

Аналитическое решение задачи о деформациях при сушке электромагнитным излучением

А.М. Афанасьев, Б.Н. Сипливый

Волгоградский государственный университет
400062, Российская Федерация, г. Волгоград
Университетский пр., 100

Разработан аналитический метод расчета установившихся распределений температуры и влагосодержания в плоском образце, обдуваемом воздушным потоком и находящемся под воздействием интенсивного электромагнитного излучения. На основе полученных распределений выведены формулы, с помощью которых можно производить инженерные оценки величины деформаций, вызванных неоднородностью поля влагосодержания.

Ключевые слова: уравнения А.В. Лыкова, сушка электромагнитным излучением, начально-краевая задача, асимптотика полей тепломассопереноса, аналитическое решение, деформации и механические напряжения.

Введение

Вопросу механических деформаций (или *усадочных явлений*), которые при интенсивных методах сушки, например, при сушке электромагнитным излучением, могут привести к разрушению материала, уделяется большое внимание в литературе.

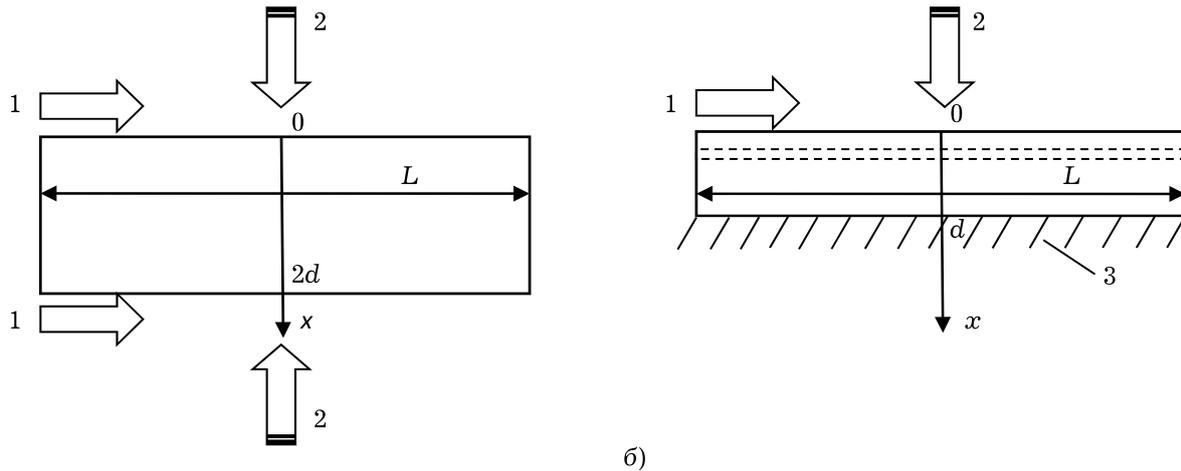
В работах [1; 2] численными методами решается трехмерная задача о малых деформациях однородного анизотропного материала с капиллярно-пористой структурой. Деформации имеют тензорный характер, при расчетах учитывается зависимость компонентов тензора от температуры, влагосодержания и давления влажного воздуха внутри пор. Численный метод базируется на трехслойной пересчетной явной разностной схеме и процедуре расщепления алгоритма по физическим факторам.

В работах [3; 4] исследуются напряженно-деформированные состояния различных коллоидных капиллярно-пористых материалов (у таких материалов при сушке размеры могут изменяться в несколько раз). Характеристики реологических уравнений, так же как и теплообменные характеристики, зависят от искомых величин, температуры и влагосодержания. Разрабатывается способ решения нелинейных взаимосвязанных уравнений тепломассопереноса в системах, подверженных большим усадкам и деформациям. Численная схема основывается на методе конечных элементов.

В работе [5] численными методами исследуются деформации материала с характеристиками древесины. Задача ставится как двумерная, структура древесины считается анизотропной: в направлениях вдоль и поперек волокон материал обладает различными упругими, влажностными и температурными свойствами (ортогонально анизотропный, или ортотропный материал).

В работе авторов [6] численными методами решается задача о распределении механических деформаций в образце, имеющем форму прямоугольного параллелепипеда. Сушка является конвективной. Рассматриваются переходные режимы, когда градиенты температуры и влагосодержания внутри материала имеют повышенные значения. Авторы делают вывод, что именно в таких режимах, прежде всего, и следует ожидать разрушения образца от механических деформаций.

