

Оценка информационных параметров сигнала на фоне аддитивно-мультипликативных помех с произвольным распределением

В.М. Артюшенко¹, В.И. Воловач²

¹ Технологический университет
141070, Российская Федерация, Московская обл., г. Королев
ул. Гагарина, 42

² Поволжский государственный университет сервиса
445017, Российская Федерация, Самарская обл., г. Тольятти
ул. Гагарина, 4

Осуществлено рассмотрение вопросов квазиоптимальной обработки сигналов в условиях одновременного воздействия аддитивных и мультипликативной негауссовских помех. Получено выражение, описывающее влияние на величину нормированной апостериорной погрешности аддитивных и мультипликативных негауссовских помех. Показано, что при известной априорной информации о плотности распределения вероятности мультипликативной помехи точность измерения информационного параметра сигнала в случае ее медленных флуктуаций может быть значительно хуже, чем в случае быстрых флуктуаций этой помехи.

Ключевые слова: квазиоптимальная обработка сигналов, негауссовские помехи, флуктуации мультипликативной помехи.

Введение

Вопросы измерения информационных параметров полезных сигналов в информационно-измерительных и управляющих системах, системах связи, телеметрии, радиолокации и радионавигации весьма подробно рассмотрены в [1; 2] и др. В большинстве работ считалось, что на полезный сигнал воздействует только аддитивная помеха, описываемая, как правило, гауссовской плотностью распределения вероятности (ПРВ). Однако, как показывают исследования [3–5], принимаемый сигнал подвержен воздействию не только со стороны аддитивных, но и мультипликативных помех, имеющих ярко выраженный негауссовский характер. Для радиолокации, радионавигации и телеметрии представляет значительный интерес получить оптимальную оценку параметров обрабатываемых сигналов в условиях одновременного воздействия аддитивных и мультипликативной помех с произвольной плотностью распределения вероятности.

Рассмотрим случай, когда элемент y_h наблюдаемой последовательности $\{y_h, h = 1, 2, \dots, N\}$ описывается соотношением

$$y_h = \eta_h s(\lambda_h) + n_h; \quad h = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где $s(\lambda_h)$ – сигнал известной формы, несущий информацию о передаваемом сообщении $\{\lambda_h\}$, а метод кодировки сообщения в сигнале известен.

Последовательности $\{\eta_h\}$, $\{n_h\}$ описывают мультипликативную и аддитивную помехи соответственно; $\{\lambda_h\}$ – непрерывнозначная марковская последовательность.

Считаем, что последовательности $\{\lambda_h\}$, $\{\eta_h\}$, $\{n_h\}$ заданы своими условными, в общем случае, негауссовскими ПРВ перехода $W_\lambda(\lambda_h | \lambda_{h-1})$, $W_\eta(\eta_h | \eta_{h-1})$, $W_n(n_h | n_{h-1})$.

Будем считать, что логарифм функции правдоподобия B_l существует и может быть записан как относительно мультипликативной

$$B_\eta = \ln W_\eta([y_h - n_h] / s(\lambda_h) | [y_{h-1} - n_{h-1}] / s(\lambda_h)) \Big|_{s^{-1}(\lambda_h)},$$

так и относительно аддитивной

$$B_n = \ln W_n(y_h - \eta_h s(\lambda_h) | y_{h-1} - \eta_{h-1} s(\lambda_{h-1})),$$

составляющей помехи. Например, при первом способе описания ЛФП алгоритм обработки содержит взаимно зависимые каналы обработки информационной последовательности $\hat{\lambda}_h$ и аддитивной составляющей помехи \hat{n}_h . При втором

способе задания ЛФП оцениваются $\hat{\lambda}_h$ и $\hat{\eta}_h$ соответственно. Получить эти алгоритмы можно известными методами [6]. В дальнейшем рассмотрим второй случай.

