## Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 537.87

# Синтез профиля показателя преломления волоконного световода с учетом керровской нелинейности

### В.А. Бурдин, А.В. Бурдин

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики 443010, Российская Федерация, г. Самара ул. Л. Толстого, 23

В предлагаемой работе исследуются возможности уменьшения искажений мощных фемтосекундных импульсов при передаче по волоконному световоду за счет выбора его профиля показателя преломления с учетом изменений профиля из-за кубической нелинейности материала световода. Представлены приближенные аналитические выражения для расчета дисперсионных характеристик волоконного световода с произвольным профилем показателя преломления, позволяющие учитывать изменения профиля за счет керровской нелинейности. Предложена методика синтеза профиля, оптимизируемого для передачи оптических импульсов с заданными параметрами. Представлен пример синтезированного профиля. Приведены результаты моделирования распространения оптических импульсов по ступенчатому волоконному световоду и световоду с синтезированным профилем.

Ключевые слова: волоконный световод, оптическое волокно, профиль показателя преломления, керровская нелинейность, хроматическая дисперсия, наклон дисперсионной характеристики.

#### Введение

С прогрессом техники и технологий фемтосекундных лазеров, позволяющих формировать ультракороткие оптические импульсы гигантской энергии, расширяется область применения таких лазеров [1-5]. С развитием их приложений еще более актуальной становится задача передачи по световоду импульсов большой мощности и формирования на его выходе импульсов с требуемыми параметрами [3-5]. При этом при передаче мощных фемтосекундных импульсов возникают дополнительные искажения, обусловленные изменениями профиля показателя преломления световода из-за нелинейности. Согласно [6-9] необратимые изменения показателя преломления оптических волокон из кварцевого стекла имеют место при превышении энергией импульса порога 0,1-2,0 мкДж, а лазерный пробой – величин около 4,0-10,0 мкДж. При длительности оптических импульсов порядка 10-100 фс их пиковая мощность достигает значений более 1-10 МВт при энергии значительно ниже порога лазерной модификации материала. При таких значениях мощности профиль показателя преломления световода существенно изменяется вследствие керровской нелинейности, что приводит к изменениям дисперсионных характеристик волоконного световода [10-12],

а при определенных условиях и к нелинейному возбуждению мод высшего порядка и модовой нестабильности [13-16]. Другими словами, при передаче по волоконным световодам фемтосекундных импульсов большой мощности имеют место существенные изменения профиля показателя преломления световода с кубической нелинейностью при энергии импульсов ниже порога лазерной модификации кварцевого стекла, что приводит к дополнительным искажениям импульса при передаче по световоду в рабочих режимах функционирования лазера.

Наиболее эффективным способом передачи импульсов в световоде при минимуме искажений является формирование квазисолитонного режима передачи. Это осуществляется либо за счет выбора параметров импульса при заданных характеристиках световода, либо за счет управления дисперсией при заданных параметрах импульса. В свою очередь, управление дисперсией может осуществляться либо за счет выбора профиля показателя преломления оптического волокна, либо на дисперсионных картах при последовательном включении оптических волокон, дисперсия которых имеет противоположные знаки [13; 17-18]. Вместо одного из оптических волокон (компенсирующего волокна) на дисперсионной карте может включаться фильтр с соответствующей фазовой характеристикой. По-© Бурдин В.А., Бурдин А.В., 2018

тенциальные возможности управления на дисперсионной карте для фемтосекундных импульсов большой мощности в диапазоне С рассмотрены, в частности, в [19; 20]. В предлагаемой работе исследуются возможности уменьшения искажений мощных фемтосекундных импульсов по волоконному световоду за счет выбора его профиля показателя преломления с учетом изменений профиля из-за кубической нелинейности материала световода.

## 1. Модель профиля показателя преломления и дисперсионные характеристики одномодового ступенчатого волоконного световода с кубической нелинейностью

Рассмотрим одномодовый ступенчатый осесимметричный волоконный световод из плавленого кварцевого стекла, профиль показателя преломления которого без учета нелинейности описывается как:

$$n_{S}(r) = \begin{cases} n_{cr}, & r \leq a, \\ n_{cl}, & r > a, \end{cases}$$

где  $n_{cr}$  — показатель преломления материала сердцевины;  $n_{cl}$  — показатель преломления материала оболочки; a — радиус сердцевины; r радиальная координата.