Существенный недостаток численных подходов к расчету деформаций состоит в том, что в ситуации, когда задача имеет около полутора десятков входных параметров и примерно столько же выходных, совсем непросто по совокупности численных экспериментов установить, как влияют определенные входные параметры на определенные выходные, но именно такие данные и требуются для организации режимов сушки, в которых деформации не превышают допустимого уровня. Одним из способов решения указанной проблемы, хотя и приближенным, является построение *аналитических*



а) б)
Рис. 1. Сушка плоского образца: 1 – воздушный поток; 2 – электромагнитная волна; 3 – тепло- и влагоизоляция

решений начально-краевых задач для системы уравнений электромагнитной сушки, благодаря которым выявляются основные закономерности в поведении деформаций и появляются средства для инженерных оценок их возможной величины при конкретных условиях сушки. Именно такой путь и предложен авторами настоящей статьи в работе [7]. Он основан на асимптотических решениях начально-краевых задач. Метод оперирует значительно меньшим числом подлежащих варьированию параметров, чем в большинстве исследований, но он позволяет, тем не менее, указать алгоритм общего вида, который можно рассматривать как решение задачи о минимизации деформаций в первом приближении. Кроме того, в этой работе впервые ставится и решается вопрос о деформациях при сушке *электромагнитной*. Развитию идей последней статьи и посвящена настоящая работа.

1. Математическая модель электромагнитной сушки

Рассмотрим сушку однородной пластины рис. 1, а. Исследование будем проводить при следующих приближениях:

а) Толщина пластины $2d$ является малой по сравнению с ее размерами в направлении, перпендикулярных оси x .

б) Интенсивности теплообмена Q и массообмена J поверхностей пластины с воздушной средой слабо изменяются вдоль этих поверхностей, т. е. эти величины зависят только от времени t . Кроме того, положим, что условия теплообмена на обеих границах пластины одинаковые, т. е. функции $Q(t)$ и $J(t)$ на поверхностях $x = 0$ и $x = 2d$ имеют один и тот же вид.

в) Одинаковыми являются также и характеристики двух плоских электромагнитных волн,

которые распространяются в перпендикулярных к границам пластины направлениях и с двух сторон воздействуют на образец.

г) Полное затухание волны происходит на расстоянии, не превышающем половины толщины пластины. На практике это условие можно считать выполненным, если глубина проникновения волны Δ и параметр пластины d связаны неравенством $\Delta < d / 3$.

При сделанных предположениях будут приближенно выполняться следующие условия:

1. Распределения температуры T и влагосодержания U зависят только от x и τ , т. е. искомыми функциями являются $T(x, \tau)$ и $U(x, \tau)$.

2. Отсутствуют тепловые потоки и потоки влаги сквозь плоскость симметрии пластины $x = d$. Значит, при рассмотрении явлений тепло- и влагопереноса мы получаем задачу для пластины толщиной d , у которой нижняя поверхность тепло- и влагоизолирована, как это и показано на рис. 1, б. Все дальнейшие рассуждения относятся именно к этому рисунку.

3. Плотность электромагнитных потерь W изменяется внутри материала следующим образом [8]:

$$W(x) = \frac{S(1-R)}{\Delta} \cdot \exp(-x/\Delta). \quad (1)$$

Здесь S – интенсивность падающей на пластину волны; R – коэффициент отражения.

Начально-краевую задачу для расчета функций $T(x, \tau)$ и $U(x, \tau)$ будем формулировать на основе теории тепло- и влагопереноса А.В. Лыкова [9]. Уравнения распространения тепла и влаги имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} c\rho_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + r\gamma\rho_0 \frac{\partial U}{\partial \tau} + W(x); \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= a_m \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_m \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