Записав рекуррентные соотношения для апостериорной ПРВ, разложив его в ряд Тейлора около вектора предварительных оценок $(\hat{\lambda}_h^o, \hat{\eta}_h^o)^T$ и ограничившись линейными и квадратичными членами в гауссовском приближении, получим рекуррентные уравнения, описывающие квазиоптимальный алгоритм оценки в условиях одновременного воздействия коррелированных мультипликативных и аддитивных негауссовских помех, с независимыми значениями:

$$\hat{\lambda}_h = \hat{\lambda}_h^o - \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h}^2 g_{\lambda,h} - \hat{\sigma}_{\lambda\eta,h}^2 g_{\eta,h}; \quad (2)$$

$$\hat{\eta}_h = \hat{\eta}_h^o - \hat{\sigma}_{\eta\lambda,h}^2 g_{\lambda,h} - \hat{\sigma}_{\eta\eta,h}^2 g_{\eta,h}; \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}_{ij,h}^2 = G_{ij,h} \Delta_1^{-1}; \quad i, j = \lambda, \eta, \quad (4)$$

где $G_{ij,h}$ – алгебраическое дополнение элемента матрицы $\|g_{ij}\|$; Δ_1^{-1} – определитель матрицы $\|g_{ij}\|$;

$$g_{\lambda,h} = -[B'_{\lambda,h} + B'_{\lambda,h}] + \left\{ [B''_{\lambda,h,h-1} B'_{\lambda,h-1}] \times \right. \\ \left. \times [B''_{\eta,h-1,h-1} + \sigma_{\eta\eta,h-1}^{-2}] + \right. \\ \left. + [B''_{\lambda,h,h-1} B'_{\eta,h-1} \sigma_{\eta\lambda,h-1}^{-2}] \right\} \Delta_2^{-1};$$

$$g_{\eta,h} = -[B'_{\eta,h} + B'_{\eta,h}] + \\ + \left\{ [B''_{\eta,h,h-1} B'_{\lambda,h-1} \sigma_{\lambda\eta,h-1}^{-2}] + \right. \\ \left. + [B''_{\eta,h,h-1} B'_{\eta,h-1}] [B'_{\lambda,h-1,h-1} + \sigma_{\lambda\lambda,h-1}^{-2}] \right\} \Delta_2^{-1};$$

$$g_{\lambda\lambda,h} = [B''_{\lambda,h,h} + B''_{\lambda,h,h}] - \\ - \left\{ [B''_{\lambda,h,h-1}]^2 [B''_{\eta,h-1,h-1} + \sigma_{\eta\eta,h-1}^{-2}] \right\} \Delta_2^{-1};$$

$$g_{\eta\eta,h} = [B''_{\lambda,h,h} + B''_{\eta,h,h}] - \\ - \left\{ [B''_{\eta,h,h-1}]^2 [B'_{\lambda,h-1,h-1} + \sigma_{\lambda\lambda,h-1}^{-2}] \right\} \Delta_2^{-1};$$

$$g_{\lambda\eta,h} = B''_{\lambda\eta,h,h} - \left\{ B''_{\lambda,h,h-1} B''_{\eta,h,h-1} \sigma_{\eta\lambda,h-1}^{-2} \right\} \Delta_2^{-1};$$

$$g_{\eta\lambda,h} = B''_{\eta\lambda,h,h} - \left\{ B''_{\eta,h,h-1} B''_{\lambda,h,h-1} \sigma_{\lambda\eta,h-1}^{-2} \right\} \Delta_2^{-1};$$

$$\Delta_2 = [B''_{\lambda,h-1,h-1} + \sigma_{\lambda\lambda,h-1}^{-2}] \times \\ \times [B''_{\eta,h-1,h-1} + \sigma_{\eta\eta,h-1}^{-2}] - [\sigma_{\lambda\eta,h-1}^{-2} \sigma_{\eta\lambda,h-1}^{-2}];$$

$B'_{\lambda,h}$, $B'_{\eta,h}$, $B''_{\lambda,h}$, $B''_{\eta,h}$ – первые и вторые производные от логарифма ПРВ перехода информационной последовательности $\{\lambda_h\}$ и мульти-

пликативной помехи $\{\eta_h\}$ соответственно; $B'_{\lambda,h}$, $B'_{\eta,h}$ – производные ЛФП по соответствующему параметру; $\hat{\lambda}_h^o$, $\hat{\eta}_h^o$ – предварительные оценки информационного процесса и мультипликативной составляющей помехи, найденные одним из известных способов.

