

## Влияние диполь-дипольного взаимодействия и расстройки на перепутывание двух кубитов, индуцированного тепловым полем

Е.К. Башкиров, А.М. Воробьев

Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева  
443086, Российская Федерация, г. Самара  
Московское шоссе, 34

В настоящей работе нами исследована динамика перепутывания двух идентичных кубитов, нерезонансным образом взаимодействующих с модой теплового электромагнитного поля идеального резонатора при наличии прямого диполь-дипольного взаимодействия. На основе точного решения рассматриваемой модели найден параметра перепутывания Переса-Хородецких (отрицательность) для кубитов. Проведено численное моделирование параметра перепутывания для различных параметров модели. Показано, что взаимодействие атомов с тепловым полем резонатора может приводить к их перепутыванию. Установлено, что расстройка и диполь-дипольное взаимодействие кубитов может быть использовано для управления и контроля степенью их перепутывания.

*Ключевые слова:* кубиты, расстройка, диполь-дипольное взаимодействие, тепловое поле, перепутывание кубитов, управление перепутыванием.

### Введение

В настоящее время изучение перепутанных состояний является одной из наиболее актуальных задач квантовой теории в связи с широкими возможными применениями таких состояний в квантовой информатике, квантовой телепортации, квантовой криптографии и квантовом плотном кодировании [1]. В качестве одного из способов генерации атомных перепутанных состояний рассматривается взаимодействие кубитов или естественных и искусственных атомов (примесных спинов, сверхпроводящих джозефсоновских колец, квантовых точек и др.) с квантовыми электромагнитными полями в резонаторах [2]. Изучению таких объектов посвящена квантовая электродинамика резонаторов [3; 4]. В последнее время в квантовой электродинамике резонаторов особое внимание уделялось изучению возможности перепутывания кубитов за счет их взаимодействия с тепловым электромагнитным полем. Обычно считается, что тепловое состояние поля содержит минимальную информацию о системе и может считаться «хаотичным». При этом многомодовые тепловые поля часто применяются для анализа декогеренции квантовых атомных систем. Однако Ким с соавторами [5] показали, что такое тепловое некоррелированное поле

может вызвать перепутывание состояний двух атомов. Они изучали эволюцию двух идентичных двухуровневых атомов, резонансно взаимодействующих с одномодовым тепловым полем в резонаторе без потерь, и вычислили параметр перепутывания атомов как функцию времени. При этом было показано, что перепутывание двух атомов зависит от их начального состояния. Если один атом изначально находится в основном состоянии, а другой – в возбужденном состоянии, то тепловое поле может привести к заметной степени атом-атомного перепутывания. С другой стороны, если оба атома изначально находятся в возбужденных состояниях, то в резонансном приближении перепутывание атомов невозможно. Аналогичный эффект имеет место и для двухатомных модели Джейнса-Каммингса с многофотонными переходами [6–9]. Недавно Патерностро с соавторами [10] рассмотрели два двухуровневых атома, взаимодействующих с одномодовым тепловым полем в неидеальном резонаторе. Основным результатом их исследования является то, что путем правильной модуляции расстройки между частотой атомного перехода и поля резонатора атомы могут быть запутаны, даже если оба атома были первоначально приготовлены в возбужденных состояниях. При этом доминирующую роль в эффекте перепутывания

играла утечка фотонов из резонатора. В работе Занга [11] проведено непосредственно обобщение исследования Кима с соавторами [5] на случай, когда частоты перехода в атомах слегка отстроены от частоты моды теплового поля резонатора и изучено как такая расстройка влияет на запутывание атомов. При этом показано, что при подходящем выборе расстройки для начального состояния атомной системы, в котором один атом находится в возбужденном состоянии, а другой в основном состоянии, перепутывание атомов может приближаться к максимальному значению. Кроме того показано, что значительное перепутывание атомов может быть достигнуто даже тогда, когда оба атома изначально находятся в возбужденных состояниях без учета диссипативных процессов.

