

Нелинейные и частотные свойства радиореакторов помехоподавления для электротранспорта

М.В. Давидович^{1,2}, И.А. Корнев²

¹ Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
410012, Российская Федерация, г. Саратов
ул. Астраханская, 83

² ООО «НПФ «Этна»
410040, Российская Федерация, г. Саратов
ул. Вишневая, 11

В работе на основе полученных интегральных соотношений, в том числе и интегральных уравнений, учитывающих влияние магнитных экранов из нелинейного магнетика на индуктивность многослойных катушек в зависимости от силы тока, получены частотные и нелинейные свойства индуктивностей радиореакторов помехоподавления электротранспорта. Исследовано их поведение в цепи при нестационарном воздействии.

Ключевые слова: интегральные уравнения, интегродифференциальные уравнения, магнитостатика, индуктивность, помехоподавление.

Введение

Получение больших значений индуктивностей в достаточно широкой полосе частот для большого диапазона рабочих токов (до 100 А и более) представляет собой актуальную и достаточно сложную радиотехническую задачу. Такие индуктивности, выполняемые в виде многослойных катушек [1], являются, в частности, основными элементами радиореакторов помехоподавления (РРПП) для электротранспорта – фильтров нижних частот (ФНЧ), предотвращающих выброс в сеть высокочастотных импульсов и излучение радиопомех при изменении режимов работы электродвигателей, что важно для достижения электромагнитной совместимости (ЭМС), особенно в черте городов. Для электропоездов, например, необходимы индуктивности порядка десятков мГн при постоянных токах до 800 А, для троллейбусов и трамваев – до 1 мГн при токах до 300 А.

Для значительного снижения габаритов, массы и стоимости РРПП представляется целесообразным использовать магнитные экраны из мягкого ферромагнетика, позволяющие увеличить значение индуктивности на низких частотах и малых токах на порядки до нескольких сотен раз. Однако в рабочих режимах по катушкам индуктивности таких реакторов протекают токи в сотни ампер, что резко снижает нелинейную

индуктивность, а подавление паразитных высокочастотных колебаний, обеспечивающее выполнение требований по ЭМС, необходимо обеспечить в широком частотном диапазоне, что требует определения частотных свойств РРПП. Поэтому проектирование РРПП является многофакторной минимаксной задачей, включающей радиотехнические, технологические и экономические факторы, для которой важно знать зависимости нелинейной индуктивности от тока, конфигурации экранов и частоты, определение которых и является целью работы.

Расчет сложных магнитных полей обычно основан на численном решении дифференциальных уравнений магнитостатики. В работах [2; 3] рассмотрены интегральные уравнения (ИУ), сформулированные на основе магнитостатического потенциала, а в работах [4–6] – ИУ и также интегродифференциальные уравнения (ИДУ), сформулированные как для магнитного поля, так и для вектор-потенциала. Такие уравнения весьма удобны, поскольку позволяют получить стационарные функционалы, пригодные для оптимизации, в том числе и для рассматриваемой задачи.

1. Частотные свойства индуктивности

Индуктивность замкнутого (соленоидального) постоянного тока в вакууме с плотностью тока,

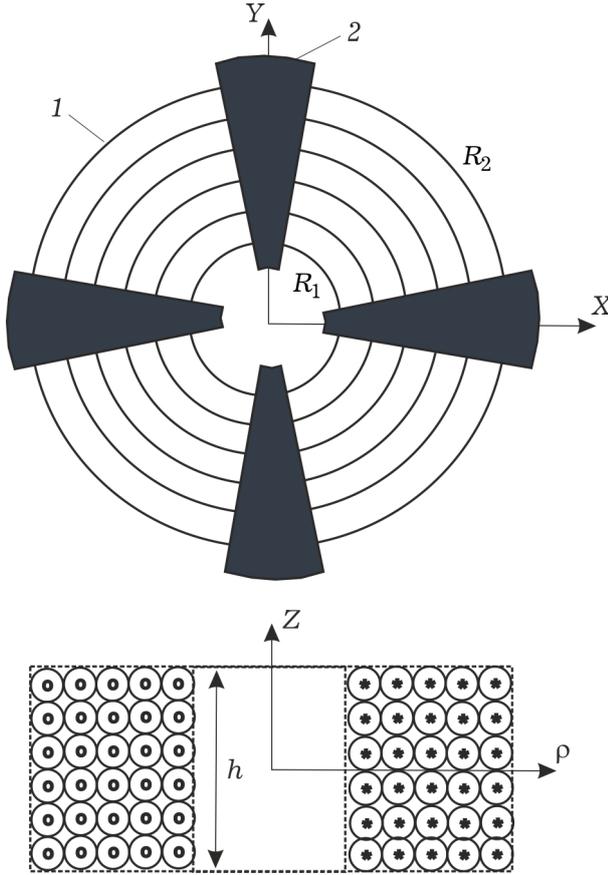


Рис. 1. Вид сверху катушки с магнитными экранами в виде скоб 1 (вверху рисунка) и сечение катушки вне экранов (внизу) с изолированными витками 2

