2n}(\tau) &= \cos \theta \cos(\sqrt{n+1g}\tau); \\ Y_{3n}(\tau) &= \sin \theta \cos(\sqrt{ng}\tau); \\ Y_{4n}(\tau) &= -i \cos \theta \sin(\sqrt{n+1g}\tau). \end{aligned}$$

Как и в предыдущем случае волновую функцию (11) можно рассматривать в качестве начальной для начала движения в резонаторе второго атома. Тогда в момент вылета второго атома из резонатора волновая функция всей системы примет вид

$$\begin{aligned} |\Psi_{2n}(t)\rangle = & X_{1n}(t) |+, +, n\rangle + X_{2n}(t) |+, -, n-1\rangle + \\ & + X_{3n}(t) |-, +, n-1\rangle + X_{4n}(t) |-, -, n-2\rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} X_{1n}(t, \tau) &= -i \left( \sin \theta \sin(\sqrt{n}\tau) \cos(\sqrt{nt}) + \right. \\ & \left. + \cos \theta \cos(\sqrt{n+1}\tau) \sin(\sqrt{nt}) \right), \\ X_{2n}(t, \tau) &= \cos \theta \cos(\sqrt{n+1}\tau) \cos(\sqrt{nt}) - \\ & - \sin \theta \sin(\sqrt{n}\tau) \sin(\sqrt{nt}), \\ X_{3n}(t, \tau) &= \sin \theta \cos(\sqrt{n}\tau) \cos(\sqrt{n+1}t) - \\ & - \cos \theta \sin(\sqrt{n+1}\tau) \sin(\sqrt{n+1}t), \\ X_{4n}(t, \tau) &= -i \left( \cos \theta \sin(\sqrt{n+1}\tau) \cos(\sqrt{n+1}t) + \right. \\ & \left. + \sin \theta \cos(\sqrt{n}\tau) \sin(\sqrt{n+1}t) \right). \end{aligned}$$

Редуцированная атомная матрица плотности для рассматриваемого начального состояния (10) имеет вид (9), где матричные элементы можно записать в виде

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= |X_{1n}(t)|^2, \quad \rho_{12} = 0, \quad \rho_{13} = 0, \\ \rho_{14} &= 0, \quad \rho_{22} = |X_{2n}(t)|^2, \\ \rho_{23} &= X_{2n}(t)X_{3n}(t)^*, \quad \rho_{24} = 0, \\ \rho_{33} &= |X_{3n}(t)|^2, \quad \rho_{34} = 0, \quad \rho_{44} = |X_{4n}(t)|^2. \end{aligned}$$

Частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная атомная матрица в рассматриваемом случае имеет всего одно собственное значение, которое может принимать отрицательные значения, равное

$$\begin{aligned} \mu &= (1/2)(|X_{2n}|^2 + |X_{3n}|^2 - \\ & - \sqrt{(|X_{2n}|^2 - |X_{3n}|^2)^2 + 4|X_{2n}|^2|X_{3n}|^2}). \end{aligned}$$

Тогда параметр перепутывания (7) в рассматриваемом случае принимает вид

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt{(|X_{2n}|^2 - |X_{3n}|^2)^2 + 4|X_{2n}|^2|X_{3n}|^2} - \\ & - |X_{2n}|^2 - |X_{3n}|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Теперь, используя соотношения (10)–(12), мы можем легко получить элементы матрицы плотности (9) для теплового состояния поля в виде