Хорошо известно, диполь-дипольное взаимодействие систем кубитов является естественным механизмом возникновения их перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух кубитов, взаимодействующих с модой теплового поля в идеальном резонаторе как посредством однофотонных переходов [12], так и посредством двухфотонных вырожденных [13] и невырожденных переходов [14; 15]. Заметим также, что для искусственных атомов диполь-дипольное взаимодействие может быть значительно больше, чем для обычных атомов и ионов. Например, для сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, эффективная константа диполь-дипольного (индуктивного взаимодействия) сверхпроводящих кубитов может существенно превосходить не только константу кубит-фотонного взаимодействия, но и исходную энергию перехода между уровнями самого кубита [16; 17]. Поэтому в настоящей работе мы, обобщая результаты работы [11], исследуем влияние прямого диполь-дипольного взаимодействия на перепутывание двух идентичных кубитов, взаимодействующих нерезонансным образом с модой теплового электромагнитного поля в идеальном резонаторе.

## 1. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных кубита А и В (атомы, сверхпроводящие джозефсоновские контуры, спины, квантовые точки и т. д.), которые нерезонансно взаимодействуют с общим квантовым одномодовым электромагнитным по-

лем в идеальном резонаторе. Учет также в рассматриваемой модели прямое диполь-дипольное взаимодействие кубитов. Тогда в системе отсчета, вращающейся с частотой одномодового поля резонатора гамильтониан системы в приближении вращающейся волны можно представить в виде

$$H = \hbar\delta\sigma_A^z + \hbar\delta\sigma_B^z + \hbar g \sum_{i=A}^B (\sigma_i^+ a + a^+ \sigma_i^-) + \hbar J (\sigma_A^+ \sigma_B^- + \sigma_A^- \sigma_B^+). \quad (1)$$

Здесь  $\sigma_A^z$  и  $\sigma_B^z$  – операторы инверсии для кубитов А и В соответственно,  $\sigma_i^+ = |+\rangle_i \langle -|$  и  $\sigma_i^- = |-\rangle_i \langle +|$  – операторы переходов между возбужденным  $|+\rangle_i$  и основным  $|-\rangle_i$  состояниями в  $i$ -ом кубите ( $i = 1, 2$ ),  $a^+$  и  $a^-$  – операторы рождения и уничтожения фотонов моды поля,  $g$  – константа взаимодействия между кубитом и полем,  $\delta$  – расстройка между частотой перехода в кубите и частотой моды поля резонатора и  $J$  – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов А и В.

Предположим, что резонаторное поле находится в начальный момент времени в одномодовом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|, \quad (2)$$

где весовые коэффициенты  $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$ . Здесь  $\bar{n}$  – среднее число тепловых фотонов в резонаторе  $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i / k_B T] - 1)^{-1}$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана и  $T$  – равновесная температура резонатора, а кубиты в начальный момент времени находятся в чистом неперепутанном состоянии

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, -\rangle \quad (3)$$

(один кубит находится в возбужденном состоянии, другой – в основном) или

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, +\rangle \quad (4)$$

(оба кубита находятся в возбужденном состоянии).

Прежде чем исследовать взаимодействие кубитов с тепловым полем, рассмотрим взаимодействие этих кубитов с полем резонатора в фокковских состояниях. Обозначим через  $n$  ( $n \geq 0$ ) номер возбуждения рассматриваемой атом-полевой системы. Тогда для значения номера возбуждения  $n$  эволюция системы происходит в гильбертовом пространстве с базисом

$$\begin{aligned} &|-, -, n+2\rangle, \quad |+, -, n+1\rangle, \\ &|-, +, n+1\rangle, \quad |+, +, n\rangle. \end{aligned}$$

В указанном базисе, собственные значения гамильтониана (1) могут быть записаны как

$$\begin{aligned} |\Phi_{in}\rangle &= \\ &= \xi_{i1n} (X_{i1n} |-, -, n+2\rangle + X_{i2n} |+, -, n+1\rangle + \\ &+ X_{i3n} |-, +, n+1\rangle + X_{i4n} |+, +, n\rangle), \end{aligned} \quad (5)$$