Профиль показателя преломления волоконного световода с кубической нелинейностью, учитывая зависимость показателя преломления материала от интенсивности оптического излучения вследствие керровской нелинейности [13], описывается формулой:

$$n\left(r\right) = n_{S}\left(r\right) + n_{2}I\left(r\right)$$

где I(r) – интенсивность оптического излучения, Вт / м<sup>2</sup>;  $n_2$  – параметр керровской нелинейности, м<sup>2</sup> / Вт.

Соответственно, распределение вдоль радиальной координаты показателя преломления, взведенного во вторую степень, в таком световоде описывается следующим образом:

$$n^{2}(r) = n_{S}^{2}(r) + 2n_{S}(r)n_{2}I(r) + n_{2}^{2}I^{2}(r), \qquad (1)$$

В [10] для слабонаправляющего ступенчатого кварцевого одномодового волоконного световода с осевой симметрией были теоретически исследованы изменения профиля показателя преломления за счет керровской нелинейности и обусловленные ими изменения дисперсионных характеристик. Задачу решали следующим образом. Подставили (1) в скалярное уравнение Гельмгольца, и, полагая при этом, что интенсивность оптического излучения равна квадрату напряженности поля, а членом второго порядка малости в (1) можно пренебречь, получили скалярное уравнение, которое решали численно.

В [21] при тех же допущениях данную задачу решали методом приближения Гаусса [22]. Как и следовало ожидать, результаты, полученные в работах [10] и [21], хорошо согласуются между собой. При изменении мощности оптического излучения от 1 мВт до 200 кВт время задержки и хроматическая дисперсия моды изменяются незначительно, в отличие от постоянной распространения моды, изменения которой существенны.

В [23] рассматриваемую задачу также решали методом приближения Гаусса, но с учетом всех составляющих формулы (1), включая и член второго порядка малости. Здесь, как и в [21], были получены приближенные аналитические выражения для дисперсионных характеристик. Как показал анализ, результаты вычислений по данным формулам достаточно хорошо согласуются с результатами, представленными в работах [10; 21] в диапазоне изменения мощности оптического излучения до 1 кВт. С увеличением мощности расхождение результатов, рассчитанных по формулам из [21] и [23] возрастает и уже при значениях мощности более 200 кВт становится достаточно большим. Это объясняется тем, что в области изменений эквивалентного радиуса пятна моды, где характеристическое уравнение имеет решение, вклад составляющей пропорциональной квадрату интенсивности оптического излучения с увеличением мощности становиться существенным. Отсюда следует вывод, что при анализе процессов распространения в световодах оптических импульсов большой мощности необходимо учитывать все составляющие формулы (1), описывающей квадрат показателя преломления среды с кубической нелинейностью. В противном случае, при увеличении мощности оптического излучения погрешности оценок дисперсионных характеристик одномодового волоконного световода с керровской нелинейностью могут быть велики.

Следует отметить, что при заданном значении нормированной частоты с увеличением мощности оптического излучения, начиная с некоторого ее значения, имеет место рост скорости уменьшения радиуса пятна моды до тех пор, пока мощность не достигнет порогового значения, при превышении которого у характеристического уравнения нет решений, имеющих физический смысл. Как следствие, при достаточно больших значениях мощности фундаментальной моды в инфракрасной области при превышении некоторых пороговых значений длины волны условия распространения моды не выполняются. Для заданной конструкции световода каждому значению мощности соответствует свое пороговое значение длины волны. Очевидно, что данные ограничения обусловлены эффектом самофокусировки.

## 2. Аналитические выражения для дисперсионных характеристик одномодового волоконного световода с профилем произвольной формы и кубической нелинейностью

Для синтеза профиля показателя преломления требуется решение прямой задачи для световода с произвольным профилем. В [24] было получено общее решение для произвольной линейно-поляризованной моды осесимметричного волоконного световода с произвольным профилем. Решение получено на основе совместного применения метода приближения Гаусса и метода стратификации [25; 26]. Были выведены аналитическое выражение для постоянной распространения моды и характеристическое уравнения в виде [24]:

$$\beta^{2} = k^{2} n_{0}^{2} - \frac{m!}{(l+m-1)!} \times \left\{ \left[ \sum_{i=1}^{N} k^{2} \Delta n_{i}^{2} \Phi_{m}^{l}(x_{i}) \right] + \frac{C}{a^{2} R_{0}^{2}} \right\},$$

$$\left\{ \sum_{i=1}^{N} k^{2} \Delta n_{i}^{2} r_{i}^{2} \left[ F_{m}^{(l)}(x_{i}) \right] \right\} - C = 0,$$

$$\Phi_{m}^{(l)}(x) = \int_{x}^{\infty} F_{m}^{(l)}(y) \, dy,$$

$$x = R^{2} / R_{0}^{2}, \quad R = r/a, \quad R_{0} = r_{0}/a,$$
(2)
(3)

где  $F_m^{(l)}(x_i)$  — функция Лагерра — Гаусса, описывающая радиальное распределения поля моды азимутального порядка l и радиального порядка  $m; \eta_0$  — эквивалентный радиус пятна моды, м.