удовлетворяющей уравнению $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$, дается формулой (4.68) работы [7] как двойной интеграл по объему V от произведения $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}) \mathbf{J}(\mathbf{r}')$ плотностей тока в разных точках и статической функции Грина (ФГ) $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = (4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)^{-1}$ с множителем $\mu_0 I^{-2}$, где I – протекающий через любое поперечное сечение s полный ток, который (в силу соленоидальности) не зависит от расположения сечения. Для замкнутого проводника постоянного сечения (провода) плотность тока постоянна по поперечному сечению и равна $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}I / s$, где \mathbf{v} – нормаль к нему. Если L_0 – индуктивность одного замкнутого контура, то для контура из n одинаковых витков в объеме плотность тока увеличивается в n раз, и получим индуктивность $n^2 L_0$. Определение пригодно и для переменного тока с учетом запаздывания $\exp(-jk_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ в ФГ. В этом случае распределение плотности тока неоднородно по поперечному сечению провода: следует учитывать скин-эффект, который уменьшает индуктивность. Ток течет не по неполному сечению проводника радиуса r , а по кольцу толщиной $\delta \ll r$. В предельном случае очень больших частот δ / r стре-

мится к нулю. Вводя поверхностную плотность тока $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}_\perp) \delta(x_\nu)$, где x_ν – нормальная координата к поверхности S , получаем индуктивность на очень высоких частотах:

$$L_0 = \mu_0 I^{-2} \iint_S \iint_S G(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}_\perp) \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}'_\perp) d^2 r d^2 r'. \quad (1)$$

В случае одного проволочного кольца поверхность S есть поверхность тора, а для цилиндрического проводника – поверхность цилиндра, при этом $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}_\perp) = I / (2\pi r)$. Для цилиндра

$$|\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp| = \sqrt{(z - z')^2 + 2r^2 (1 - \cos(\varphi - \varphi'))}.$$

Тогда высокочастотная индуктивность проводника длины l есть

$$L_0 = \frac{\mu_0}{16\pi^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} \left(1 / \sqrt{(z - z')^2 + 2r^2 (1 - \cos(\varphi - \varphi'))} \right) d\varphi d\varphi' dz dz'. \quad (2)$$

Интеграл можно преобразовать так:

$$L_0 = \frac{\mu_0 l}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{d\varphi d\xi}{\sqrt{\xi^2 + 2r^2 (1 - \cos(\varphi))}}. \quad (3)$$

Вычисляя интеграл по углу по формуле (2.5.16.45) работы [8], получаем

$$L_0 = \frac{\mu_0 l}{\pi^2} \int_0^l \frac{\mathbf{K}\left(2r / \sqrt{\xi^2 + 2r^2}\right) d\xi}{\sqrt{\xi^2 + 2r^2}}. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{K}(x)$ – полный эллиптический интеграл 1-го рода. Очевидно, индуктивность (4) меньше индуктивности провода на постоянном токе [9]: $L_0 = [\mu_0 l / (2\pi)] [\ln(2l / r) - 3 / 4]$. В [9] приведена приближенная формула (2-16): $L_0 = [\mu_0 l / (2\pi)] [\ln(2lc^{-\mu} / r) - 1]$, в которой μ – магнитная проницаемость (МП) материала провода, а параметр $c < 1$ определяется из формулы $\ln(c) = -(1/3) \delta / r (1 - (1/10) \delta^2 / r^2)$. Частотные свойства проявляются из-за зависимостей $\delta(\omega) = \sqrt{2 / (\omega \sigma \mu_0 \mu(\omega))}$ и $\mu(\omega)$. Для немагнитного проводника ($\mu = 1$) на очень высоких частотах результат (4) соответствует формула $L_0 = [\mu_0 l / (2\pi)] \times [\ln(2l / r) - 1]$.

На основе использованного подхода определены индуктивности катушек в виде многорядных плоских спиралей рис. 1, используемые в РРПП. Однако эти довольно громоздкие формулы мы здесь не приводим. Расчеты показывают, что вплоть до частот в сотни МГц для немагнитных

проводников L_0 уменьшается не более чем на 15 %. Это существенно меньше, чем уменьшение индуктивности за счет дисперсии МП магнитных экранов рис. 2, поэтому при больших значениях тока его можно не учитывать.