( $i = 1, 2, 3, 4$ ),

где

$$\begin{aligned} X_{11n} &= 0, & X_{12n} &= -1, \\ X_{13n} &= 1, & X_{14n} &= 0, \\ X_{i1n} &= -\frac{1}{2\sqrt{n+2\sqrt{n+1}}} \times \\ &\times \left( 2(\sqrt{n+1})^2 - 2\alpha \Delta + \alpha E_{in} + 2\Delta E_{in} - E_{in}^2 \right), \\ X_{i2n} &= X_{i3n} = -\frac{2\Delta - E_{in}}{2\sqrt{n+1}}, \\ X_{i4n} &= 1 \quad (i = 2, 3, 4). \end{aligned}$$

Соответствующие собственные значения имеют вид

$$\begin{aligned} E_{1n} &= -\hbar\gamma\alpha, \\ E_{2n} &= (1/3)\hbar\gamma(\alpha + A_n / B_n + B_n), \\ E_{3n} &= (1/6)\hbar\gamma \times \\ &\times \operatorname{Re} \left[ 2\alpha - (1 + i\sqrt{3}) A_n / B_n + i(i + \sqrt{3}) B_n \right], \\ E_{4n} &= (1/6)\hbar\gamma \times \\ &\times \operatorname{Re} \left[ 2\alpha + i(i + \sqrt{3}) A_n / B_n - (1 + i\sqrt{3}) B_n \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_n &= 18 + 12n + \alpha^2 + 12\Delta^2, \\ B_n &= \left( \alpha^3 - 54\Delta + 9\alpha(3 + 2n - 4\Delta^2) + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sqrt{-4(18 + 12n + \alpha^2 + 12\Delta^2)^3 +} \right. \\ &+ \left. 4(\alpha^3 - 54\Delta + 9\alpha(3 + 2n - 4\Delta^2))^2 \right)^{1/3}, \\ \alpha &= J/g, \quad \Delta = \delta/g. \end{aligned}$$

Для описания полной динамики системы рассматриваемой модели мы должны учесть также базисные состояния

$$|-, -, 1\rangle, |+, -, 0\rangle, |-, +, 0\rangle.$$

Предположим, что система в начальный момент времени находится в состоянии  $|+, +, n\rangle$  ( $n \geq 0$ ), тогда в момент времени  $t$  полная волновая есть

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= Z_{11,n} |-, -, n+2\rangle + Z_{21,n} |+, -, n+1\rangle + \\ &+ Z_{31,n} |-, +, n+1\rangle + Z_{41,n} |+, +, n\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$Z_{11,n} = e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{41n} X_{11n} +$$

$$\begin{aligned} &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{42n} X_{21n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{43n} X_{31n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{44n} X_{41n}, \\ Z_{21,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{41n} X_{12n} + \\ &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{42n} X_{22n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{43n} X_{32n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{44n} X_{42n}, \\ Z_{31,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{41n} X_{13n} + \\ &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{42n} X_{23n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{43n} X_{33n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{44n} X_{43n}, \\ Z_{41,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{41n} X_{14n} + \\ &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{42n} X_{24n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{43n} X_{34n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{44n} X_{44n}, \end{aligned}$$

где  $Y_{ijn} = \xi_{jn} X_{jin}^*$ .

Для начального состояния  $|+, -, n+1\rangle$  ( $n \geq 0$ ), зависящая от времени волновая функция принимает вид

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= Z_{12,n} |-, -, n+2\rangle + Z_{22,n} |+, -, n+1\rangle + \\ &+ Z_{32,n} |-, +, n+1\rangle + Z_{42,n} |+, +, n\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Z_{12,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{21n} X_{11n} + \\ &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{22n} X_{21n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{23n} X_{31n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{24n} X_{41n}, \\ Z_{22,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{21n} X_{12n} + \\ &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{22n} X_{22n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{23n} X_{32n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{24n} X_{42n}, \\ Z_{32,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{21n} X_{13n} + \\ &+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{22n} X_{23n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{23n} X_{33n} + \\ &+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{24n} X_{43n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_{42,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar} \xi_{1n} Y_{21n} X_{14n} + \\
&+ e^{-iE_{2n}t/\hbar} \xi_{2n} Y_{22n} X_{24n} + \\
&+ e^{-iE_{3n}t/\hbar} \xi_{3n} Y_{23n} X_{34n} + \\
&+ e^{-iE_{4n}t/\hbar} \xi_{4n} Y_{24n} X_{44n}.
\end{aligned}$$