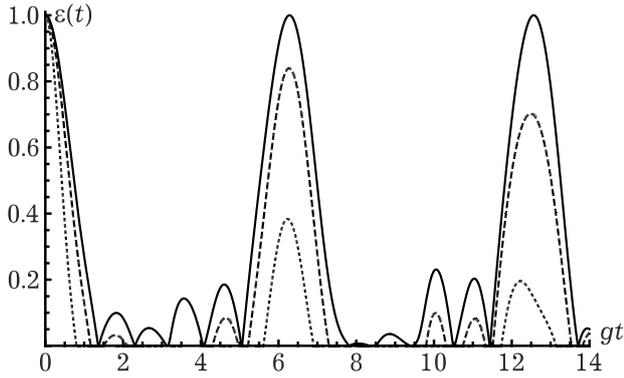
$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \sum_{n=0} p_n |X_{1n}(t)|^2, \\ \rho_{12} &= 0, \quad \rho_{13} = 0, \quad \rho_{14} = 0, \\ \rho_{22} &= \sum_{n=0} p_n |X_{2n}(t)|^2, \\ \rho_{23} &= \sum_{n=0} p_n X_{2n}(t)X_{3n}(t)^*, \quad \rho_{24} = 0, \\ \rho_{33} &= \sum_{n=0} p_n |X_{3n}(t)|^2, \quad \rho_{34} = 0, \\ \rho_{44} &= \sum_{n=0} p_n |X_{4n}(t)|^2. \end{aligned}$$

Параметр перепутывания в этом случае принимает вид

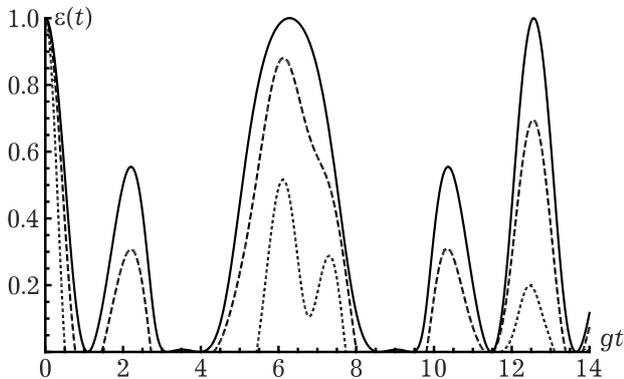
$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt{\left[ \sum_{n=0} p_n (|X_{2n}|^2 - |X_{3n}|^2) \right]^2 +} \\ & + 4 \sum_{n=0} p_n X_{2n} X_{3n}^* \sum_{n=0} p_n X_{3n} X_{2n}^* - \\ & - \sum_{n=0} p_n (|X_{2n}|^2 + |X_{3n}|^2). \end{aligned} \quad (14)$$

## 2. Обсуждение результатов

На рис. 1–3 показаны зависимости параметра перепутывания атомов от безразмерного времени пролета второго из них через резонатор  $gt$  для различных значений температур резонатора. Кривые получены при условии, что скорость первого атома в два раза больше скорости второго ( $\tau = t/2$ ). Такое соотношение времен взаимодействия атомов с резонатором реализовано в эксперименте С. Ароша с соавторами [9]. Кривые на рис. 1 построены для максимально перепутанного начального атомного белловского состояния вида  $1/\sqrt{2}(|+, +\rangle + |-, -\rangle)$ , а кривые на рис. 2 – для максимально перепутанного белловского состояния вида  $1/\sqrt{2}(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ . На рис. 3 показано временное поведение перепу-

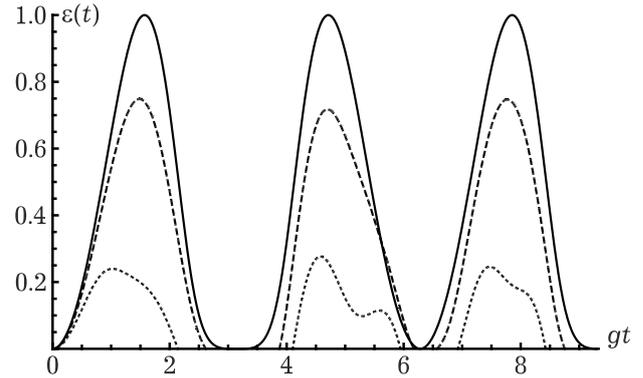


**Рис. 1.** Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для белловского начального состояния атомов вида  $1/\sqrt{2}(|+, +\rangle + |-, -\rangle)$ . Среднее число фотонов в моде (температура резонатора)  $\bar{n} = 0$  ( $T = 0$ ) (сплошная линия),  $\bar{n} = 0,2$  ( $T = 1,6$  К) (штриховая линия) и  $\bar{n} = 1$  ( $T = 3,8$  К) (штриховая линия)