2. Интегродифференциальные уравнения магнитостатики

Опишем магнетик (магнитный экран) с МП $\mu(\mathbf{r}, H(\mathbf{r}))$ и магнитной восприимчивостью $\chi = \mu - 1$. Рассматриваем изотропный неоднородный и нелинейный магнетик, МП которого зависит от амплитуды $H(\mathbf{r})$ магнитного поля. Для переменного монохроматического поля учитываем зависимость МП от частоты: $\mu(\mathbf{r}, \omega, H(\mathbf{r}, \omega))$. Зависимость от частоты (дисперсия) определяется перемагничиванием за период. ИУ и ИДУ магнитостатики можно формулировать по-разному [2–6]. В частности, их можно записать ИУ для намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{B} / \mu_0 - \mathbf{H}$ [2]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}) \left[\int_{V_J} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 r' - \nabla \int_{V_M} \mathbf{M}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 r' \right], \quad (5)$$

ИУ для магнитного поля [3; 5; 6]

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_{V_J} G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \nabla' \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') d^3 r' - \nabla \int_{V_M} G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mu^{-1}(\mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' \mu(\mathbf{r}') d^3 r' + \mathbf{H}_S(\mathbf{r}), \quad (6)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int_{V_J} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 r' - \nabla \int_{V_M} (\mu(\mathbf{r}') - 1) \mathbf{H}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 r', \quad (7)$$

и ИДУ для вектор-потенциала [4–6]

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_V G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \left[\mu(\mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') + \mu^{-1}(\mathbf{r}') \nabla' \mu(\mathbf{r}') \times \nabla' \times \mathbf{A}(\mathbf{r}') \right] d^3 r', \quad (8)$$

определенного как $\mu(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$ с условием калибровки $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0$. Входящее в (6) поле поверхностных источников дается интегралом

$$\mathbf{H}_S(\mathbf{r}) = \oint_{S_M} \mathbf{v}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}') d^2 r',$$

который исчезает, если внутри магнетика намагниченность однородная и $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. Первые инте-

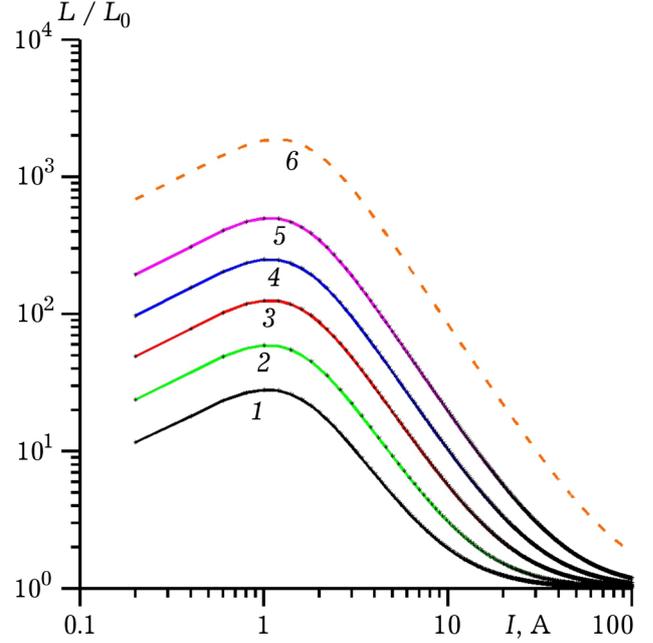


Рис. 2. Зависимость L / L_0 от тока в катушке I (А) при разных заполнениях объема материалом экрана: $\varphi = \pi / 2$, $t = 8$ (1), 16 (2), 32 (3) мм; $t = 32$, $\varphi = \pi$ (4), $\varphi = 2\pi$ (5); $\varphi = 2\pi$, $t = 100$ мм. $R_1 = 10$, $R_2 = 180$ мм (6)

гралы в (6) и (7) равны друг другу и определяют поле \mathbf{H}_0 , создаваемое током. Возможны другое представление поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) - \nabla \psi(\mathbf{r})$ [2] и связанные объемные ИДУ для $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{r})$ и $\varphi(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_V G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [\mathbf{J}(\mathbf{r}') + \nabla' \psi(\mathbf{r}')] d^3 r', \quad (9)$$

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int_V G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mu^{-1}(\mathbf{r}') \times \left[\nabla' \times \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{r}') - \nabla' \psi(\mathbf{r}') \right] \cdot \nabla' \mu(\mathbf{r}') d^3 r'. \quad (10)$$