Если начальное состояние системы  $|+, -, 0\rangle$ , зависящая от времени волновая функция принимает вид

$$\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle &= Z_{12} |-, -, 1\rangle + Z_{22} |+, -, 0\rangle + \\
&+ Z_{32} |-, +, 0\rangle,
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
Z_{12} &= -2ie^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} \sin(\Omega t / 2) / \Omega, \\
Z_{22} &= e^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} (e^{i(3\alpha-2\Delta)t/2} + \\
&+ \Omega \cos(\Omega t / 2) - 2i \sin(\Omega t / 2)) / (2\Omega), \\
Z_{32} &= e^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} (-e^{i(3\alpha-2\Delta)t/2} + \\
&+ \Omega \cos(\Omega t / 2) - 2i \sin(\Omega t / 2)) / (2\Omega)
\end{aligned}$$

$$\text{и } \Omega = \sqrt{8 + (\alpha + 2\Delta)^2}.$$

Теперь мы можем вернуться к исследованию динамики рассматриваемой системы для теплового начального состояния поля. Используя соотношения (2)–(8), мы можем найти матрицу плотности полной системы в произвольный момент времени. Усредняя матрицу плотности полной системы по полевым переменным, мы можем найти редуцированную матрицу плотности двух кубитов, и с ее помощью вычислить частично транспонированную по переменным одного кубита редуцированную матрицу плотности  $\rho_A^{T_1}$ . Для двухкубитной системы, описываемой матрицей плотности  $\rho_A(t)$ , в качестве меры перепутывания кубитов может быть использована отрицательность (параметр Переса-Хородецких), которая записывается как

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \tag{9}$$

где  $\mu_i^-$  – отрицательные собственные частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной матрицы плотности  $\rho_A^{T_1}$  [18; 19].

Для начальных атомных состояний (3) и (4) частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная матрица плотности имеет вид

$$\rho_A^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} U(t) & 0 & 0 & H(t)^* \\ 0 & V(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W(t) & 0 \\ H(t) & 0 & 0 & R(t) \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Для начального состояния кубитов (3) матричные элементы (10) есть

$$\begin{aligned}
U(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |Z_{42,n}(t)|^2, \\
V(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{22,n-1}(t)|^2 + p_0 |Z_{22}(t)|^2, \\
W(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{32,n-1}(t)|^2 + p_0 |Z_{32}(t)|^2, \\
R(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{12,n-1}(t)|^2 + p_0 |Z_{12}(t)|^2, \\
H(t) &= \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{22,n-1}(t) Z_{32,n-1}(t)^* + p_0 Z_{22}(t) Z_{32}(t)^*,
\end{aligned}$$

а для начального состояния (4) эти же матричные элементы имеют вид

$$\begin{aligned}
U(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |Z_{41,n}(t)|^2, \\
V(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |Z_{21,n}(t)|^2, \\
W(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |Z_{31,n}(t)|^2, \\
R(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n |Z_{11,n}(t)|^2, \\
H(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n Z_{21,n}(t) Z_{31,n}(t)^*.
\end{aligned}$$