В этих уравнениях c , ρ_0 , γ , λ , α_m , δ – теплофизические характеристики материала, соответственно удельная теплоемкость, плотность в сухом состоянии, критерий испарения, коэффициент теплопроводности, коэффициент диффузии влаги, относительный коэффициент термодиффузии влаги; r – удельная теплота парообразования воды. Краевые условия тепло- и массообмена на поверхности $x = 0$ выглядят так:

$$\begin{aligned} Q(\tau) + r(1 - \gamma) \cdot J(\tau) &= \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0, \tau); \\ J(\tau) &= \alpha_m \rho_0 \left[\frac{\partial U}{\partial x}(0, \tau) + \delta \frac{\partial T}{\partial x}(0, \tau) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Входящие в эти уравнения функции Q и J вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} Q(\tau) &= \alpha_w [T(0, \tau) - T_B] + \\ &+ \sigma \tilde{A} \left[(T(0, \tau) + T_1)^4 - (T_B + T_1)^4 \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} J(\tau) &= \alpha_m [P(T(0, \tau)) - \varphi \cdot P(T_B)]; \\ P(T) &= 6,03 \cdot 10^{-3} \cdot \exp \frac{17,3 \cdot T}{T + T_2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Формула (4) определяет интенсивность теплообмена Q верхней границы пластины с потоком воздуха (учитывается теплообмен конвекцией и теплообмен излучением), а формула (5) – интенсивность массообмена J на этой границе. Интенсивность массообмена зависит от перепада давления водяного пара по толщине пограничного слоя (краевое условие Дальтона; в виде (5) оно впервые использовано в работе авторов [10]). В этих формулах: T_B и φ – температура и влажность воздуха за пределами пограничного слоя; σ – постоянная Стефана – Больцмана; \tilde{A} – коэффициент теплового излучения; $P(T)$ – функция Г.К. Филоненко, моделирующая зависимость относительного парциального давления насыщенного водяного пара от его температуры T при общем нормальном давлении; $T_1 = 273$ °С и $T_2 = 238$ °С – постоянные; α_w и α_m – коэффициенты тепло- и массообмена поверхности образца с воздушной средой. При ламинарном состоянии пограничного слоя их мож-

но рассчитать по формулам, полученным авторами в [10]:

$$\begin{aligned} \alpha_w &= k_w \sqrt{\frac{V}{L}}; \quad \alpha_m = k_m \sqrt{\frac{V}{L}}; \\ k_w &= 3,82 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}}{\text{м}^2 \cdot \text{°С}}; \\ k_m &= 2,54 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}^{1/2} \cdot \text{м}^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь L – длина пластины в направлении движения воздушного потока, а V – его скорость.

Наконец, краевые условия на поверхности $x = d$ и начальные условия при $\tau = 0$ выглядят так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x}(d, \tau) &= 0; \quad \frac{\partial U}{\partial x}(d, \tau) = 0; \\ T(x, 0) &= f_1(x); \quad U(x, 0) = f_2(x). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $f_1(x)$ и $f_2(x)$ – некоторые заданные функции.

Ниже для проведения расчетов нам понадобятся значения теплофизических характеристик для конкретных материалов. Они представлены в табл. 1. Смысл параметра материала χ , впервые введенного авторами в статье [7], будет разъясняться в следующем пункте.

2. Асимптотическое решение начально-краевой задачи

Как известно, начально-краевые задачи для уравнений параболического типа обладают следующим свойством: их решения при $\tau \rightarrow \infty$ (асимптотические, или установившиеся решения) перестают зависеть от начальных данных [11]. Поскольку решение каждой такой задачи является *единственным* [12], факт независимости асимптотики диффузионных процессов, например процессов распространения тепла или влаги, от начальных условий можно выразить следующим образом: построенная тем или иным способом функция координат и времени, удовлетворяющая всем сформулированным условиям, за вычетом начальных условий, будет являться решением исходной задачи при $\tau \rightarrow \infty$.

Таблица 1

Теплофизические характеристики кварцевого песка и глины при $T = 50$ °С и $U = 0,2$ [9]

	γ	ρ_0 , кг / м ³	δ , 1 / °С	λ , Вт / (м · °С)	α_m , м ² / с	c , Дж / (кг · °С)	\tilde{A}	χ
Песок	0,10	1,4 · 10 ³	1,8 · 10 ⁻³	1,30	6,7 · 10 ⁻⁷	1,6 · 10 ³	0,75	0,44
Глина	0,10	1,5 · 10 ³	1,5 · 10 ⁻³	0,93	2,6 · 10 ⁻⁸	1,9 · 10 ³	0,8	7,1

В нашем случае мы имеем совместную задачу для двух связанных параболических уравнений. Распространяя сформулированное выше утверждение и на эту ситуацию, получим, что найденная каким-либо способом пара функций $T(x, \tau)$ и $U(x, \tau)$, обращающая в тождества все исходные соотношения, кроме начальных условий, будет представлять собою решение задачи о сушке электромагнитным излучением для больших моментов времени.