Поле фундаментальной моды описывается следующим образом [22]:

$$\left[F(r)\right]^{2} = \exp(-x), \tag{4}$$

Подставим (1) и (4) в (2), (3). В результате после некоторых преобразований, получаем аналитическое выражение для квадрата постоянной распространения и характеристическое уравнение для фундаментальной моды *LP*<sub>01</sub>. Формула для квадрата постоянной распространения имеет вид:

$$\begin{aligned} \beta_{01}^{2} &= \beta_{0}^{2} \left( 0 \right) + \beta_{1}^{2} (A) + \beta_{2}^{2} \left( A^{2} \right), \end{aligned} \tag{5} \\ \beta_{0}^{2} \left( 0 \right) &= k^{2} n_{cr}^{2} - \sum_{i=1}^{N} \left( k^{2} \Delta n_{i}^{2} \right) \exp \left( -x_{i} \right), \end{aligned} \\ \beta_{1}^{2} (A) &= A x_{0} \left[ k^{2} n_{cr} - \sum_{i=1}^{N} \left( k^{2} \Delta n_{i} \right) \exp \left( -2x_{i} \right) \right], \end{aligned} \\ \beta_{2}^{2} \left( A^{2} \right) &= \frac{1}{3} k^{2} A^{2} x_{0}^{2}, \cr \Delta n_{i} &= n_{i} - n_{i+1}, \quad \Delta n_{i}^{2} = n_{i}^{2} - n_{i}^{2}, \cr x_{i} &= R_{i}^{2} / R_{0}^{2}, \quad x_{0} = 1 / R_{0}^{2}, \cr R_{i} &= r_{i} / a, \quad R_{0} = r_{0} / a, \cr A &= \frac{n_{2} P_{m}}{2 \pi a^{2}}, \end{aligned}$$

где  $n_i$ ,  $r_i$  – показатель преломления и внешний радиус *i*-го слоя, соответственно.

Характеристическое уравнение принимает вид:

$$k^{2}a^{2}\left\{\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta n_{i}^{2}x_{i}}{x_{0}}\exp\left(-x_{i}\right)+A\left[n_{cr}-\sum_{i=1}^{N}\Delta n_{i}\left(2x_{i}-1\right)\exp\left(-2x_{i}\right)\right]+\left(6\right)+\frac{2}{3}A^{2}x_{0}\right\}-1,$$

Из (5) и (6) получаем выражения для первой, второй и третьей производных для по  $k = 2\pi/\lambda$ возведенной во вторую степень постоянной распространения фундаментальной моды:

$$\frac{\partial \beta_{01}^2}{\partial k} = \frac{\partial \beta_0^2}{\partial k} + \frac{\partial \beta_1^2}{\partial k} + \frac{\partial \beta_2^2}{\partial k}, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \beta_0^2}{\partial k} = \frac{\partial \left(k^2 n_{cr}^2\right)}{\partial k} - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} \exp\left(-x_i\right),$$

$$\frac{\partial \beta_1^2}{\partial k} = A x_0 \left[ \frac{\partial \left(k^2 n_{cr}\right)}{\partial k} - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \left(k^2 n_{cr}\right)}{\partial k} \exp\left(-2x_i\right) \right],$$

$$\frac{\partial \beta_2^2}{\partial k} = \frac{2}{3} k A^2 x_0^2,$$

$$\frac{\partial^2 \beta_{01}^2}{\partial k^2} = \frac{\partial^2 \beta_0^2}{\partial k^2} + \frac{\partial^2 \beta_1^2}{\partial k^2} + \frac{\partial^2 \beta_2^2}{\partial k^2}, \qquad (8)$$