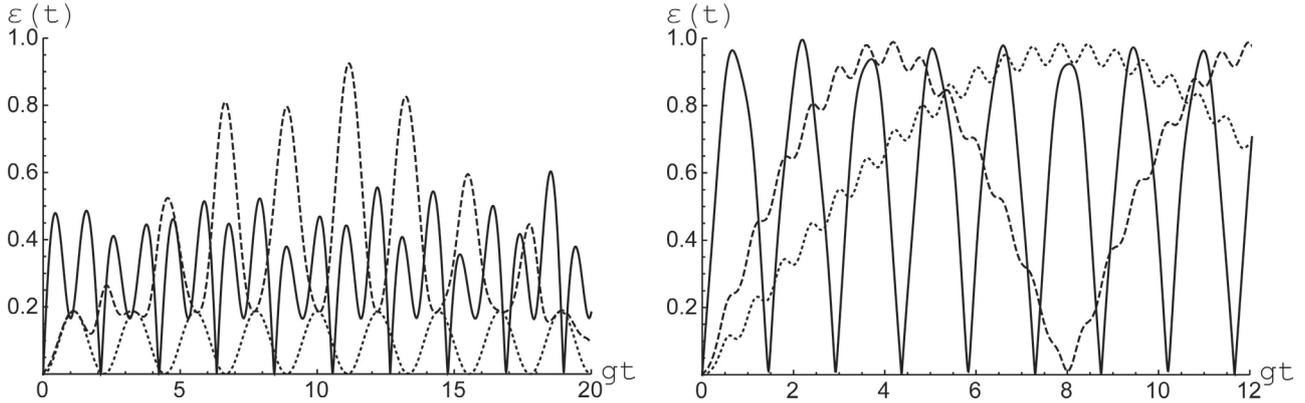
Матрица (10) имеет всего одно собственное значение, которое может принимать отрицательные значения. Тогда для каждого из рассматриваемых начальных состояний кубитов отрицательность принимает вид

$$\varepsilon(t) = \sqrt{(|R(t)| - |U(t)|)^2 + 4|H(t)|^2} - |R(t)| - |U(t)|. \tag{11}$$

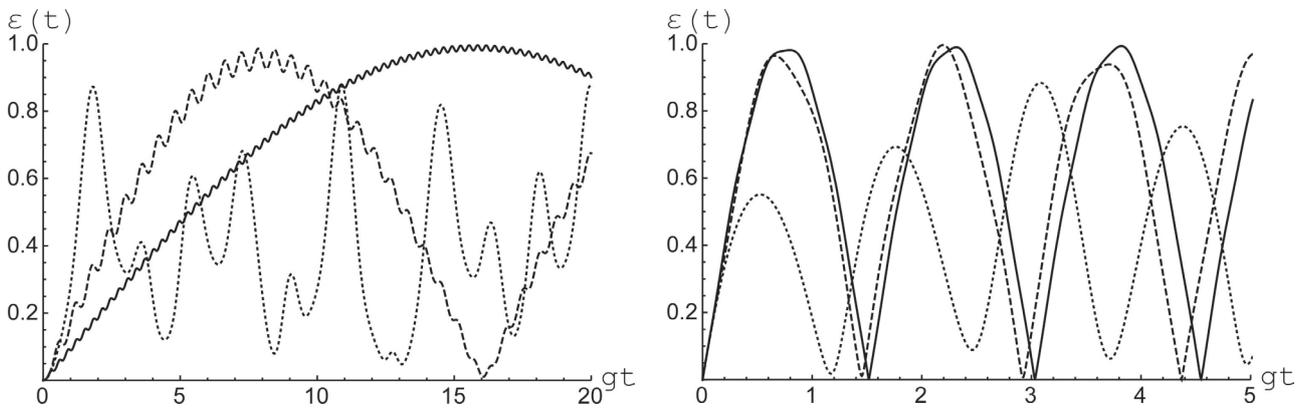
Результаты численного моделирования временной зависимости отрицательности (11) для начальных состояний вида (3) и (4), а также различных значений параметров рассматриваемой модели приведены на рис. 1–4.

## 2. Обсуждение результатов

На рис. 1 и 2 представлены временные зависимости отрицательности от безразмерного времени  $gt$  для начального состояния подсистемы кубитов вида (3). Рис. 1, а показывает временное



**Рис. 1.** Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для начального состояния вида (3) и параметра расстройки  $\Delta = 0$  (а) и  $\Delta = 5$  (б). Эффективная константа диполь-дипольного взаимодействия:  $\alpha = 0$  (точечная линия),  $\alpha = 0,1$  (штриховая линия)  $\alpha = 1$  (сплошная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0,1$



**Рис. 2.** Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для начального состояния вида (3) и параметра расстройки  $\Delta = 1$  (точечная линия),  $\Delta = 5$  (штриховая линия) и  $\Delta = 5$  (сплошная линия). Эффективная константа диполь-дипольного взаимодействия:  $\alpha = 0$  (а) и  $\alpha = 1$  (б). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0,1$