Построение такого асимптотического решения проведено авторами в работе [7]. Его характерной чертой является *стационарность* температурного поля и *квазистационарность* поля влагосодержания (производная $\partial U / \partial \tau$, т. е. *скорость сушки*, не изменяется ни во времени, ни в пространстве). Ввиду стационарности поля T остаются неизменными, согласно уравнениям (4) и (5), и интенсивности тепло- и массообмена поверхности материала с окружающей средой Q и J .

По терминологии, принятой в теории сушки, решения с такими свойствами классифицируют как *первый период* сушки (или *период постоянной скорости*). Как показывают и опыт, и расчеты, чаще всего именно в таких периодах из материала и удаляется основная часть влаги.

Приведем теперь с необходимыми комментариями полученные авторами формулы для первого периода электромагнитной сушки. Для обозначения их асимптотического характера будем использовать символ « ∞ ».

1. Установившаяся температура поверхности T_∞ находится как решение трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} & k_w \sqrt{V/L} (T_\infty - T_B) + \\ & + \sigma \tilde{A} \left[(T_\infty + T_1)^4 - (T_B + T_1)^4 \right] + \\ & + r k_m \sqrt{V/L} [P(T_\infty) - \varphi \cdot P(T_B)] = \\ & = S(1 - R) [1 - \exp(-d/\Delta)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Таблица 2

Эффективная интенсивность излучения $S_{\text{эфф}}$, интенсивности тепло- и массообмена Q_∞ и J_∞ как функции температуры поверхности T_∞ при условиях (13)

$T_\infty, ^\circ\text{C}$	14,8	20	25	30	35	40	50	60	70	80	100
$Q_\infty, \text{кВт}/\text{м}^2$	-0,0661	0	0,065	0,131	0,197	0,266	0,406	0,551	0,702	0,859	1,19
$J_\infty, \text{г}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$	0,0288	0,0655	0,112	0,172	0,249	0,347	0,627	1,05	1,68	2,59	5,66
$S_{\text{эфф}}, \text{кВт}/\text{м}^2$	0	0,148	0,316	0,519	0,760	1,05	1,82	2,92	4,51	6,72	14,0

Заметим, что из характеристик материала в это уравнение входит только коэффициент теплового излучения \tilde{A} . Величину T_∞ можно считать обобщением понятия температуры мокрого термометра на случай электромагнитной сушки [13]. Если правая часть этого уравнения, которую мы называем *эффективной интенсивностью излучения* $S_{\text{эфф}}$, обращается в нуль, т. е. сушка становится *конвективной*, то температура T_∞ приобретает смысл обычной температуры мокрого термометра, которая широко используется в теории сушки.

2. Установившиеся интенсивности тепло- и массообмена находятся по следующим формулам:

$$\begin{aligned} Q_\infty &= \alpha_w (T_\infty - T_B) + \\ &+ \sigma \tilde{A} \left[(T_\infty + T_1)^4 - (T_B + T_1)^4 \right]; \\ J_\infty &= \alpha_m [P(T_\infty) - \varphi \cdot P(T_B)]. \end{aligned} \quad (9)$$

3. Поля температуры и влагосодержания имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} T(x) &= C_1^T d^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{d} \right)^2 - \frac{x}{d} \right] + \\ &+ C_2^T \Delta^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right) - \frac{x}{\Delta} \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] + T_\infty; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} U(x, \tau) &= C_1^U d^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{d} \right)^2 - \frac{x}{d} \right] + \\ &+ C_2^U \Delta^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right) - \frac{x}{\Delta} \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] + \\ &+ U_\infty - \frac{J_\infty}{\rho_0 d} (\tau - \tau_{\text{уст}}). \end{aligned} \quad (11)$$