$$\begin{split} &\frac{\partial^2 \beta_0^2}{\partial k^2} = \frac{\partial^2 \left(k^2 n_{cr}^2\right)}{\partial k} + \\ &+ \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} \frac{\partial x_0}{\partial k} R_i^2 - \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k^2} \right] \exp\left(-x_i\right), \\ &\frac{\partial^2 \beta_i^2}{\partial k^2} = A \left[ x_0 \frac{\partial^2 \left(k^2 n_{cr}\right)}{\partial k^2} + \frac{\partial x_0}{\partial k} \frac{\partial \left(k^2 n_{cr}\right)}{\partial k} \right] + \\ &+ A \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i\right)}{\partial k} \frac{\partial x_0}{\partial k} \left(2x_i - 1\right) - \frac{\partial^2 \left(k^2 n_{cr}\right)}{\partial k^2} \right] \times \\ &\times \exp\left(-2x_i\right), \\ &\frac{\partial^2 \beta_i^2}{\partial k^2} = \frac{2}{3} A^2 x_0 \left( x_0 + 4k \frac{\partial x_0}{\partial k} \right), \\ &\frac{\partial^3 \beta_{01}^2}{\partial k^3} = \frac{\partial^3 \beta_i^2}{\partial k^3} + \frac{\partial^3 \beta_i^2}{\partial k^3} + \frac{\partial^3 \beta_2^2}{\partial k^3}, \end{split} \tag{9} \end{split}$$

$$\begin{split} &-\frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i\right)}{\partial k^2} \frac{\partial x_0}{\partial k} \right] R_i^2 \exp\left(-2x_i\right), \\ &\frac{\partial^3 \beta_2^2}{\partial k^3} = \frac{4}{3} A^2 \left\{ 2x_0 \frac{\partial x_0}{\partial k} + k \left[ \left( \frac{\partial x_0}{\partial k} \right)^2 + x_0 \frac{\partial^2 x_0}{\partial^2 k} \right] \right\}, \\ &\frac{\partial x_0}{\partial k} = \frac{Q_A}{Q_B}, \quad \frac{\partial^2 x_0}{\partial k^2} = \frac{Q_A Q_B - Q_A Q_B}{Q_B^2}, \quad (10) \\ &Q_A = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} R_i^2 \exp\left(-x_i\right) \right] + \\ &+ A \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_{cr}\right)}{\partial k} + \\ &+ A \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} R_i^4 \exp\left(-x_i\right) \right] + \\ &+ \frac{4}{3} k^2 A^2 x_0, \\ &Q_B = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} R_i^4 \exp\left(-x_i\right) \right] + \\ &+ \frac{4}{3} k^2 A^2 x_0, \\ &Q_A = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} R_i^4 \exp\left(-x_i\right) \right] + \\ &+ \frac{4}{3} k^2 A^2 x_0, \\ &Q_A = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} R_i^4 \exp\left(-x_i\right) \right] + \\ &+ \frac{2}{3} k^2 A^2, \\ &Q_A = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k^2} - R_i^2 \frac{\partial x_0}{\partial k} \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} \right] \times \\ &\times \exp\left(-x_i\right) + A \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i\right)}{\partial k} \left(x_i - 1\right) \right] \exp\left(-2x_i\right) + \\ &+ A \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_{cr}\right)}{\partial k^2} + \frac{4}{3} A^2 \left(x_0 + k \frac{\partial x_0}{\partial k}\right), \\ &Q_B' = \sum_{i=1}^N R_i^4 \left[ \frac{\partial^2 \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k^2} - R_i^2 \frac{\partial x_0}{\partial k} \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} \right] \times \\ &\times \exp\left(-x_i\right) + 4A \sum_{i=1}^N R_i^2 \left[ \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k^2} - R_i^2 \frac{\partial x_0}{\partial k} \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} \right] \times \\ &\times \exp\left(-x_i\right) + 4A \sum_{i=1}^N R_i^2 \left[ \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k^2} - R_i^2 \frac{\partial x_0}{\partial k} \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} \right] \times \\ &\times \exp\left(-x_i\right) + 4A \sum_{i=1}^N R_i^2 \left[ \frac{\partial \left(k^2 \Delta n_i^2\right)}{\partial k} - R_i^2 \left(k^2 \Delta n_i^2\right)} \right] \right] \exp\left(-2x_i\right) + \frac{4}{3} kA^2. \end{split}$$