поведение отрицательности для резонансного взаимодействия кубитов и теплового поля (для резонансного взаимодействия параметр расстройки  $\Delta = 0$ ) и различных значений параметра эффективного диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha$ . Из рисунка хорошо видно, что возрастание параметра диполь-дипольного взаимодействия в интервале значений  $0 < \alpha < 0.1$  приводит к возрастанию максимальной степени перепутывания кубитов, которая приближается к своему максимально возможному значению, равному единице. Заметим, что такой результат впервые был получен в работе Агуиара с соавторами [12]. Однако в области значений  $\alpha > 0.1$ , не рассмотренных в работе [12], увеличение интенсивности дипольного взаимодействия, напротив, приводит к уменьшения максимальной степени перепутывания. Для модели с нерезонансным взаимодействием (параметр расстройки  $\Delta \neq 0$ ) зависимость отрицательности от интенсивности дипольного взаимодействия носит совершенно иной характер. В рассматриваемом случае максимальная степень перепутывания слабо зави-

сит от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия. Такое взаимодействие сказывается лишь на периоде осцилляций отрицательности. На рис. 1, б показано временное поведение отрицательности для различных значений параметра расстройки  $\Delta$ . В отсутствие диполь-дипольного взаимодействия увеличение расстройки приводит к увеличению максимальной степени перепутывания, так что при  $\Delta \rightarrow \infty$  максимальное значение отрицательности  $\varepsilon_{\max} \rightarrow 1$ . Такое поведение отрицательности качественно весьма похоже на поведение другого параметра перепутывания кубитов – согласованности, рассчитанной для аналогичных параметров модели в работе [11]. Указанные результаты можно интерпретировать следующим образом. В случае, когда расстройка атомов и поля достаточно велика, кубиты обмениваются энергией друг с другом посредством виртуальных фотонов, а не с помощью реальных тепловых фотонов резонаторного поля. Само поле в этом случае выступает в качестве виртуальной среды, возбуждаемой в процессе взаимодействия кубитов. При наличии

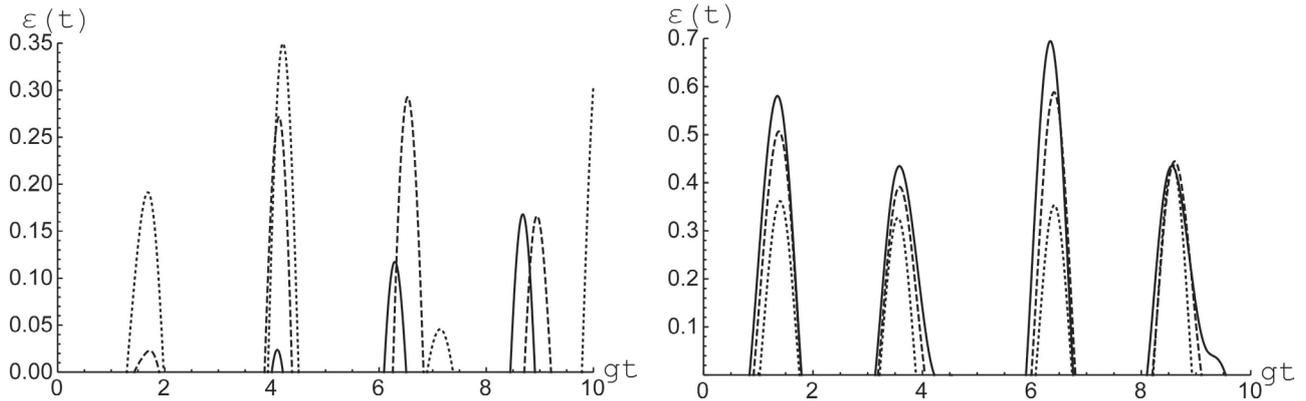


Рис. 3. Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для начального состояния вида (4) и параметра расстройки  $\Delta = 0,5$  (а) и  $\Delta = 1$  (б). Эффективная константа диполь-дипольного взаимодействия:  $\alpha = 0$  (точечная линия),  $\alpha = 0,1$  (штриховая линия)  $\alpha = 1$  (сплошная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0,1$

