Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 535.1

# Перепутывание между атомом, взаимодействующим с тепловым полем идеального резонатора, и свободным атомом

# Е.К. Башкиров, М.О. Гуслянникова

Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева 443086, Российская Федерация, г. Самара Московское шоссе, 34

В настоящей работе мы исследовали динамику атомного перепутывания в квантовой системе, состоящей из двух дипольно-связанных идентичных двухуровневых атомов, один из которых нерезонансно взаимодействует с модой теплового поля идеального резонатора, а второй находится вне этого резонатора. Получено аналитическое выражение для параметра перепутывания атомов (отрицательности) для сепарабельного начального состояния атомов. Рассмотрено влияние расстройки частот атома и поля и прямого диполь-дипольного взаимодействия на атом-атомное перепутывание. Установлено, что расстройка может привести к существенному увеличению степени перепутывания атомов в присутствии диполь-дипольного взаимодействия. Мы также показали, что расстройка и диполь-дипольное взаимодействие являются эффективным механизмами контроля и управления перепутыванием атомов.

*Ключевые слова*: идентичные двухуровневые атомы, расстройка, диполь-дипольное взаимодействие, тепловое поле, перепутывание атомов, контроль и управление перепутыванием.

#### Введение

Перепутанные состояния составляют фундамент квантовой информатики, физики квантовых вычислений, квантовых коммуникаций и квантовой криптографии [1]. В настоящее время предложены различные способы генерации перепутывания естественных и искусственных атомов (охлажденных ионов или нейтральных атомов в резонаторах, сверхпроводящих джозефсоновских цепей, спинов в твердых телах, квантовых точек и др.) [2]. В частности такое перепутывание может возникать за счет взаимодействия атомов с квантовыми полями резонаторов.

Для оптимальной работы квантовых устройств требуются максимально перепутанные состояния. Однако любая квантовая система взаимодействует с окружающей средой, что обычно приводит к декогеренции. Однако недавно было показано, что взаимодействие квантовых систем с окружением может приводить к их перепутыванию [3]. В частности, Ким и соавторы. [4] исследовали атом-атомное перепутывание в системе двух одинаковых двухуровневых атомов с однофотонным переходами, резонансно взаимодействующих с одномодовым тепловым полем. Они показали, что хаотическое поле, характеризующееся минимумом информции, может перепутать атомы, подготовленные первоначально в сепарабельном состоянии. Дзенг [5] обобщил результаты работы [4] на случай, когда частота атомного перехода слегка отстроена от частоты моды теплового поля. Он показал, что небольшая расстройка атомов и поля может привести к существенному увеличению степени перепутывания. В работах [6; 7] было показано, что нелинейное взаимодействие теплового поля с атомами в резонаторе также может приводить к атом-атомному перепутыванию. Влияние диполь-дипольного взаимодействия на перепутывание атомов, резонансно взаимодействующих с тепловыми полями резонатора, изучалось в работах [8-11]. В наших работах [12; 13] показана возможность перепутывание двух дипольносвязанных идентичных атомов, один из которых резонансно взаимодействует с модой теплового поля, а другой может свободно перемещаться вне резонатора. Представляет интерес обобщить результаты указанных работ на случай нерезонансного взаимодействия атома с полем резонатора. Поэтому в настоящей работе нами поставлена задача изучения влияние расстройки на особенности перепутывание атомов в рамках модели, описанной в [12; 13].