В этих формулах обозначено:

$$\begin{aligned} C_1^T &= \frac{\gamma r J_\infty}{\lambda d}; \quad C_2^T = \frac{S(1 - R)}{\lambda \Delta}; \\ C_1^U &= -\delta \frac{\chi}{\gamma} C_1^T; \quad C_2^U = -\delta C_2^T; \\ \chi &= \gamma + \frac{\lambda}{a_m \rho_0 \delta r}. \end{aligned} \quad (12)$$

Коэффициент χ есть новый параметр материала, введенный авторами в статье [7]. Входящая в формулу (11) величина $\tau_{уст}$ – это момент времени, начиная с которого режим сушки уже можно считать установившимся, а U_∞ есть влагосодержание на поверхности $x = 0$ в тот же самый момент. Определить величину U_∞ , так же как и момент установления $\tau_{уст}$, можно лишь опытным путем или с помощью численного эксперимента.

Пример использования уравнения (8) для расчета характеристик первого периода электромагнитной сушки при условиях

$$V/L = 5,0 \text{ с}^{-1}; T_B = 20 \text{ }^\circ\text{C}; \varphi = 0,5; \tilde{A} = 0,75 \quad (13)$$

показан в таблице 2.

Здесь мы рассмотрели сушку пластины. Аналогичные формулы, но для образцов с другой геометрией, получены авторами в работах [14; 15].

3. Механические напряжения при сушке

В процессе сушки распределения температуры и влагосодержания по глубине материала оказываются отличными от постоянных, что вызывает появление механических деформаций образца и связанных с ними механических напряжений. Рассмотрим сначала деформации, вызванные неоднородностью поля влагосодержания. Для принятого в настоящей статье одномерного приближения их можно рассчитать следующим образом. Представим себе поперечное сечение пластины рис. 1, б состоящим из отдельных элементов, узких полосок, одна из которых выделена на рисунке пунктиром. При свободном изменении длины элементов, которое не сопровождается появлением механических напряжений, их длина была бы равной $L_{сб}(x, \tau)$, однозначно определяемой текущим влагосодержанием в данном сечении пластины $U(x, \tau)$. В действительности, однако, ввиду взаимного влияния элементов, их длина будет описываться некоторой другой функцией $L(x, \tau)$. Как показано в [6; 9], для относительной деформации элемента $\xi = (L - L_{сб}) / L_{сб}$ оказывается справедливой следующая формула:

$$\xi(x, \tau) = \frac{\beta [U_{ср}(\tau) - U(x, \tau)]}{1 + \beta \cdot U(x, \tau)} \quad (14)$$

Здесь $U_{ср}(\tau)$ – среднее по толщине пластины влагосодержание; β – коэффициент линейной усадки. После умножения величины ξ на модуль Юнга E мы имели бы, согласно закону

Гука, внутреннее напряжение $\sigma = \xi E$. Опыт показывает, однако, что разрушение материала чаще всего происходит в области пластических деформаций, где закон Гука уже неприменим. Ввиду этого оценивать внутреннее напряжение следует непосредственно по величине относительной деформации ξ . Критические значения ξ , при которых наступает разрушение материала, должны быть определены из опыта. Такого рода данные для некоторых материалов приведены в [9].

Аналогичным способом можно рассчитать и деформации, вызванные неоднородностью поля температуры. Проведенные расчеты показали, однако, что, например, для материала с характеристиками глины в стандартных условиях сушки они примерно в 300 раз меньше влажностных. Это отношение приблизительно сохраняется и для материалов с другими характеристиками. На этом основании температурные напряжения ниже мы учитывать не будем.

Как принято в этой статье, ограничимся квазистационарными режимами. Тогда, согласно (11), числитель в формуле (14) не зависит от времени. Кроме того, на практике $\beta \sim 0,2$, $U(x, \tau) \sim 0,2$, поэтому знаменатель этой формулы мало отличается от единицы. Приняв эти приближения, получим из (14) стационарное поле деформаций

$$\xi(x) = \beta [U_{ср} - U(x)], \quad (15)$$

где $U_{ср}$ и $U(x)$ можно взять в любой момент времени. Полагая $\tau = \tau_{уст}$, из (11) получим:

$$U(x) = C_1^U d^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{d} \right)^2 - \frac{x}{d} \right] + \quad (16)$$

$$+ C_2^U \Delta^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right) - \frac{x}{\Delta} \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] + U_\infty;$$

$$U_{ср} = -\frac{C_1^U d^2}{3} +$$

$$+ C_2^U \Delta^2 \left[1 - \frac{\Delta}{d} \left(1 - \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right) - \right. \quad (17)$$

$$\left. - \frac{d}{2\Delta} \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] + U_\infty.$$

Формулы (15)–(17) совместно с формулами (12) для коэффициентов C_1^U , C_2^U и дают поле деформаций в квазистационарном режиме.