Здесь V_M – объем, занятый магнетиком; V_M – его поверхность; V_J – объем, занятый создающим поле соленоидальным током; V – объем, где ищется поле. Даже при $\mathbf{H}_S = 0$ ИУ (6) можно рассматривать как ИДУ, поскольку $\mu^{-1}(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \mu(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r})$. Отметим, что на границе магнетика $\nabla \mu$ содержит дельта-функцию от нормальной координаты, поэтому в (6) и (8) возникают дополнительные поверхностные интегралы. Объемные ИУ (5) и (7) требуют решения только в объеме V_M .

3. Индуктивность в присутствии магнетика

Задав \mathbf{J} , решив приведенные выше ИУ или ИДУ, т. е. найдя \mathbf{H} , в принципе можно вычислить магнитный поток Φ , ток и индуктивность $L = \Phi / I$. Рассмотрим другой, более удобный путь, связанный с определением энергии магнит-

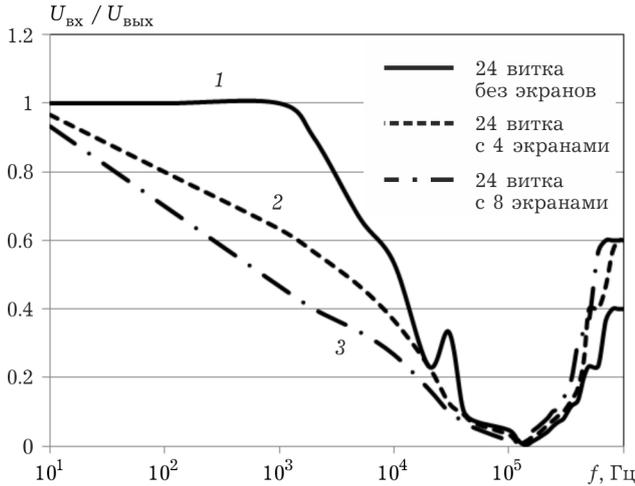


Рис. 3. Частотная характеристика подавления образца РРПП с 24 витками катушки индуктивности: кривая 1 — для катушки без магнитных экранов; 2 — с 4 магнитными экранами; 3 — с 8 магнитными экранами

ного поля в статике. Пусть L_0 — индуктивность магнитного поля в отсутствие магнетика, которую легко вычислить, а L — индуктивность в присутствии магнетика и при токе I . С одной стороны, для энергий магнитного поля имеем $E_{M0} = L_0 I^2 / 2$ и $E_M = L I^2 / 2$. С другой стороны, можно записать

$$E_{M0} = \frac{\mu_0}{2} \int_{V_0} \mathbf{H}_0^2(\mathbf{r}) dV, \quad (11)$$

$$E_M = \frac{\mu_0}{2} \int_V \mu(\mathbf{r}, H(\mathbf{r})) \mathbf{H}^2(\mathbf{r}) dV.$$

Здесь объем V бесконечный, поле \mathbf{H}_0 создается при $\mu = 1$ током катушки. В принципе можно считать $V_0 = V$. Для некоторых катушек есть области, где поле отсутствует или им можно пренебречь, и эти области можно исключить из V_0 . Далее из-за убывания поля V считаем конечным. Таким образом, имеем

$$L = L_0 \int_{V_0} \mathbf{H}_0^2(\mathbf{r}) dV / \int_V \mu(\mathbf{r}, H(\mathbf{r})) \mathbf{H}^2(\mathbf{r}) dV. \quad (12)$$

Для расчета по указанной формуле в первом приближении берем $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$ и применяем метод последовательных приближений. На рис. 2 представлены результаты расчета индуктивности при наличии экранов для катушки рис. 1. Экраны занимают некоторый угловой сектор и служат в качестве скоб, фиксирующих намотку кабеля. Использованы значения МП электро-технической стали в зависимости от напряженности магнитного поля, которое изменяется от значений 900 при малых полях до максимального значения 5900 при $H = 5$ А/м, а затем почти экспоненциально спадает, при $H = 30$ А/м —

примерно до 400. Электродинамические модели частотных свойств индуктивности рассмотрены в работах [4; 6]. В них учтены дисперсия МП, определяемая формулой Дебая; распределенная межвитковая емкость и фазовые сдвиги, возникающие на высоких частотах, когда длина волны становится сравнимой с длиной провода намотки. Результаты показывают наличие провалов типа резонансов в коэффициенте передачи ФНЧ, формально соответствующих уменьшению L . На рис. 3 приведены экспериментальные результаты частотной зависимости коэффициента передачи типового РРПП [1], которые точно не хуже 10 % соответствуют результатам полученных моделей.