#### 1. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных двухуровневых естественных или искусственных атома. Пусть один из атомов нерезонансно взаимодействует с модой теплового поля в идеальном одномодовом резонаторе, а второй находится вне резонатора. Предположим также, что между атомами имеется эффективное диполь-дипольное взаимодействие. Заметим, что для некоторых типов искусственных атомов, например для сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, эффективная константа диполь-дипольного взаимодействия может значительно превосходить константу атом-полевого взаимодействия. Тогда в системе отсчета, вращающейся с частотой поля о, гамильтониан рассматриваемой системы в приближении вращающейся волны можно записать в виде

$$H = \hbar \Delta \sigma_1^z + \hbar \Delta \sigma_2^z +$$
  
+  $\hbar \gamma (\sigma_1^+ a + a^+ \sigma_1^-) + \hbar J (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+).$  (1)

Здесь  $\sigma_i^z$  и  $\sigma_2^z$  – операторы инверсии двух атомов;  $\sigma_i^+ = |+\rangle_{ii} \langle - | u \sigma_i^- = |-\rangle_{ii} \langle + | -$  повышающий и понижающий операторы и  $|+\rangle_i u |-\rangle_i$  – возбужденное и основное состояние *i*-го двухуровневого атома (*i* = 1,2); *a*<sup>+</sup> и *a* – операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды;  $\gamma$  – константа атом-полевого взаимодействия;  $\Delta$  – расстройка частот атома и поля  $\Delta = \omega_0 - \omega$ , где  $\omega_0$  – частота перехода в двухуровневом атоме. Наконец, *J* – эффективная константа дипольдипольного взаимодействия.

Будем полагать, что в начальный момент времени атомы приготовлены в сепарабельном двухатомном состоянии вида

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+,-\rangle,\tag{2}$$

а поле резонатора находится в тепловом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n \mid n \rangle \langle n \mid, \tag{3}$$

где вероятности  $p_n = \overline{n}^n / (1 + \overline{n})^{n+1}$ . Здесь  $\overline{n}$  – среднее число фотонов в резонаторной моде  $\overline{n}$  = =  $(\exp[\hbar\omega_i / k_B T] - 1]^{-1}$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора.

Прежде чем исследовать случай, когда атом взаимодействует с тепловым полем, рассмотрим предварительно более простую ситуацию, в которой резонаторное поле приготовлено в фоковском состоянии. Предположим, что число возбуждений системы «атомы+поле» равно *n*   $(n \ge 0)$ . В этом случае эволюция системы будет происходить в в гильбертовом пространсте с базисом  $|-, -, n + 2\rangle$ ,  $|+, -, n + 1\rangle$ ,  $|-, +, n + 1\rangle$ ,  $|+, +, n\rangle$ . Тогда собственные векторы гамильтониана (1) могут быть записаны как

$$|\Psi_{in}\rangle = w_{in}(X_{i1n} | -, -, n+2) + + X_{i2n} | +, -, n+1\rangle + X_{i3n} | -, +, n+1\rangle + + X_{i4n} | +, +, n\rangle) \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

$$(4)$$

где w<sub>in</sub> =

$$= 1 / \sqrt{|X_{i1n}|^2 + |X_{i2n}|^2 + |X_{i3n}|^2 + |X_{i4n}|^2}$$

$$\begin{split} X_{i1,n} &= -\frac{\sqrt{2+n} \Big( 1+n+2\delta E_{in} - E_{in}^2 \Big)}{\sqrt{1+n} \, \alpha (2\delta + E_{in})}, \\ X_{i2,n} &= -\frac{1+n+2\delta E_{in} - E_{in}^2}{\sqrt{1+n} \, \alpha}, \\ X_{i3,n} &= -\frac{2\delta - E_{in}}{\sqrt{1+n}}, \quad X_{i4,n} = 1. \end{split}$$

Соответствующие собственные значения гамильтониана (1) есть

$$E_{1n} = D_n - F_n, \quad E_{2n} = D_n + F_n, E_{3n} = -D_n - F_n, \quad E_{4n} = -D_n + F_n,$$
(5)