Производные постоянной распространения определяются с учетом (7)-(9) из соотношений [27-28]:

$$\frac{\partial \beta_{01}}{\partial k} = \frac{1}{2\beta_{01}} \frac{\partial \beta_{01}^2}{\partial k},\tag{11}$$

$$\frac{\partial^2 \beta_{01}}{\partial k^2} = \frac{1}{2\beta_{01}} \left[ \frac{\partial^2 \beta_{01}^2}{\partial k^2} - 2 \left( \frac{\partial \beta_{01}^2}{\partial k} \right)^2 \right],\tag{12}$$

$$\frac{\partial^3 \beta_{01}}{\partial k^3} = \frac{1}{2\beta_{01}} \left( \frac{\partial^3 \beta_{01}^2}{\partial k^3} - 6 \frac{\partial \beta_{01}}{\partial k} \frac{\partial^2 \beta_{01}^2}{\partial k^2} \right),\tag{13}$$

Для определения дисперсионных характеристик моды воспользуемся известными формулами [29]:

$$\begin{aligned} \tau_z &= \frac{1}{c} \frac{\partial \beta_{01}}{\partial k}, \quad D_{ch} = -\frac{k}{c\lambda} \frac{\partial^2 \beta_{01}}{\partial k^2}, \\ S &= -\frac{k^2}{c\lambda^2} \frac{\partial^3 \beta_{01}}{\partial k^3}, \quad D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2^{(01)}, \\ S &= \left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)^2 \beta_3^{(01)} + \left(\frac{4\pi c}{\lambda^3}\right) \beta_2^{(01)}, \end{aligned}$$
(14)

где т – время распространения; D – параметр хроматической дисперсии; S – параметр наклона дисперсионной характеристики;  $\beta_2^{(01)}$  – хроматическая дисперсия первого порядка;  $\beta_3^{(01)}$  – хроматическая дисперсия второго порядка; c – скорость света.

## 3. Синтез профиля показателя преломления волоконного световода для передачи импульсов большой мощности

Формулы (6)-(11) позволяют рассчитывать дисперсионные характеристики, задавая профиль показателя преломления произвольной формы по точкам, что дает возможность синтезировать профиль, обеспечивающий наилучшие показатели для заданной целевой функции. Поиск оптимального для заданной целевой функции профиля осуществляли методом Нелдера -Мида [30; 31]. Для уменьшения числа переменных и снижения требований к вычислительным ресурсам искомые профили описывали набором примитивов, как предложено в работах [32; 33]. По завершении поиска для найденного профиля показателя преломления выполнялись расчеты спектральной зависимости хроматической дисперсии численным методом. Использовали предложенный в [34] метод смешанных конечных элементов, алгоритм реализации которого подробно изложен в [35]. При необходимости профиль корректировали и вычисления повторяли.

Осуществляли поиск профиля, обеспечивающего в одномодовом оптическом волокне с заданным диаметром сердцевины на заданной длине волны при заданных параметрах оптического импульса квазисолитонный режим передачи. В этом случае целевую функцию записывали, учитывая условие формирования фундаментального временного солитона [13; 18], следующим образом:

$$fn = \left| rac{n_2 x_0 P_m t_0^2}{\lambda a^2 eta_2^{(01)}} + 1 
ight|,$$

где  $t_0$ ,  $P_m$  — длительность и пиковая мощность оптического импульса, соответственно.

В целях оценивания эффективности рассматриваемых подходов по завершении синтеза профиля моделировали распространение оптических импульсов в оптическом волокне с оптимизированным профилем. Результаты моделирования сопоставляли с результатами моделирования распространения оптических импульсов при таких же условиях в стандартном ступенчатом оптическом волокне.

Для описания процесса нелинейного распространения фемтосекундных оптических импульсов в волоконном световоде как и в [36; 37] использовали нелинейное уравнение Шредингера:

 $(\alpha d)$ 

$$\begin{split} &\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A + \beta_1^{(01)} \frac{\partial A}{\partial t} + j \frac{\beta_2^{(01)}}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3^{(01)}}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = \\ &= j \gamma \Bigg[ A \left| A \right|^2 + j S \frac{\partial \left( A \left| A \right|^2 \right)}{\partial t} - T_R A \frac{\partial \left| A \right|^2}{\partial t} \Bigg], \\ &\gamma = \frac{n \omega_0}{c A_{eff}}, \quad S = \frac{1}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda}, \end{split}$$

где A – огибающая импульса; A<sub>eff</sub> – площадь эффективного сечения моды; T<sub>R</sub> – параметр рассеяния Рамана.