4. Нелинейная индуктивность в цепи переменного тока

Исследуемые РРПП работают в цепях переменного тока, поэтому важна их реакция на импульсные воздействия и на переходные процессы при включении синусоидального воздействия.

Для моделирования индуктивности в электрических цепях необходимо иметь ее зависимость от тока. Можно использовать соотношение $L = k\mu(H)L_0$, где $k = V_J / V$ — коэффициент заполнения, определенный, если поле достаточно однородное. Для определения амплитуды H используем метод последовательных приближений для $\mathbf{H}(\mathbf{r}, I)$ из (6) или (7), рассчитав нулевое приближение без магнетика. Амплитуду H определяем как усредненную по объему величину $\text{sgn}(M)|\mathbf{H}(\mathbf{r}, I)|$, т. е. считаем ее изменяющей знак при изменении знака намагниченности. Функцию намагниченности $M = f_i(H)$ также удобно аппроксимировать. Она имеет тип сигмоидной функции с гистерезисом. Имеется несколько сигмоидных функций, например: $f_1(x) = 2 / (1 + \exp(-x / (2x_0))) - 1$ или $f_1(x) = \tanh(x / x_0)$, $f_2(x) = x / (|x| + x_0)$, $f_3(x) = (2 / \pi) \arctan(x / x_0)$. Все они нечетные, равны нулю при $x = 0$, а при $x = x_0$ две последние равны 1/2, а первая равна примерно 0.73. Пусть M_m — максимальная намагниченность в постоянном бесконечно сильном поле, когда все диполи ориентированы вдоль него. Если гистерезиса нет (идеальный магнитомягкий материал), то, например, имеем для $i = 3$:

$$M(H) = (2M_m / \pi) \arctan(H / \bar{H}). \quad (13)$$

При амплитуде \bar{H} достигается половинная намагниченность от максимальной величины. Рас-

смотрим сигмоидную функцию с гистерезисом. В этом случае важна предыстория намагничивания, поэтому введем зависимость от времени $H(t)$ и величину $m(t) = \text{sgn}(\dot{H}(t)) = \pm 1$. Считаем процесс медленным с установлением релаксации. В отсутствие намагниченности полагаем $M_{0m} = 0$. Если намагничивание идет от нуля до M_m , то при обратном уменьшении поля до нуля имеем остаточную намагниченность M_0 . Дальнейшее перемагничивание (считаем H теперь величиной отрицательной) приводит к значению $-M_m$. Увеличение отрицательного значения поля до нуля дает величину $-M_0$ (считаем кривую гистерезиса симметричной), а при больших положительных значениях опять имеем величину M_m . Обозначим точки $\pm H_M$, где $M = 0$. Пусть намагничивание идет от неких минимальных до неких максимальных значений и наоборот. Если производная $\dot{H}(t)$ положительная ($m = 1$), вычисляется максимум поляризации M_{0m} , но при вычислении используется предыдущее значение минимума. При изменении знака $\dot{H}(t)$ вместо минимального значения подставляется полученное максимальное значение M_{0m} и начинает снова вычисляться минимум. Такая подстановка происходит при каждой смене знака. Очевидно, в случае гистерезиса имеем аппроксимацию $f_0(H(t)) = f_i(H(t) + (M_{0m}(t) / M_m) H_M)$. Здесь можно использовать все функции $i = 1, 2, 3$. В случае гистерезиса рассматриваем зависимости $I(t)$, $H(t) = H(I(t))$ и

$$M(H) = (2M_m / \pi) \arctan(H(t) / \bar{H}) + (M_{0m}(t) / M_m) H_M / \bar{H}.$$

Случаю отсутствия гистерезиса соответствует $H_M = 0$. В однородном магнетике при однородном поле $B(t) = \mu_0 H(t) + M(t)$, поэтому можно определить поток $\Phi(t)$ и напряжение на контуре $U = \dot{\Phi}(t) = (L(I(t)) + I(t) \partial L(I(t)) / \partial I) \dot{I}(t)$. Очевидно, пользоваться соотношениями $\mu(I(t)) = 1 + \mu_0^{-1} M(I(t)) / H(I(t))$ и $L = \mu L_0$ можно, только если они однозначны и дифференцируемые, т. е. в отсутствие гистерезиса. Соответственно при отсутствии поля должна отсутствовать и намагниченность. Иначе можно использовать только связь индукции, поля и намагниченности. Далее будем считать $H(I(t)) = \alpha I(t)$, где α – коэффициент, обратный длине, и рассматривать индуктивность $L = \mu L_0$, где $\mu = 1 + \alpha^{-1} k f_3(\alpha I(t) / \bar{H}) / I(t)$. Здесь коэффициент $k = 2M_m / (\pi \mu_0 \bar{H})$ определяет превышение проницаемостью единицы в слабом поле.