Для частного случая $S = 0$ (конвективная сушка) мы имеем $C_2^T = C_2^U = 0$, откуда из (10) следует, что поле температуры становится параболическим; таким же, согласно (11), становится и поле влагосодержания в любой фиксированный

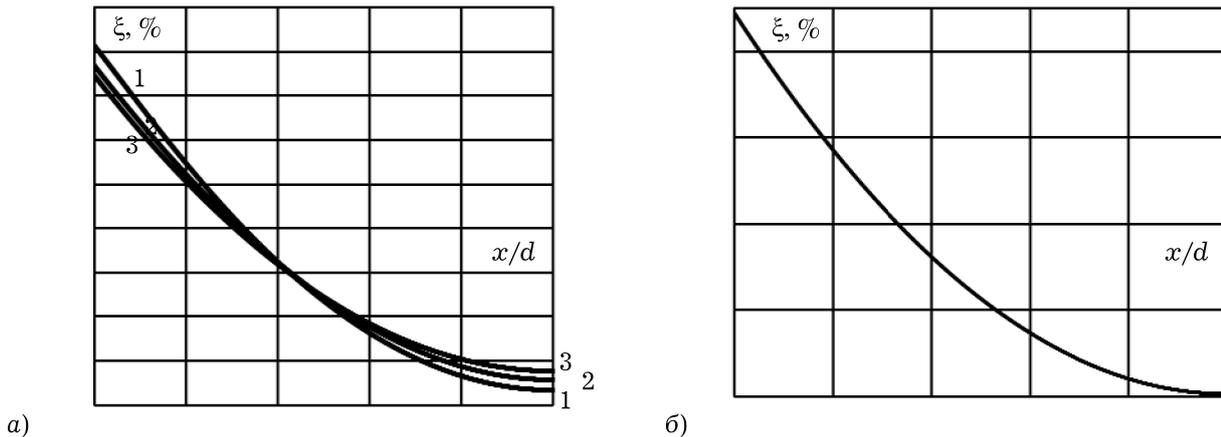


Рис. 2. Поле деформаций при сушке глины: а) электромагнитная сушка. Относительная глубина проникновения $\Delta / d = 0,1$ (1); 0,5 (2); 10 (3); б) конвективная сушка

момент времени. Распределение деформаций для этого случая также приобретает более простой вид. Выполнив расчет по формулам (15)–(17), и подставив в получившееся выражение коэффициент C_1^U из (12), после преобразований будем иметь:

$$\xi(x) = \frac{3}{2} \xi(0) \left[(x/d - 1)^2 - 1/3 \right], \quad (18)$$

$$\xi(0) = \beta \frac{\delta \chi r J_\infty d}{3\lambda} = \frac{2}{3} \beta \cdot \Delta U.$$

Здесь коэффициент $\xi(0)$ имеет смысл деформации при $x = 0$ и может быть записан двумя способами, либо через характеристики материала, толщину пластины и интенсивности сушки, либо через перепад влагосодержания между границами пластины $\Delta U = U(d) - U(0)$.

Таким образом, поле деформаций при конвективной сушке, так же как и поля температуры и влагосодержания, оказывается параболическим. Согласно уравнению параболы (18), максимальные по модулю деформации наблюдаются на поверхности $x = 0$ (значит, именно здесь и будет, прежде всего, начинаться разрушение материала), причем $\xi(0) > 0$, $\xi(d) = -\xi(0) / 2 < 0$. Следовательно, на поверхности $x = 0$ будут деформации *растяжения*, а на поверхности $x = d$ – деформации *сжатия*, причем по модулю деформации в первом случае будут в два раза больше, чем во втором.