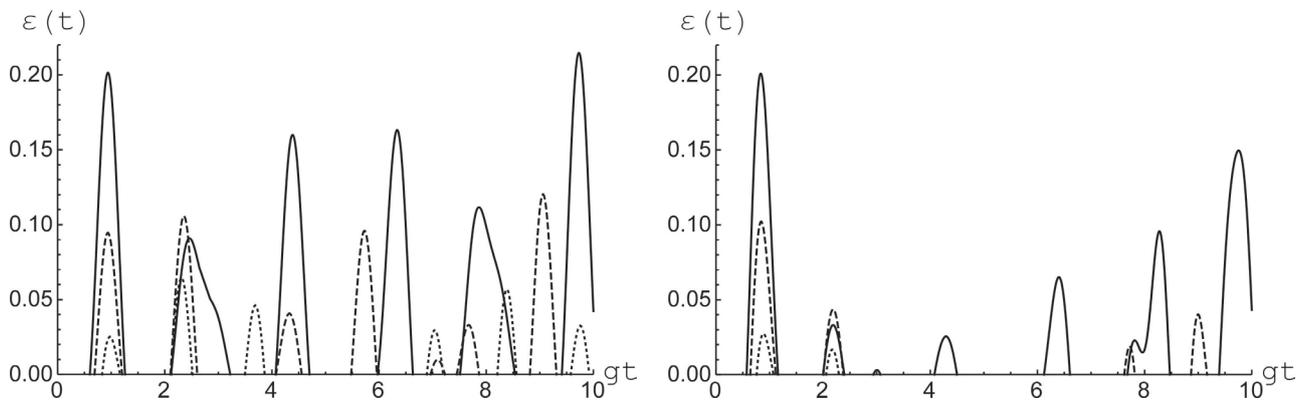


Рис. 4. Временная зависимость параметра перепутывания  $\varepsilon(t)$  для начального состояния вида (4) и параметра расстройки  $\Delta = 2$ . Эффективная константа диполь-дипольного взаимодействия:  $\alpha = 0$  (точечная линия),  $\alpha = 0,1$  (штриховая линия)  $\alpha = 1$  (сплошная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0,1$  (а) и  $\bar{n} = 1$  (б)

диполь-дипольного взаимодействия указанная выше зависимость максимальной степени перепутывания от величины расстройки сохраняется, однако становится более плавной.

На рис. 3 и 4 представлены временные зависимости отрицательности от безразмерного времени  $gt$  для начального состояния подсистемы кубитов вида (4). Как уже отмечалось выше, для кубитов, приготовленных в возбужденных состояниях, в случае их резонансного взаимодействия с тепловым полем перепутывание не возникает как в отсутствие, так и в присутствии диполь-дипольного взаимодействия. В работе [11] показано, что при наличии расстройки перепутывание кубитов, приготовленных в состоянии вида (4), становится возможным, при этом максимальная степень перепутывания достигается при определенных величинах расстройки, определяемых средним числом тепловых фотонов в моде. Как видно из рис. 3, включение диполь-дипольного взаимодействия для малых значений параметра расстройки ( $0 < \Delta < 1$ ) приводит к уменьшению степени перепутывания кубитов, а для больших значений параметра расстройки

( $\Delta \geq 1$ ) — к увеличению степени перепутывания. Максимальная степень перепутывания кубитов для теплового поля со средним числом тепловых фотонов  $\bar{n} = 0,1$  достигается при  $\Delta = 1,2$  и  $\alpha = 0,1$ . На рис. 4 приведено сравнение временных зависимостей отрицательностей для моделей с различными значениями среднего числа тепловых фотонов. Из рисунков хорошо видно, что увеличение интенсивности теплового поля приводит к уменьшению степени перепутывания кубитов, но характер зависимости перепутывания от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия сохраняется.