Уравнения (2) и (3) описывают, соответственно, рекуррентные алгоритмы работы каналов формирования оценок информационной составляющей $\hat{\lambda}_h$ и мультипликативной помехи $\hat{\eta}_h$.

Уравнения (4) представляют матрицу апостериорных нестационарных дисперсий и описывают структуру каналов формирования коэффициентов усиления в уравнениях для оценок (2), (3).

Математический анализ полученных алгоритмов демодуляции, в общем случае, наталкивается на значительные математические трудности и может быть выполнен численными методами. Поэтому, воспользовавшись подходом, изложенным в [7], рассмотрим более простые случаи быстрых и медленных изменений мультипликативной помехи.

Считаем, что мультипликативная помеха $\{\eta_h\}$ описывается неотрицательной функцией с нулевым средним m_η , т. е.

$$\eta_h = m_\eta (1 + \eta_{0h}) = m_\eta + \eta_h^*, \quad (5)$$

где $\eta_{0h} = \eta_h^* m_\eta^{-1}$; $\eta_h^* = (\eta_h - m_\eta)$ – центрированное значение η_h .

Тогда, уравнение (1) представим в виде

$$y_h = s_h(\lambda_h) (\eta_h^* + m_\eta) + n_h.$$

В случае быстрых изменений η_h спектр мультипликативной помехи F_{mn} считается гораздо шире спектра информационного процесса (собщения) F_s , так что $F_{mn} \gg F_s$.

В этом случае можно сделать приближенную замену $(\eta_h^* + m_\eta)^2$ средним значением $m_\eta^2 (1 + \xi^2)$, где $\xi^2 = \sigma_\eta^2 / m_\eta^2$ – квадрат коэффициента вариации случайного процесса $\{\eta_h\}$, σ_η^2 – дисперсия случайного процесса $\{\eta_h\}$.

Положим, что процессы $\{\lambda_h\}$ и $\{\eta_h\}$ некоррелированы, то есть $\sigma_{\lambda\eta}^2 = 0$. В этом случае уравнения (2), (3) могут рассматриваться независимо друг от друга.

В качестве предварительной оценки принимаем экстраполированную $\hat{\lambda}_h^o = \hat{\lambda}_{e,h}$, определяемую из соотношения

$$\frac{\partial \ln W_\lambda(\lambda_h | \lambda_{h-1})}{\partial \lambda_h} = 0.$$

Опуская для простоты, при дальнейшем рассмотрении, уравнения для оценки мультипликативной составляющей $\hat{\eta}_h$ (3), ограничимся рассмотрением лишь структуры канала оценки информационной последовательности и канала апостериорной дисперсии (2), (4).

С учетом выше сказанного уравнения (2), (4) примут вид

$$\hat{\lambda}_h = \hat{\lambda}_{e,h} + \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h}^2 B_{\lambda,h}^{\prime\prime}; \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h}^2 = \left\{ B_{\lambda,h,h}^{\lambda''} + B_{\lambda,h,h}^{\prime\prime} - \frac{(B_{\lambda,h,h-1}^{\lambda''})^2 \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h-1}^2}{1 + \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h-1}^2 B_{\lambda,h-1,h-1}^{\lambda''}} \right\}^{-1}. \quad (7)$$

Считаем, что измеряемая информационная последовательность $\{\lambda_h\}$ является гауссовской марковской с ПРВ перехода

$$W_\lambda(\lambda_h | \lambda_{h-1}) = \frac{1}{[2\pi\sigma_\lambda^2(1-r_\lambda^2)]^{0.5}} \exp \left\{ -\frac{(\lambda_h - r_\lambda \lambda_{h-1})}{2\sigma_\lambda^2(1-r_\lambda^2)} \right\},$$

где $\sigma_{\lambda,h} = \sigma_{\lambda,h-1} = \sigma_\lambda$, а ПРВ аддитивной помехи описывается одномерной бимодальной ПРВ

$$W_n(n_h) = A \exp\{pn_h^2 - gn_h^4\}, \quad (8)$$

где A – коэффициент нормировки; p и g – параметры распределения.