4. Пример расчета деформаций

Рассмотрим сначала электромагнитную сушку. Пусть толщина пластины $d = 2$ см, материалом является *глина* с характеристиками, согласно табл. 1, а условия сушки определяются табл. 2 при $T_\infty = 60$ °С. Для коэффициента усадки примем значение $\beta = 0,3$. Графики деформаций, по-

строенные для такого случая по формулам (15)–(17), показаны на рис. 2, а. Как видно из этого рисунка, глубина проникновения электромагнитной волны Δ слабо влияет на деформации.

Рассчитаем теперь деформации при сушке конвективной. Чтобы сравнение полученных значений с деформациями при сушке электромагнитной было конструктивным, воспользуемся следующими соображениями. На практике для повышения интенсивности сушки приходится повышать температуру поверхности образца, от которой эта интенсивность, согласно (9), и зависит. Разумеется, такое повышение ограничено некоторой максимальной температурой, при которой наступает разрушение материала. В связи с этим представляет интерес сравнить деформации при сушке нагретым воздухом и сушке излучением при условии, что температура поверхности T_∞ в обоих случаях одна и та же, например, равная максимальной. Поэтому, переходя к конвективной сушке, оставим $T_\infty = 60$ °С, как это было и в предыдущем примере. Без изменений оставим также и параметры V/L , ϕ и \tilde{A} . Положим теперь в уравнении (8) правую часть равной нулю ($S_{эфф} = 0$, конвективная сушка), а $T_\infty = 60$ °С. Решая это уравнение при данных условиях, найдем, что $T_b = 75$ °С. После этого по формуле (9) рассчитаем интенсивность сушки, которая оказывается равной $J_\infty = 0,0567$ г / (м² · с). Как видим, полученная интенсивность конвективной сушки примерно в 18 раз меньше интенсивности сушки электромагнитной $J_\infty = 1,05$ г / (м² · с) (см. табл. 2), хотя температура поверхности (температура мокрого термометра) в обоих случаях одна и та же. Таким образом, при одной и той же температуре поверхности, интенсивность сушки электромаг-

нитной может многократно превосходить интенсивность сушки воздухом, что является важным преимуществом электромагнитного метода удаления влаги.

Вернемся теперь к деформациям при конвективной сушке. График деформаций, построенный по формуле (18), показан на рис. 2, б. На этом рисунке $\xi(0) \approx 0,3\%$, а при электромагнитной сушке на рис. 2, а мы имели $\xi(0) \approx 4,5\%$, т. е. в 15 раз больше. Учитывая, что при таком увеличении деформаций интенсивность сушки увеличилась в 18 раз, мы делаем вывод о приблизительно линейной зависимости между величиной деформаций и интенсивностью сушки. В качественном отношении это согласуется с опытными данными из (9).

Обратимся теперь к вопросу о том, являются ли режимы сушки рис. 2 допустимыми с точки зрения близости механических напряжений к предельным. Согласно опытам А.В. Лыкова [9, с. 195], образование трещин на поверхности глины начинается при перепаде влагосодержания около $\Delta U = 0,04$. Проведя расчет по формуле (18), получим, что относительная деформация на поверхности составит при этом $\xi(0) = 0,8\%$. Значит, сушка рис. 2, б, в отличие от сушки рис. 2, а, будет происходить без разрушения материала.

Заключение

Рассмотрен процесс сушки плоского образца электромагнитным излучением. Построено асимптотическое решение начально-краевой задачи, характерной особенностью которого являются стационарность температурного поля, квазистационарность поля влагосодержания и постоянство скорости сушки. Получены формулы для относительных деформаций образца, которые в частном случае конвективной сушки оказываются распределенными по параболическому закону. Показано, что величина деформаций приблизительно пропорциональна интенсивности сушки. В качестве примера рассчитаны деформации образца с характеристиками глины. Расчеты по полученным формулам удовлетворительно согласуются с имеющимися в литературе экспериментальными данными. Результаты работы позволяют организовать режим высокоинтенсивной сушки, в котором механические напряжения, вызванные неоднородностью поля влагосодержания, не приводят к разрушению материала.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и администрации Волгоградской области в рамках научного проекта 16-48-340527 «р_а».