Поскольку рассматриваются относительно короткие метровые длины оптического волокна полагаем, что потерями можно пренебречь. Исключая также время задержки импульса, приводим это уравнение к виду:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j \frac{\beta_2^{(01)}}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3^{(01)}}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = = j\gamma \left[ A \left| A \right|^2 + \left( jS - T_R \right) A \frac{\partial \left| A \right|^2}{\partial t} + jS \left| A \right|^2 \frac{\partial A}{\partial t} \right]$$



Рис. 1. Профиль показателя преломления стандартного сту пенчатого оптического волокна



Рис. 2. Профиль показателя преломления стандартного ступенчатого оптического волокна при передаче оптического излучения мощностью 3 МВт

Уравнение решали численно методом расщепления по физическим процессам, достаточно подробно описанным в [37].

#### 4. Численные результаты

Синтез профиля показателя преломления выполняли для передачи оптических импульсов длительностью 10 фс с пиковой мощностью 3 МВт на длине волны 1550 мкм по оптическому волокну с диаметром сердцевины 4,15 мкм и числовой апертурой 0,14. Оболочка волокна из чистого кварцевого плавленого стекла, а сердцевина – из кварцевого стекла легированного присадками. Спектральные характеристики показателя преломления легированного кварцевого стекла определяли, используя формулу Селмейера по методике, представленной в [38]. Параметр керровской нелинейности полагали равным 2,3 · 10<sup>-20</sup> [13; 29; 35], а параметр расссяния Рамана принимали равным 3 фс [13; 36].



Рис. 3. Синтезированный профиль показателя преломления оптического волокна





Моделировали распространение импульсов по оптическому волокну длиной 0,5 м. Полагали, что на вход волоконного световода оптический импульс поступает без чирпа.

На рис. 1 приведен профиль показателя преломления стандартного одномодового оптического волокна с вышеуказанными характеристиками. На рис. 2 представлен профиль этого же оптического волокна при передаче по нему оптического излучения мощностью 3,0 МВт. На рис. 3 представлен оптимизированный для передачи импульсов оптического излучения с указанными выше характеристиками профиль показателя преломления, полученный по результатам процедуры синтеза. На рис. 4 демонстрируются нормированные импульсные отклики на выходах оптических волокон, стандартного ступенчатого и с синтезированным профилем, соответственно. Характер изменений оптических импульсов при распространении по световодам



Рис. 5. Результаты моделирования распространения оптического импульса в ступенчатом волокне

иллюстрируют рис. 5 и рис. 6, на которых представлены результаты моделирования для стандартного ступенчатого оптического волокна (рис. 5) и оптического волокна с синтезированным профилем (рис. 6).

Сравнение результатов моделирования для ступенчатого световода и световода с синтезированным профилем, оптимизированного для передачи оптических импульсов с заданными параметрами демонстрирует возможность повышения качества передачи за счет выбора профиля. «Подгонка» профиля для передачи оптических импульсов с заданными параметрами позволяет как минимум уменьшить искажения формы импульса. В рассматриваемом примере при распространении по оптическому волокна с синтезированным профилем в отличие от ступенчатого световода не наблюдается «развала» оптического импульса на две части.

#### Заключение

По результатам работы можно сделать следующие выводы.

1. Представленные приближенные аналитические формулы для расчета дисперсионных характеристик световода с заданным профилем показателя преломления произвольной формы позволяют учитывать изменения профиля, обусловленные керровской нелинейностью, и, соответственно, использовать их для синтеза профиля волоконного световода для передачи оптических импульсов большой мощности.

2. Рассмотренный пример наглядно демонстрирует потенциальные возможности существенного уменьшения искажений оптических импульсов при распространении по волоконному световоду за счет выбора его профиля по-



Рис. 6. Результаты моделирования распространения оптического импульса в синтезированном волокне

казателя преломления, согласованного с параметрами передаваемых импульсов.

3. Предложенная методика синтеза профиля показателя преломления волоконного световода с учетом керровской нелинейности позволяет находить профили оптических волокон с характеристиками, улучшенными с точки зрения передачи по ним оптических импульсов с заданными параметрами.