В этом случае компоненты, входящие в (6), (7) примут вид

$$\begin{aligned} B_{\lambda,h,h}^{\lambda''} &= [\sigma_\lambda^2(1-r_\lambda^2)]^{-1}; \\ B_{\lambda,h,h-1}^{\lambda''} &= -r_\lambda B_{\lambda,h,h}^{\lambda''}; \\ B_{\lambda,h-1,h-1}^{\lambda''} &= -r_\lambda^2 B_{\lambda,h,h}^{\lambda''}; \\ B_{\lambda,h}^{\prime\prime} &= -(\eta_h^* + m_\eta) s'_h(\hat{\lambda}_h) [2pn_h - 12gn_h^3]; \\ B_{\lambda,h,h}^{\prime\prime} &= (\eta_h^* + m_\eta)^2 \times \\ &\times [s'_h(\hat{\lambda}_h)]^2 [2pn_h - 12gn_h^2] + \\ &+ (\eta_h^* + m_\eta) s''_h(\hat{\lambda}_h) [2pn_h - 12gn_h^3]. \end{aligned}$$

Если измеритель будет работать в стационарном (установившемся) режиме, то, сделав усреднение по времени и по множеству, вторая производная ЛФП будет определяться

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{\lambda,h,h}^{\lambda''} &= (\hat{\eta}_h^* + m_h)^2 [s'_h(\hat{\lambda}_h)]^2 \bar{B}_{n,h,h}^{\prime\prime} = \\ &= U_{e,c}^2 m_\eta^2 (1 + \xi^2) [p - 6gm_{2n}]. \end{aligned}$$

Заметим, что здесь волнистая линия означает усреднение по времени, прямая – усреднение по множеству.

В результате алгоритм обработки (6), (7) принимает вид

$$\hat{\lambda}_h = \hat{\lambda}_{e,h} + \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h} \left[s'_h(\hat{\lambda}_h) (\hat{\eta}_h + m_\eta) (4gn_h^3 - 2pn_h) \right];$$

$$\hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h}^2 = \left[\left(\sigma_\lambda^2 (1 - r_\lambda^2) + r_\lambda^2 \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h-1}^2 \right)^{-1} + U_{e,c}^2 m_\eta^2 (1 + \xi^2) [p - 6gm_{2n}] \right]^{-1}.$$

Введем обозначение $\rho_g^2 = \sigma_\lambda^2 U_{e,c}^2 \tilde{B}_{n,h,h}^{\prime\prime} = \sigma_\lambda^2 U_{e,c}^2 \times m_\eta^2 [p - 6gm_{2n}]$, характеризующее обобщенное отношение сигнал/помеха (ОСП), определим расчетное значение стационарной относительной дисперсии оценки информационной последовательности при $\hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h}^2 = \hat{\sigma}_{\lambda\lambda,h-1}^2 = \sigma_\varepsilon^2$ в виде

$$\begin{aligned} \delta_{\varepsilon,s}^2 &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\lambda^2} = \frac{(1 - r_\lambda^2) (1 + \rho_g^2 (1 + \xi^2))}{2r_\lambda^2 \rho_g^2 (1 + \xi^2)} \times \\ &\times \left[\left(1 + \frac{4r_\lambda^2 \rho_g^2 (1 + \xi^2)}{(1 - r_\lambda^2) (1 + \rho_g^2 (1 + \xi^2))^2} \right)^{0.5} - 1 \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Анализ зависимости $\delta_{\varepsilon,s}^2 = f(\rho_g^2; r_\lambda)$ для различных значений ξ^2 при любой ПРВ аддитивной и мультипликативной помехи приводят к выводу, что значения $\delta_{\varepsilon,s}^2$ зависят в общем случае от ОСП, вида ПРВ аддитивных и мультипликативных помех, определяющих $B_{n,h,h}^{\prime\prime}$ и ξ^2 .

Нетрудно видеть, что при точно известной мультипликативной составляющей помехи эффективность нелинейной обработки возрастает с ростом величины ξ^2 . Если принять $\xi^2 = 0$, то получаем формулу для относительной дисперсии оценки информационного параметра при воздействии только аддитивной негауссовской помехи.

Таким образом, учет быстрой мультипликативной составляющей помехи приводит к повышению качества обработки принимаемой реализации. Повышение эффективности соответствует увеличению ОСП в $(1 + \xi^2)$ раз. Техническая реализация алгоритма, учитывающего быструю мультипликативную составляющую, значительно усложняется, однако выигрыш, который наблюдается от ее учета, может быть значителен.