**Рис. 2.** Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для белловского начального состояния атомов вида  $1/\sqrt{2}(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ . Среднее число фотонов в моде (температура резонатора)  $\bar{n} = 0$  ( $T = 0$ ) (сплошная линия),  $\bar{n} = 0,2$  ( $T = 1,6$  К) (штриховая линия) и  $\bar{n} = 1$  ( $T = 3,8$  К) (штриховая линия)

тывания для первоначально независимых атомов, приготовленных в состоянии  $|+, -\rangle$ . Такое начальное состояние атомов использовалось в эксперименте [9]. Сплошные линии на рисунках соответствуют вакуумному начальному состоянию резонаторного поля, а штриховые линии и точечные линии – тепловому полю с резонатора с различным средним числом фотонов в моде или температурам резонаторов. Температура резонатора в эксперименте [9] составляла 0,6 К, что соответствует среднему числу тепловых фотонов в моде  $\bar{n} = 0,01$ . В этом случае поведение системы практически не отличается от ее поведения в случае вакуумного резонаторного поля. Из рис. 1 и 2 хорошо видно, что для начальных перепутанных состояний атомов в случае вакуумного состояния поля имеет место восстановление начальных максимально перепутанных белловских состояний на временах  $t_{1k} = 2\pi k$ , где  $k = 1, 2, \dots$ . Из рис. 1–3 также видно, что как



**Рис. 3.** Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для начального сепарабельного состояния атомов вида  $|+, -\rangle$ . Среднее число фотонов в моде (температура резонатора)  $\bar{n} = 0$  ( $T = 0$ ) (сплошная линия),  $\bar{n} = 0,2$  ( $T = 1,6$  К) (штриховая линия) и  $\bar{n} = 1$  ( $T = 3,8$  К) (штриховая линия)

для неперепутанных, так и для белловских начальных состояний атомов тепловое поле может генерировать перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор, при температурах резонатора в несколько кельвин. Это означает, что эксперименты по генерации перепутывания атомов в одноатомном лазере могут быть реализованы при относительно высоких температурах резонатора. Кроме того, тепловое поле может использоваться для управления степенью перепутывания атомов. Из рис. 3 также видно, что для начального состояния  $|+, -\rangle$  на временах  $gt_k = \pi/2 + 2\pi k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) атомная система оказывается в максимально перепутанном состоянии, что находится в соответствие с результатами эксперимента С. Ароша, так как для резонансной модели Джейнса-Каммингса частота Раби  $\Omega = 2g$ .

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе нами исследована динамика перепутывания двух двухуровневых атомов, последовательно пролетающих микрорезонатор одноатомного лазера с тепловым одномодовым полем, в случае, когда атомы перед пролетом микрорезонатора приготовлены в одном из белловских перепутанных состояний. На основе точного решения рассматриваемой модели в работе получены аналитические выражения для параметра Переса-Хородецких. На основе численного моделирования зависимости параметра перепутывания от времени пролета вторым атомом резонатора показано, для начальных перепутанных состояний атомов в случае вакуумного состояния поля имеет место периодическое полное восстанов-

ление начальных максимально перепутанных белловских состояний. Для теплового поля наблюдается частичное восстановление начального атомного перепутывания. В настоящей работе мы считали резонатор идеальным. Рассмотрение более реалистичной модели перепутывания атомов, последовательно пролетающих резонатор с конечной добротностью, учитывающей энергетическую и фазовую диссипацию на основе подхода, развитого в [23], будет являться предметом нашей следующей работы.