## Заключение

В настоящей работе мы исследовали влияние диполь-дипольного взаимодействия кубитов на временное поведение параметра их перепутывания (отрицательности) в рамках двухбитной модели Тависа-Каммингса с нерезонансным взаимодействием кубитов и моды теплового поля в идеальном резонаторе. Показано, что для различных значений других параметров модели

включение диполь-дипольного взаимодействия может как существенно увеличивать, так и уменьшать степень перепутывания кубитов в ходе эволюции.

Учет расстройки приводит к значительному увеличению степени перепутывания кубитов для начального состояния, в котором один из них возбужден, а второй находится в основном состоянии, и появлению перепутывания для начального состояния, в котором оба кубита возбуждены. Таким образом, расстройка частот атомов и моды поля и диполь-дипольное взаимодействие может быть использованы для эффективного контроля и управления степенью перепутывания кубитов. В настоящей работе рассмотрена модель, в которой отсутствуют процессы диссипации. Рассмотрение более реалистичной модели, учитывающей различные виды диссипации энергии в системе, на основе микроскопических кинетических уравнений в марковском и немарковском приближениях, и оценка на их основе времен декогеренции, будет являться предметом нашей следующей работы.

### Список литературы

- Nielsen M.A. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 700 p.
- Buluta I., Ashhab S., Nori F. Natural and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2001. Vol. 74. P. 104401.
- Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // Rev. Mod. Phys. 2013. Vol. 85. P. 623–653.
- Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // Rev. Mod. Phys. 2014. Vol. 88. P. 153–185.
- Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim [et al.] // Phys. Rev. 2002. Vol. A65. P. 040101.
- Zhou L., Song H.S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. 2002. Vol. B4. P. 425–429.
- Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Phys. Lett. 2006. Vol. 3. №. 3. P. 145–150.
- Bashkirov E.K., Mastyugin M.S. Entanglement of two superconducting qubits interacting with two-mode thermal field // Computer Optics. 2013. Vol. 37(3). P. 278–285.
- Bashkirov E.K., Mastyugin M.S. The influence of the dipole-dipole interaction and atomic coherence on the entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions // Optics and Spectroscopy. 2014. Vol. 116(4). P. 630–634.
- Entanglement generation and protection by detuning modulation / M. Paternostro [et al.] // Phys. Rev. 2006. Vol. A74. P. 052317.
- Zhang B. Entanglement between two qubits interacting with a slightly detuned thermal field // Opt. Comm. 2010. Vol. 283. P. 4676–4679.
- The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar [et al.] // J. Opt. 2005. Vol. B7. P. S769–S771.
- The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms interacting with a thermal field via two-photon process / X.-P. Liao [et al.] // Chin. Phys. 2008. Vol. B17. №. 6. P. 2137–2142.
- Bashkirov E.K., Stupatskaya M.P. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise // Laser Phys. 2009. Vol. 19. C. 525–530.
- Башкиров Е.К., Ступацкая М.П. Перепутывание двух дипольно связанных атомов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2009. Т. 12. №. 2. С. 85–90.
- Evidence for entangled states of two coupled flux qubits / A. Izmailkov [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 037003.
- Spectroscopy on two coupled flux qubits / J.B. Majer [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 090501.
- Peres A. Separability criterion for density matrices // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 1413–1415.
- Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: necessary and sufficient condition // Phys. Lett. 1996. Vol. A223. P. 333–339.

## Influence of dipole-dipole interaction and detuning on the entanglement of two qubits induced by a thermal field

*E.K. Bashkirov, A.M. Vorobiev*

In this paper we have investigated the dynamics of entanglement of two identical qubits nonresonantly interacting with one mode of a thermal electromagnetic field in lossless resonator in the presence of a direct dipole-dipole interaction. On the basis of the exact solution of the considered model, the Peres-Horodetski entanglement parameter (negativity) for qubits has been found. Numerical simulation of the negativity for various model parameters has been carried out. It has been shown that the interaction of qubits with the thermal field of the resonator can lead to their entanglement. It has been established that the detuning and dipole-dipole interaction of qubits can be used to manipulate and control the degree of their entanglement.

*Keywords:* qubits, detuning, dipole-dipole interaction, thermal field, qubit-qubit entanglement, entanglement control.