где

$$\begin{split} D_n &= \frac{1}{2\sqrt{3}}\sqrt{2B_n + G_n}, \\ F_n &= \frac{1}{2\sqrt{3}}\sqrt{4B_n - G_n - 4\delta\sqrt{3} / \sqrt{2B_n + G_n}}, \\ A_n &= 2 + 3n + n^2 + 4\alpha^2\delta^2, \\ B_n &= 3 + 2n + \alpha^2 + 4\delta^2, \\ G_n &= 2^{1/3}\left(12A_n + B_n^2\right) / C_n + C_n / 2^{1/3}. \\ C_n &= \left(72A_nB_n + 2B_n^3 + 108\delta^2 + O_n\right)^{1/3}, \\ O_n &= \\ &= \sqrt{-4\left(12A_n + B_n^2\right)^3 + \left(72A_nB_n + 2B_n^3 + 108\delta^2\right)^2}, \\ \text{где } \delta &= \Delta / \gamma, \alpha = J / \gamma. \end{split}$$

Предположим, что рассматриваемая система в начальный момент времени приготовлена в состоянии  $|+,-,n+1\rangle$  ( $n \ge 0$ ). Тогда временную волновую функцию в момент времени t можно записать в виде

$$| \Psi(t) \rangle = C_{12,n} | -, -, n+2 \rangle + C_{22,n} | +, -, n+1 \rangle + + C_{32,n} | -, +, n+1 \rangle + C_{42,n} | +, +, n \rangle,$$
(6)

$$C_{i2,n} = e^{-iE_{1n}t/\hbar} w_{1n} Y_{2in} X_{1in} + + e^{-iE_{2n}t/\hbar} w_{2n} Y_{2in} X_{2in} + + e^{-iE_{3n}t/\hbar} w_{3n} Y_{2in} X_{3in} + + e^{-iE_{4n}t/\hbar} w_{4n} Y_{2in} X_{4in} (i = 1, 2, 3, 4) = Y_{iin} = w_{in} X_{iin}^{*}.$$
(7)

Если начальное состояние изучаемой системы выбрать в виде  $|+,-,0\rangle$ , то временная волновая функция есть

$$| \Psi(t) \rangle = C_{12} | -, -, 1 \rangle +$$

$$+ C_{22} | +, -, 0 \rangle + C_{32} | -, +, 0 \rangle,$$

$$C_{12} = \sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{j} e^{i\varepsilon_{j}t} / q_{j},$$

$$C_{22} = \sum_{j=1}^{3} (2\varepsilon_{j}\delta - \varepsilon_{j}^{2}) e^{i\varepsilon_{j}t} / q_{j},$$

$$C_{32} = -\alpha \sum_{j=1}^{3} (2\delta - \varepsilon_{j}) e^{i\varepsilon_{j}t} / q_{j},$$

$$(8)$$

где

$$\begin{split} q_{j} &= 1 + \alpha^{2} - 3\varepsilon_{j}^{2} + 4\varepsilon_{j}\delta, \\ \varepsilon_{1} &= \frac{1}{3} \left( -\frac{\sqrt[3]{2}\zeta}{\xi} + \frac{\xi}{\sqrt[3]{2}} + 2\delta \right), \\ \varepsilon_{2} &= \frac{1}{3} \left( \frac{\left(1 + i\sqrt{3}\right)\zeta}{2^{2/3}\xi} - \frac{\left(1 - i\sqrt{3}\right)\xi}{2\sqrt[3]{2}} + 2\delta, \right) \\ \varepsilon_{3} &= \frac{1}{3} \left( \frac{\left(1 - i\sqrt{3}\right)\zeta}{2^{2/3}\xi} - \frac{\left(1 + i\sqrt{3}\right)\xi}{2\sqrt[3]{2}} + 2\delta \right), \\ \xi &= \sqrt[3]{\sqrt{\left(-36\alpha^{2}\delta + 16\delta^{3} + 18\delta\right)^{2} + \frac{1}{4\left(-3\alpha^{2} - 4\delta^{2} - 3\right)^{3} - 36\alpha^{2}\delta + 16\delta^{3} + 18\delta, \\ \zeta &= -3\alpha^{2} - 4\delta^{2} - 3. \end{split}$$

Выберем теперь начальное состояние в виде  $|-,+,n+1\rangle$  ( $n \ge 0$ ). В этом случае в произвольный момент времени вектор состояния есть

$$| \Psi(t) \rangle = C_{13,n} | -, -, n + 2 \rangle + C_{23,n} | +, -, n + 1 \rangle + + C_{33,n} | -, +, n + 1 \rangle + C_{43,n} | +, +, n \rangle,$$
(9)

где  $C_{i3,n}$  могут быть получены из (7) путем замены  $Y_{2in}$  на  $Y_{3in}$  (i = 1, 2, 3, 4).