### Список литературы

1. Buluta I., Ashhab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // *Rep. Prog. Phys.* 2011. Vol. 74. P. 104401.
2. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // *Rev. Mod. Phys.* 2013. Vol. 85. P. 623–653.
3. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // *Rev. Mod. Phys.* 2014. Vol. 88. P. 153–185.
4. Вальтер Г. Одноатомный мазер и другие эксперименты квантовой электродинамики резонатора // *УФН.* 1996. Т. 166. № 7. С. 777–794.
5. Raimond J.M., Brune M., Haroche S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity // *Rev. Mod. Phys.* 2001. Vol. 73. P. 565–582.
6. Haroche S., Raimond J.-M. *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities and Photons.* N.-Y.: Oxford University Press, 2006. 606 p.
7. Бетеров И.М., Рябцев И.И. Прецизионная штарковская спектроскопия тонкой структуры микроволнового перехода 37P–37S в ридберговских атомах натрия // *Письма в ЖЭТФ.* 1998. Т. 68. № 12. С. 853–857.
8. Beterov I.M., Ryabtsev I.I. Rydberg sodium atoms in a strong microwave field // *Physics of Vibrations.* 1998. Vol. 6. № 3. P. 196–205.
9. Generation of Einstein-Podolsky-Rose pairs of atoms / H. Hagle [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. № 1. P. 1–5.
10. Coherent control of an atomic collision in a cavity / S. Osnaghi [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 87. № 3. P. 037902.
11. Estimation of Purcell factor from mode-splitting spectra in an optical microcavity / S.K. Ozdemir [et al.] // *Phys. Rev.* 2011. Vol. A83. P. 033817.
12. Quantum gate for Qswitching in monolithic photon-bandgap cavities containing two-level atoms / A.D. Greentree [et al.] // *Phys. Rev.* 2006. Vol. A73. P. 013818.
13. Ghosh B., Majumdar A.S., Nayak N. Effects of cavity-field statistics on atomic entanglement in the Jaynes-Cummings model // *Int. J. Quant. Inf.* 2007. Vol. 5. P. 169–178.
14. Yan X.-Q. Entanglement sudden death of two atoms successive passing a cavity // *Chaos, Solitons and Fractals.* Vol. 41. P. 1645–1650.
15. Sudden birth of entanglement between two atoms successively passing a thermal cavity / Q. Liao [et al.] // *Optics Communications.* 2011. Vol. 284. P. 301–305.
16. Башкиров Е.К., Никифорова Ю.А. Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор, индуцированное тепловым полем // *Компьютерная оптика.* 2012. № 36(4). С. 468–473.
17. Bashkirov E.K., Nikiforova Y.A. Entanglement for atoms with degenerate two-photon transitions successively passing the thermal cavity // *Progress in Biomedical Optics and Imaging – Proceedings of SPIE.* 2013. Vol. 8699. P. 86990V(1–9).
18. Башкиров Е.К. Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор, при наличии штарковского сдвига // *Вестник Самарского государственного университета. Естественная серия.* 2014. № 7 (118). С. 115–124.
19. Башкиров Е.К., Мастюгина Т.С. Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор с тепловым полем // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2015. Т. 18. № 4. С. 6–10.
20. Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. Dynamics for atoms successively passing a cavity in the presence of the initial atomic entanglement // *Journal of Physics: Conference Series.* 2016. Vol. 735. P.012026(1–5).
21. Bashkirov E.K. Control atomic entanglement by the initial atomic coherence // *Progress in Biomedical Optics and Imaging – Proceedings of SPIE.* 2016. Vol. 9917. P. 991739(1–8).
22. Башкиров Е.К., Русакова М.С. Статистика и сжатие света в диссипативной двухатомной модели Джейнса-Каммингса // *Оптика и спектроскопия.* 2008. Т. 105. № 1. С. 82–88.

## Dynamic of entangled pair of Rydberg atoms successively passing a thermal cavity

*E.K. Bashkirov*

In the present paper we investigated the entanglement dynamics of two Rydberg atoms which are prepared in Bell's type entangled state and successively passing one-mode thermal cavity of one-atom maser. On the basis of exact solution we derived the Peres-Horodetski parameter. We carried out the computer modeling of the entanglement for different model parameters. We shown that the thermal field can partially restored the initial entanglement.

*Keywords:* Rydberg atoms, one-atom maser, thermal field, atomic entanglement, entanglement control.