#### Список литературы

- 2.6 mJ energy and 81 GW peak power femtosecond laser pulse delivery and spectral broadening in inhibited coupling Kagome fiber / B. Debord [et al.] // Conference on Lasers and Electro-Optics. 2015. P. STh4L.7.
- Barkauskas M., Butkus V., Butkus S. Femtosecond lasers enable quality microfabrication // Industrial Laser Solutions. 2017. № 3 P. 25-27.
- Sugioka K., Cheng Y. Ultrafast lasers-reliable tools for advanced materials processing // Light: Science & Applications. 2014. № 3. P. e149.
- Ultrafast laser processing of materials: from science to industry / M. Malinauskas [et al.] // Light: Science & Applications. 2016. № 5. P. e16133.
- Three-dimensional femtosecond laser processing for labon-a-chip applications / F. Sima // Nanophotonics. 2018. V. 7. № 3. P. 613-634.
- Модификация кварцевого стекла лазерными импульсами фемтосекундной длительности / В.В. Кононенко [и др.] // Компьютерная оптика. 2009. Т. 33. № 3. С. 254–260.
- Modification thresholds in femtosecond laser processing of pure silica: review of dependencies on laser parameters / B. Poumellec [et al.] // Optical materials express. 2011. V. 1. № 4. P. 766-782.
- Dependence of the femtosecond laser refractive index change thresholds on the chemical composition of dopedsilica glasses / M. Lancry [et al.] // Optical Materials Express. 2011. V. 1. № 4. P. 711-723.

- Laser-Induced Damage in Optical Materials / ed. by D. Ristau. CRC Press, 2014. 551 p.
- Okamoto K., Marcatili E.A.J. Chromatic dispersion characteristics of fibers with optical Kerr-effect nonlinearity // Journal of Lightwave Technology. 1989. V. 1. № 12. P. 1988-1994.
- Решение для фундаментальной моды ступенчатого оптического волоконного волновода с керровской нелинейностью / В.А. Андреев [и др.] // Инфокоммуникационные технологии. 2017. Т. 15. № 4. С. 313–319.
- 12. Бурдин В.А., Бурдин А.В., Кубанов В.П. Исследование дисперсионных характеристик фундаментальной моды ступенчатого оптического волокна с керровской нелинейностью // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20. № 3/2. С. 47-51.
- Agrawal G.P. Application of Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 2008. 528 p.
- Бурдин В.А., Бурдин А.В., Дмитриев Е.В. Необходимые условия нелинейного возбуждения моды высшего порядка в одномодовом оптическом волокне // Оптика и спектроскопия. 2017. Т. 123. № 2. С. 181–188.
- Burdin V., Bourdine A. Dynamics of nonlinear excitation of the high-order mode in a single-mode step-index optical fiber // Journal of Physics: Conference Series. 2018. V. 999. № 1. P. 012015.
- 16. Alves E.O., Cardoso W.B., Avelar A.T. Modulation instability in high-order coupled nonlinear Schrodinger equations with saturable nonlinearities // Journal of the Optical Society of America B. 2016. V. 33. № 6. P. 1134-1142.
- Ramachandran S. Fiber Based Dispersion Compensation. N.-Y.: Springer-Verlag, 2007. 556 p.
- Kivshar Y.S., Agrawal G.P. Optical Soliton. From Fibers to Photonic Crystals. London: Academic press, 2003. 540 p.
- Ilday F.O., Frank W. Nonlinearity management: a route to high-energy soliton fiber lasers // Journal of the Optical Society of America B. 2002. V. 19. № 3. P. 470-476.
- Optical fiber link for transmission of 1-nJ femtosecond laser pulses at 1550 nm / F. Eichhorn [et al.] // Optics Express. 2010. V. 18. № 7. P. 6978-6987.
- Burdin V.A., Bourdine A.V. Dispersion characteristics of step index single mode optical fiber with Kerr nonlinearity // SPIE Proceedings. 2017. V. 10342. P. 10342-0N.
- Снайдер А., Лав Дж. Теория диэлектрических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
- Spectral characteristics of step index single mode optical fiber with Kerr nonlinearity / V.A. Burdin [et al.] // Proceedings of SPIE. 2018. V. 10774. P. 107740L.
- 24. Бурдин В.А., Бурдин А.В. Решение для произвольной направляемой моды круглого оптического волокна на основе метода приближения Гаусса // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 2. С. 65–72.