Если начальное состояние есть  $|-,+,0\rangle$ , то зависящая от времени волновая функция примет вид

$$| \Psi(t) \rangle = C_{13} | -, -, 1 \rangle + + C_{23} | +, -, 0 \rangle + C_{33} | -, +, 0 \rangle,$$
 (10)

$$\begin{split} C_{13} &= -\alpha \sum_{j=1}^{3} e^{i\varepsilon_{j}t} / q_{j}, \\ C_{23} &= \alpha \sum_{j=1}^{3} (2\delta - \varepsilon_{j}) e^{i\varepsilon_{1}t} / q_{j}, \\ C_{33} &= -\alpha \sum_{j=1}^{3} e^{i\varepsilon_{j}t} / q_{j}. \end{split}$$

Для начальных состояний  $|+,+,n\rangle$  и  $|-,-,n+2\rangle$   $(n \ge 0)$  временные волновые функции соответственно равны

$$\begin{split} | \Psi(t) \rangle &= C_{11,n} \mid -, -, n+2 \rangle + C_{21,n} \mid +, -, n+1 \rangle + \\ &+ C_{31,n} \mid -, +, n+1 \rangle + C_{41,n} \mid +, +, n \rangle. \end{split}$$

$$| \Psi(t) \rangle = C_{14,n} | -, -, n+2 \rangle + C_{24,n} | +, -, n+1 \rangle + + C_{34,n} | -, +, n+1 \rangle + C_{44,n} | +, +, n \rangle.$$
(12)

Коэфициенты  $C_{i1,n}$  (или  $C_{i4,n}$ ) могут быть получены из (7) путем замены  $Y_{2in}$  на  $Y_{1in}$  (или  $Y_{4in}$ ) (i = 1, 2, 3, 4).

Для начальногог состояния |-,+,1> эволюция системы задается волновой функцией

$$| \Psi(t) \rangle = C_{14} | -, -, 1 \rangle + + C_{24} | +, -, 0 \rangle + C_{34} | -, +, 0 \rangle,$$
(13)

гле

$$C_{14} = \sum_{j=1}^{3} (\alpha^{2} - \varepsilon_{j}^{2}) e^{i\varepsilon_{1}^{2}t} / q_{j},$$

$$C_{24} = \sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{j} e^{i\varepsilon_{1}t} / q_{j},$$

$$C_{34} = -\alpha \sum_{j=1}^{3} e^{i\varepsilon_{j}t} / q_{j}.$$

Наконец, для начальногго состогяния |-,-,0> имеем

$$|\Psi(t)\rangle = \exp[-i(2\delta t)]|_{-,-,0}\rangle.$$
(14)

Используя выражения (4)–(14), мы легко можем вычислить временную матрицу плотности  $\rho(t)$  всей системы. Усредняя  $\rho(t)$  по переменным поля, мы можем вычислить редуцированную атомную матрицу плотности  $\rho_A(t) = Tr_F \rho(t)$ . Явные выражения для полной матрицы плотности  $\rho(t)$  и редуцированной атомной матрицы плотности  $\rho_A(t)$  не приведены здесь из-за их громоздкого вида.