Проанализируем влияние аддитивных помех на конечный результат.

Воспользовавшись известным [8] соотношением

$$-M \left\{ \partial^2 \ln W_n(n) / \partial n^2 \right\} = M \left\{ (\partial \ln W_n(n) / \partial n)^2 \right\},$$

что соответствует равенству $\tilde{B}_n'' = -(\tilde{B}_n')^2$ и будет иметь место, например, в случае ПРВ (8) при

$$p = (8m_{2n})^{-1} \left\{ (16gm_{4n} + 2) \pm \left\{ 256g^2 [m_{4n}^2 - m_{2n} - m_{6n}] + 64g [m_{4n} - 3m_{2n}] + 4 \right\}^{0.5} \right\}.$$

Используя коэффициент амплитудного подавления негауссовских помех [8]

$$\mu_{oa}^2 = I_F^n \sigma_n^2 = (\tilde{B}_n')^2 \sigma_n^2,$$

где I_F^n – количество информации по Фишеру относительно ПРВ помехи; σ_n^2 – дисперсия помехи, и представив $\rho_g^2 = \rho_G^2 \mu_{oa}^2$, перепишем (9) в виде

$$\delta_{e.s}^2 = \frac{(1 - r_\lambda^2) \left(1 + \mu_{oa}^2 \rho_G^2 (1 + \xi^2) \right)}{2r_\lambda^2 \mu_{oa}^2 \rho_G^2 (1 + \xi^2)} \times \left[\left(1 + \frac{4r_\lambda^2 \mu_{oa}^2 \rho_G^2 (1 + \xi^2)}{(1 - r_\lambda^2) \left(1 + \mu_{oa}^2 \rho_G^2 (1 + \xi^2) \right)^2} \right)^{0.5} - 1 \right].$$

Здесь $\rho_G^2 = \sigma_\lambda^2 U_{e.c}^2 m_\eta^2 \sigma_n^{-2}$ характеризует ОСП в случае гауссовской помехи.

Коэффициент амплитудного подавления аддитивных негауссовских помех с бимодальной ПРВ, рассматриваемого вида, будет определяться [9]

$$\mu_{oa}^2 = 4\sigma_n^2 \left[p^2 \sigma_n^2 - 4pm_{4n} + 4g^2 m_{6n} \right].$$

Как известно, в случае гауссовских аддитивных помех $\mu_{oa}^2 = 1$. При негауссовских помехах $\mu_{oa}^2 > 1$ и погрешность измерителя дополнительно уменьшается за счет амплитудного подавления аддитивных негауссовских помех.

Таким образом, найденное соотношение позволяет проследить влияние на величину нормированной апостериорной погрешности не только мультипликативной, но и аддитивной негауссовской помехи.

Необходимо обратить внимание, что для каждого конкретного вида негауссовской ПРВ

помехи допустимость использования введенного и некоторых других приближений (например, регулярности) требует самостоятельного рассмотрения.

Обратимся к случаю медленных изменений мультипликативных помех, имеющих место, когда $F_{mn} \ll F_s$.

Для удобства преобразований представим η_h в виде (5) так, что $\eta_h = m_\eta + \eta_h^*$. Тогда соотношение для приведенной погрешности примет вид

$$\delta_{e.m}^2(\eta^*) = \frac{(1 - r_\lambda^2) \left(1 + \rho_g^2 (1 + \eta^* m_\eta^{-1}) \right)}{2r_\lambda^2 \rho_g^2 (1 + \eta^* m_\eta^{-1})^2} \times \left[\left(1 + \frac{4r_\lambda^2 \rho_g^2 (1 + \eta^* m_\eta^{-1})^2}{(1 - r_\lambda^2) \left(1 + \rho_g^2 (1 + \eta^* m_\eta^{-1}) \right)^2} \right)^{0.5} - 1 \right]. \quad (14)$$

При этом $\delta_{e.s}^2(\eta^*)$ является функцией случайной величины η^* .

Заключение

Таким образом, представленные зависимости и проведенные расчеты показали, что при известной априорной ПРВ мультипликативной помехи точность демодуляции в случае медленных флуктуаций может быть значительно ниже, чем в случае быстрых флуктуаций. Причем, при точно известной мультипликативной составляющей помехи эффективность нелинейной обработки возрастает с ростом величины ξ^2 .