- 25. Arnold J.M. Stratification method in the numerical analysis of optical waveguide transmission parameters // Electronics Letters. 1977. V. 13. № 22. P. 660-661.
- Бурдин В.А. Основы моделирования кусочно-регулярных волоконно-оптических линий передачи сетей связи. М.: Радио и связь, 2002. 312 с.
- Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
- Градштейн И., Рыжик И. Таблицы интегралов. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.
- Okamoto K. Fundamentals of Optical Waveguides. San Diego: Academic Press, 2000. 430 p.
- Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // Computer Journal. 1965. V. 7. № 4. P. 308-313.
- Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988. 128 с.
- 32. Приближенные аналитические решения LPlm мод для частных примеров профиля показателя преломления оптического волокна / А.В. Бурдин [и др.] // Инфокоммуникационные технологии. 2011. Т. 9. № 1. С. 25–33.
- 33. Бурдин А.В., Бурдин В.А., Яблочкин К.А. Восстановление эквивалентного профиля показателя преломления оптического волокна по диаграмме дифференциальной модовой задержки // Инфокоммуникационные технологии. 2011. Т. 9. № 3. С. 28-33.
- 34. Koshiba M., Maruyamaand S., Hirayama K. A vector finite element method with the high-order mixed interpolationtype triangular elements for optical waveguiding problems // Lightwave Technology. 1994. V. 12. № 3. P. 495-502.
- 35. Алгоритм расчета хроматической дисперсии одномодовых ОВ на основе метода смешанных конечных элементов / В.А. Бурдин [и др.] // Инфокоммуникационные технологии. 2009. Т. 7. № 2. С. 13–16.
- Агравал Г. Применение нелинейной волоконной оптики. СПб.: Лань, 2011. 592 с.
- 37. A reliable split-step Fourier method for the propagation equation of ultrafast pulses in single-mode optical fibers / R. Deiterding [et al.] // Journal of Lightwave Technology. 2013. V. 31. № 12. P. 2008-2017.
- Burdin V.A. Algorithm for estimation of material dispersion of fused silica glass optical fibers // SPIE Proceedings. 2015. V. 9533. P. 95330J.

## Synthesis of the refractive index profile of the optical fiber with the account of Kerr nonlinearity

#### V.A. Burdin, A.V. Bourdine

In the present paper, we investigate the possibilities of reducing the distortions of propagated in optical fibers highpower femtosecond pulses due to the choice of its refractive index profile, taking into account the profile changes due to the cubic nonlinearity of the material of lightguide. Approximate analytical expressions are presented for calculating the dispersion characteristics of an optical fiber with an arbitrary profile of the refractive index. This analytical expressios take into account the profile changes due to the Kerr nonlinearity. A technique for synthesizing a profile optimized for transmission of optical pulses with given parameters is proposed. An example of a synthesized profile is presented. The results of simulation the propagation of optical pulses in the step-index optical fiber and in the fiber with a synthesized profile are presented.

Keywords: fiber lightguide, optical fiber, refractive index profile , Kerr nonlinearity, chromatic dispersion, dispersion slope.

Анализ и прогнозирование поведения временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети / О.И. Антипов, В.А. Неганов. – М.: Радиотехника, 2011. – 350 с.

## Антипов О.И., Неганов В.А.

Антипов, О.И.

АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ: бифуркации, катастрофы, синергетика, програзирование и изблонные сети



ISBN 978-5-88070-294-7

УДК 530.1:621.372+621.396 ББК 32.96

Монография посвящена объединению нескольких направлений в науке: бифуркаций в нелинейных динамических (или детерминированных) системах, причем внимание уделяется бифуркациям-кризисам, которые отождествляются с катастрофами в синергетике – науке о самоорганизации в сложных системах, где велика роль коллективных, кооперативных эффектов, возникновения порядка – фрактальных структур в турбулентности (или хаосе). В синергетике общим является принцип подчинения, который позволяет исключать большое

число переменных в сложных системах и описывать в них сложные процессы. Использование в роли одной из основных количественных характеристик катастроф фрактального показателя Херста связывает фракталы с бифуркациями. Объединение этих четырех направлений позволяет упростить проектирование прогнозирующих нейронных сетей, которое в настоящее время отчасти является искусством.

Даны авторские модификации некоторых известных фрактальных методов, позволяющие проводить более глубокий анализ хаотических процессов. Эти результаты, на наш взгляд, должны являться необходимой частью полного алгоритма построения прогностических моделей, описанного в книге. В частности, описан авторский алгоритм определения временного лага, необходимого для реконструкции аттрактора динамической системы, и модификация метода ближайших ложных соседей, которую можно использовать в качестве индикатора приближающейся катастрофы.

Приведены конкретные примеры из таких областей науки, как радиотехника, экономика и медицина.

Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов и докторантов, работающих в области прикладных задач анализа, моделирования и прогнозирования хаотических процессов в нелинейных системах из различных отраслей науки и техники.