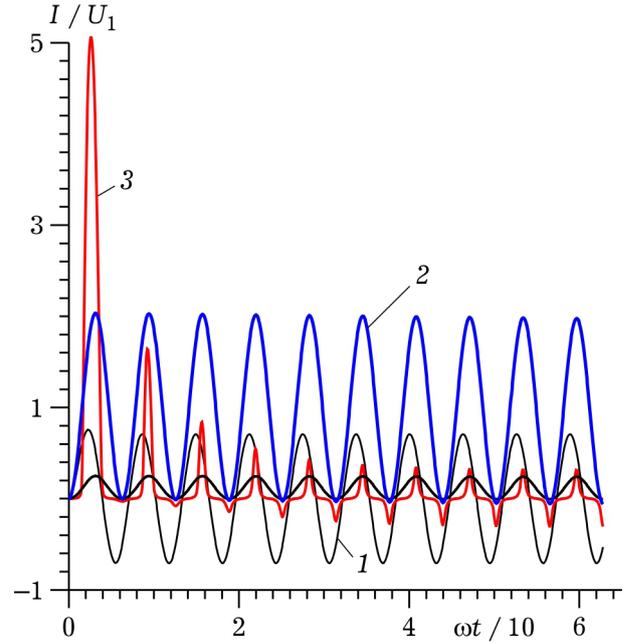


Рис. 4. Установление переходного процесса в контуре с нелинейной индуктивностью $L_0 = 0.1$, $\kappa = 10^3$, $I_0 = 1$ (кривые 2, 3) и сопротивлением $R = 1$ при включении гармонического источника ($U_0 = 0$). Кривая 1 – линейный случай ($\kappa = 0$); 2, 3 – величины I / U_1 и $I / U_1 \cdot 10$ соответственно при $U_1 = 10^2$ и $U_1 = 10^3$

Численные результаты получены для последовательного контура из источника напряжения $U(t) = X(t)[U_0 + U_1 \sin(\omega t)]$, сопротивления R и нелинейной индуктивности L . Здесь $X(t)$ – функция Хевисайда, т. е. напряжение считаем действующим с момента $t = 0$, до которого ни тока, ни намагниченности нет. Для простоты возьмем индуктивность в виде $L = L_0(1 + \kappa / (1 + |I(t)| / I_0))$. Здесь κ – магнитная восприимчивость; L_0 – индуктивность при полном насыщении (сильном токе); $L_0(1 + \kappa)$ – индуктивность при слабом токе; I_0 – ток, при котором $L = L_0(1 + \kappa / 2)$. Обозначив $\Phi = LI$, имеем уравнение $U = \partial \Phi / \partial t + RI$, или

$$y(t_1) = y(t_0) + L_0^{-1} \int_{t_0}^{t_1} [U(t) - RI(t)] dt, \quad (14)$$

где $y = I_0 x (1 + \kappa / (1 + |x|))$, $x(t) = I(t) / I_0$. Нормированный ток x определяется однозначно через правую часть (18):

$$x(t) = \text{sgn}(y(t)) \left[\sqrt{b^2 + |y(t)| / I_0} - b \right],$$

$$b = (1 + \kappa |y| / I_0) / 2.$$

На рис. 4 приведено установление периодических колебаний при $U_0 = 0$ для $\kappa = 0$ (линейный случай) и $\kappa = 10^3$ для $U_1 = 100$ и $U_1 = 1000$. Используются значения $R = 1$, $L_0 = 0.1$, $I_0 = 1$, $\omega = 10$.