Список литературы

1. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н. Динамика процессов тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки при обезвоживании коллоидных капиллярно-пористых материалов // Промышленная тепло-техника. 2003. Т. 25. № 3. С. 56–66.
2. Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сорокова Н.Н. Математическое моделирование тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки с целью оптимизации процесса сушки термолабильных материалов // Инженерно-физический журнал. 2005. Т. 78. № 1. С. 74–88.
3. Сычевский В.А. Математическая модель сушки деформируемых материалов и численная методика расчета // Инженерно-физический журнал. 2009. Т. 82. № 4. С. 674–687.
4. Сычевский В.А. Учет больших деформаций материала, вызванных градиентом влагосодержания // Инженерно-физический журнал. 2005. Т. 78. № 4. С. 186–193.
5. Акулич П.В., Милитцер К.Е. Моделирование неизотермического влагопереноса и напряжений в древесине при сушке // Инженерно-физический журнал. 1998. Т. 71. № 3. С. 404–411.
6. Внутренние механические напряжения при сушке нагретым воздухом / А.М. Афанасьев [и др.] // Теоретические основы химической технологии. 2005. Т. 39. № 1. С. 95–100.
7. Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н. Исследование квазистационарных режимов при сушке СВЧ-излучением // Известия вузов. Электромеханика. 2008. № 3. С. 3–9.
8. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. 540 с.
9. Лыков А.В. Теория сушки. М.; Л.: Энергия, 1968. 471 с.
10. Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н. О краевых условиях массообмена в виде законов Ньютона и Дальтона // Инженерно-физический журнал. 2007. Т. 80. № 1. С. 27–34.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
12. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики / пер. с нем. А.А. Самарского и Н.Н. Яненко; под ред. А.Н. Тихонова. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1950. 456 с.
13. Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н. Обобщение понятия температуры мокрого термометра на случай электромагнитной сушки // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 3. С. 610–616.
14. Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н. Задача о сушке шара электромагнитным излучением // Инженерно-физический журнал. 2013. Т. 86. № 2. С. 322–330.

15. Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н. Теория электромагнитной сушки: асимптотическое решение начально-краевой задачи для цилиндра // Теоретические основы химической технологии. 2014. Т. 48. № 2. С. 222–227.

Расшифровка индексов

в – воздух;
 сб – свободный;
 ср – средний;
 уст – установившийся;
 эфф – эффективный;
 m (англ. moisture) – влага;
 w (англ. warmth) – тепло;
 ∞ – значение величины в асимптотическом режиме.

Analytical solution of the problem of deformation during drying by electromagnetic radiation

A.M. Afanas'ev, B.N. Siplivy

Developed an analytical method of calculating steady-state distributions of temperature and moisture content in a flat sample, the blown air flow under the action of intense electromagnetic radiation. Based on the obtained distributions of the formulas with which you can produce engineering estimates of the magnitude of deformations caused by the inhomogeneity of the field moisture content.

Keywords: equations A.V. Lykov, drying the electromagnetic radiation, initial-boundary value problem, asymptotic fields of heat and mass transfer, analytical solution, deformation and mechanical stresses.

Неганов, В.А.

Теория и применение устройств СВЧ: учебн. пособие для вузов / В.А. Неганов, Г.П. Яровой; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радио и связь, 2006. – 720 с.

ISBN 5-256-01812-4

В.А. Неганов, Г.П. Яровой

**ТЕОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ
УСТРОЙСТВ СВЧ**



УДК 621.396.67
 ББК 32.840
 Н 41

В учебном пособии рассматриваются методы проектирования и конструктивной реализации устройств СВЧ: линий передачи различных видов, резонаторов, согласующих и трансформирующих устройств, фильтров, фазовращателей, аттенуаторов, тройниковых соединений, направленных ответвителей, различных мостовых соединений, ферритовых устройств (вентилей, циркуляторов, фазовращателей) и СВЧ-устройств на полупроводниковых диодах (умножителей, смесителей, переключателей, выключателей). Приводятся примеры применения устройств СВЧ в радиосвязи, радиолокации, измерительной аппаратуре и т. д. В книгу вошел оригинальный материал, полученный авторами. Учебное пособие может использоваться как справочник по устройствам СВЧ.

Для специалистов в области теории и техники СВЧ, преподавателей вузов, докторантов, аспирантов, студентов старших курсов радиотехнического и радиофизического профиля.