Список литературы

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 3. М.: Сов. радио, 1975. 656 с.
2. Финкельштейн М.И. Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983. 536 с.
3. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Сов. радио, 1981. 228 с.
4. Кремер И.Я., Владимиров В.И., Карпукhin В.И. Модулирующие (мультипликативные) помехи и прием радиосигналов / под ред. И.Я. Кремера. М.: Сов. радио, 1972. 480 с.
5. Артюшенко В.М., Воловач В.И. Идентификация параметров распределения аддитивных и мультипликативных негауссовских помех // Автометрия. 2017. Т. 53. № 3. С. 36–43.
6. Kassam S.A. Signal Detection in Non-Gaussian Noise. N.-Y.: Springer Verlag, 1989. 242 p.
7. Lu N.H., Eisenstein B.A. Detection of weak signals in non-Gaussian noise // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Nov. 1981. Vol. 27. № 6. P. 755–771.

8. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982. 232 с.
9. Фельдман Ю.И., Мандуровский И.А. Теория флуктуаций локационных сигналов отраженных распределенными целями. М.: Радио и связь, 1983. 222 с.

Estimation of information parameters of the signal on background of additive and multiplicative noise with arbitrary distribution

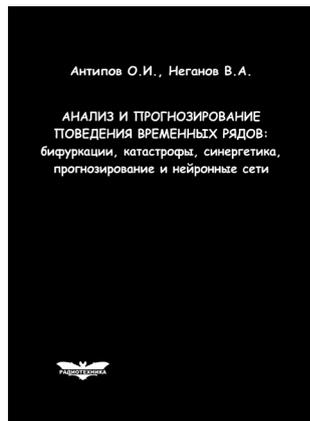
V.M. Artyushenko, V.I. Volovach

The issues of quasi-optimal signal processing in conditions of simultaneous effect of additive and multiplicative non-Gaussian noise are considered. The resulting expression describing the effect on the value of the normalized a posteriori errors of additive and multiplicative non-Gaussian noise. It is shown that with given a priori information about probability density function of the multiplicative noise, the accuracy of the measurement of the information parameter of the signal, in the case of its slow fluctuations can be significantly worse than in the case of rapid fluctuations of multiplicative noise.

Keywords: quasi-optimal signal processing, non-Gaussian noise, multiplicative noise fluctuations.

Антипов, О.И.

Анализ и прогнозирование поведения временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети / О.И. Антипов, В.А. Неганов. – М.: Радиотехника, 2011. – 350 с. ISBN 978-5-88070-294-7



УДК 530.1:621.372+621.396
ББК 32.96

Монография посвящена объединению нескольких направлений в науке: бифуркаций в нелинейных динамических (или детерминированных) системах, причем внимание уделяется бифуркациям-кризисам, которые отождествляются с катастрофами в синергетике – науке о самоорганизации в сложных системах, где велика роль коллективных, кооперативных эффектов, возникновения порядка – фрактальных структур в турбулентности (или хаосе). В синергетике общим является принцип подчинения, который позволяет исключать большое число переменных в сложных системах и описывать в них сложные процессы. Использование в роли одной из основных количественных характеристик катастроф фрактального показателя Херста связывает фракталы с бифуркациями. Объединение этих четырех направлений позволяет упростить проектирование прогнозирующих нейронных сетей, которое в настоящее время отчасти является искусством.

Даны авторские модификации некоторых известных фрактальных методов, позволяющие проводить более глубокий анализ хаотических процессов. Эти результаты, на наш взгляд, должны являться необходимой частью полного алгоритма построения прогностических моделей, описанного в книге. В частности, описан авторский алгоритм определения временного лага, необходимого для реконструкции аттрактора динамической системы, и модификация метода ближайших ложных соседей, которую можно использовать в качестве индикатора приближающейся катастрофы.

Приведены конкретные примеры из таких областей науки, как радиотехника, экономика и медицина.

Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов и докторантов, работающих в области прикладных задач анализа, моделирования и прогнозирования хаотических процессов в нелинейных системах из различных отраслей науки и техники.