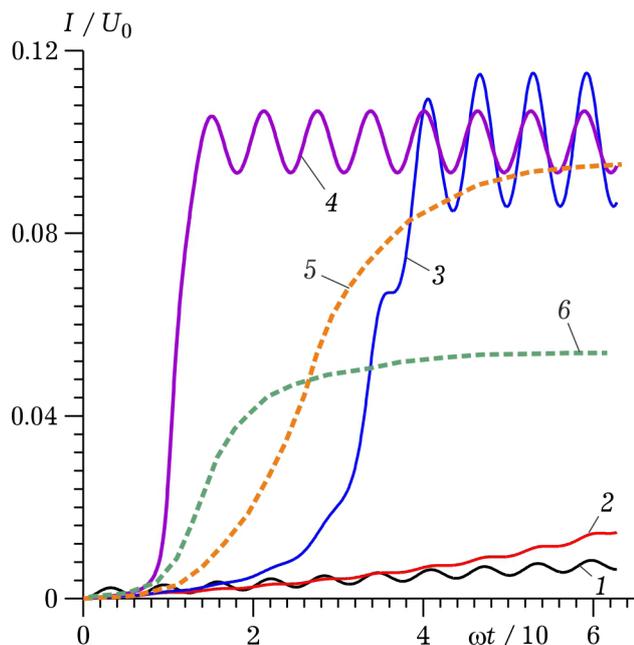


Рис. 5. Установление переходных процессов для нелинейного контура при включении синусоидального (кривые 1–4) и импульсного напряжения (4, 5). $U_1 = 10$: $U_0 = 10$ (кривая 1); $U_0 = 10^2$ (2); $U_0 = 3 \cdot 10^2$ (3); $U_0 = 10^3$ (4); $U_0 = 10$ (5); $U_0 = 20$ (6). $R = 1$, $\omega = 1$

Номиналы величин можно относить к системе СИ или использовать их нормированные значения. На рис. 5 установление колебаний в такой цепи показано для $U_1 = 10$ в случае малого и большого постоянного напряжения. Там же приведены кривые 5, 6 переходного процесса включения постоянного напряжения. Уравнение (18) решалось методом предиктор-корректор с тройкратной коррекцией. Соответствующий неявный метод имеет 4-й порядок. При малых амплитудах U_1 режим линейный с большой индуктивностью. С увеличением амплитуды индуктивность ведет себя как выпрямляющий элемент, при этом появляются четные гармоники и постоянная составляющая. Знак выпрямления (постоянной составляющей) определяется знаком напряжения первого полупериода. При его изменении полярность выпрямленного тока меняется. Дальнейшее повышение амплитуды приводит к увеличению нечетных гармоник и появлению колебательного режима. Рис. 2 показывает, что при $U_0 \sim U_1$ переходный режим достаточно долгий и сложный, но при $U_0 \gg U_1$ поведение индуктивности близко к линейному, причем ее значение падает с ростом U_0 . Уменьшение индуктивности характеризуется большим размахом колебаний. Поскольку реально индуктивность есть функция времени, при быстропеременных процессах удобно вводить эффективную индуктивность,

усредненную за период. Наличие в контуре емкости приведет к нелинейному резонансу: приближение частоты к резонансной увеличивает ток и уменьшает индуктивность, что, в свою очередь, препятствует его нарастанию. Результат зависит от того, с какой стороны осуществлен подход к резонансу. Достижение нелинейного резонанса удобнее осуществлять путем медленного изменения амплитуд U_0 , U_1 , при этом возможен резонанс на гармониках. При учете сильного гистерезиса модель усложняется, при этом гистерезис эквивалентен запаздыванию в нелинейной цепи. Это может приводить к появлению нелинейных хаотических колебаний. Магнитные экраны делают переходный процесс при воздействии импульса более плавным, что связано с большим ограничением тока намагничиванием. Работу электродвигателей можно моделировать как последовательность таких импульсов. Наличие гистерезиса может приводить к хаотическим колебаниям.

Заключение

В работе использованы полученные ранее объемные ИУ и ИДУ магнитостатики для магнитного поля и намагниченности в случае наличия заданного стороннего магнитного поля, созданного постоянным соленоидальным током в проводнике (катушке), и присутствия магнитного тела со скалярной неоднородной магнитной проницаемостью, которая может быть нелинейной функцией поля. Магнитные экраны позволяют увеличить индуктивность при малом токе на 2–3 порядка, но при больших токах и частотах она резко падает. На основе этих уравнений рассмотрены частотные и нелинейные свойства РРПП в контуре при включении синусоидального и импульсного напряжений. Частотные свойства слабо зависят от скин-эффекта и в основном определяются временем релаксации τ перемагничивания доменов электротехнической стали:

$$\chi(\omega, H(\omega)) = \chi(H(0)) \left[1 + (\omega\tau)^2 \right]^{-1}.$$

РРПП с магнитными экранами более сильно ограничивает начальное нарастание тока.

Список литературы

1. Устройство для подавления радиопомех при работе электротранспорта: патент на полезную модель № ПМ138345. РФ / Козлов А.В., Корнев И.А., Аминев С.Р.; патентообладатель ООО НПФ «Этна», заявл. 28.10.13, опубл. 10.03.14. Бюл. 7.

2. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 229 с.
3. Акишин П.Г., Сапожников А.А. Метод объемных интегральных уравнений в задачах магнитостатики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. 2014. № 2. С. 310–315.
4. Давидович М.В., Козлов А.В. Интегродифференциальные уравнения магнитостатики и индуктивность при наличии электромагнитных экранов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2010. Т. 13. № 2. С. 46–51.
5. Бушуев Н.А., Давидович М.В., Альтшулер Е.Ю. Магнитное поле МПФС приборов О-типа: расчет на основе интегральных соотношений // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16. № 2. С. 36–44.
6. Определение нелинейной индуктивности в статическом и динамическом режимах / М.В. Давидович [и др.] // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2016. Т. 16. № 1. С. 33–43.
7. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные волны. М.: Сов. Радио, 1971. 662 с.
8. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М: Наука, 1983. 752 с.
9. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивности. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
- Engineers: Trans. from English]. M.: Mir, 1986, 229 p. [in Russian].
5. Akishin P.G., Sapozhnikov A.A. Metod ob'emnyh integral'nyh uravnenij v zadachah magnitostatiki [The method of volume integral equations in magnetostatic problems]. *Vestnik Rossijskogo universiteta družby narodov. Serija: Matematika, informatika, fizika* [Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series: Mathematics, Computer Science, Physics], 2014, no. 2, pp. 310–315 [in Russian].
4. Davidovich M.V., Kozlov A.V. Integrodifferentsial'nye uravnenija magnitostatiki i induktivnost' pri nalichii elektromagnitnyh ekranov [Integro-differential magnetostatic equations and inductance in the presence of electromagnetic shields]. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy* [Wave process physics and radio systems], 2010, no. 2, pp. 46–51 [in Russian].
5. Bushuev N.A., Davidovich M.V., Al'tshuler E.Ju. Magnitnoe pole MPFS priborov O-tipa: raschet na osnove integral'nyh sootnoshenij [MPFS magnetic field of O-type devices: calculation based on integral relations]. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy* [Wave process physics and radio systems], 2013, no. 2, pp. 36–44 [in Russian].
6. Davidovich M.V. [et al.] Opredeleniye nelineynoy induktivnosti v staticheskom i dinamicheskom rezhimakh [Determination of nonlinear inductance in static and dynamic modes]. *Izvestija Saratovskogo universiteta. Novaja serija. Serija: Fizika* [News of Saratov University. New series. Series: Physics], 2016, no. 1, pp. 33–43 [in Russian].
7. Gol'dshtejn L.D., Zernov N.V. Elektromagnitnye volny [Electromagnetic waves]. M.: Sov. Radio, 1971, 662 p. [in Russian].
8. Prudnikov A.P., Brychkov Ju.A., Marichev O.I. Integraly i rjady. Spetsial'nye funktsii [Integrals and series. Special features]. M.: Nauka, 1983, 752 p. [in Russian].
9. Kalantarov P.L., Tsejtin L.A. Raschet induktivnosti. [Calculation of inductance.]. L.: Energoatomizdat, 1986, 488 p. [in Russian].

References

1. Kozlov A.V., Kornev I.A., Aminev S.R. Ustroystvo dlya podavleniya radiopomekh pri rabote elektrotransporta: patent na poleznuyu model no. PM138345. RF [A device for suppressing radio interference during operation of electric vehicles: a patent for a utility model no. PM138345. Russian Federation]; patentoobladatel' OOO NPF «Etna», zajavl. 28.10.13, opubl. 10.03.14. Bjul. 7. [in Russian].
2. Sil'vester P., Ferrari R. Metod konechnyh elementov dlja radioinzhenerov i inzhenerov-elektrikov: per. s angl. [Finite Element Method for Radio Engineers and Electrical

Nonlinear and frequency properties of interference suppression radio reactors for electric vehicles

M.V. Davidovich^{1,2}, I.A. Kornev²

¹ Saratov National Research State University
83, Astrakhanskaya Street
Saratov, 410012, Russian Federation

² LLC Research and Production Company «Etna»
11, Vishnevaya Street
Saratov, 410040, Russian Federation

In the work on the basis of the obtained integral relations, including the integral equations, taking into account the influence of nonlinear magnetic screens on the inductance of multilayer coils depending on the current strength, we study the frequency and nonlinear properties of the inductances of radio reactors of electric transport for interference suppression. Also we study their behavior in the circuit under nonstationary effects.

Keywords: integral equations, integrodifferential equations, magnetostatics, inductance, noise suppression.