### 2. Вычисление отрицательности

Для двухкубитных систем, описываемых редуцированной матрицей плотности  $\rho_A(t)$ , в качестве меры перепутывания может быть использована отрицательность [15; 16]



Рис. 1. Отрицательность как функция безразмерного времени  $\gamma t$  для различных значений параметра расстройки  $\delta = 0$  (сплошня линия),  $\delta = 1$  (штриховая линия) и  $\delta = 5$  (точечная линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0.5$ . Среднее число фотонов  $\overline{n} = 0.1$ 



Рис. 2. Отрицательность как функция безразмерного времени  $\gamma t$  для различных значений параметра диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0.05$  (сплошная линия),  $\alpha = 0.1$  (штриховая линия) и  $\alpha = 0.5$  (точечная линия). Расстройка  $\delta = 0.9$ . Среднее число фотонов  $\overline{n} = 0.1$ 



Рис. 3. Отрицательность как функция безразмерного времени уt для различных значений среднего числа тепловых фотонов  $\overline{n} = 0$  (точечная линия),  $\overline{n} = 1$  (штриховая линия) и  $\overline{n} = 5$  (сплошная линия). Расстройка  $\delta = 3$ . Параметр диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0.5$ 

 $\varepsilon = -2\sum \mu_i^-,$ 

где  $\mu_i^-$  – отрицательные собственные значения частично транспонированной атомной матрицы плотности ( $\rho_A^{T_1}$ ).

Для сепарабельного начального атомного состояния (2) и поля в тепловом состоянии (3) редуцированная атомная матрица плотности имеет вид

$$\rho_A(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & 0 \\ 0 & \rho_{23}(t)^* & \rho_{33}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}.$$
(15)

Элементы матрицы плотности (16) можно записать в виде

$$\begin{split} \rho_{11} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n \mid C_{42,n-1}(t) \mid^2, \\ \rho_{22} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n \mid C_{22,n-1}(t) \mid^2 + p_0 C_{22}(t), \\ \rho_{33} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n \mid C_{32,n-1}(t) \mid^2 + p_0 C_{32}(t), \\ \rho_{44} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n \mid C_{12,n}(t) \mid^2 + p_0 C_{12}(t), \\ \rho_{23} &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n C_{22,n-1}(t) C_{32,n-1}(t)^*. \end{split}$$

Частично транспонированная по переменным одного кубита по отношению (15) матрица  $\rho_A^{T_1}$ есть

$$\rho_A^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & \rho_{23}(t)^* \\ 0 & \rho_{22}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{33}(t) & 0 \\ \rho_{23}(t) & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}.$$
 (16)

Матрица (16) имеет всего одно собственное значение, которое может быть отрицательным. Соответственно отрицательность для рассматриваемых начальных атомных состояний может быть представлена в виде

$$\varepsilon(t) = \sqrt{(\rho_{11}(t) - \rho_{44}(t))^2 + 4 |\rho_{23}(t)|^2} - (17) - \rho_{11}(t) - \rho_{44}(t).$$

Результаты численных расчетов отрицательности (17) для различных параметров модели с гамильтонианом (1) представлены на рис. 1–3.

#### 3. Результаты и обсуждения

Временные зависимости отрицательности для различных значений параметра расстройки приведены на рис. 1. Кривые построены для фиксированных значений среднего числа тепловых фотонов  $\overline{n} = 0.1$  и нормированной константы диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0.5$ . Из рисунка хорошо видно, что при увеличении параметра атом-полевой расстройки б, степень перепутывания атомов существенно возрастает. Отметим, что в отличие от двуатомной модели с общим полем резонатора, для рассматриваемой модели атомное перепутывание возникает только при наличии диполь-дипольного взаимодействия. Зависимость отрицательности от нормированного времени qt для различных значений параметра диполь-дипольного взаимодействия α представлена на рис. 2. При этом среднее число фотонов выбрано равным  $\overline{n} = 0.1$ , а параметр расстройки δ = 0.9. Хорошо видно, что с увеличением интенсивности диполь-дипольного взаимодействия степень атомного перепутывания возрастает. Такой результат не является удивительны для начального состояния атомов вида |+,->. Такое поведение параметра атомного перепутывания для указанного начального состояния характерно и для моделей с общим полем резонатора [8-11]. На рис. 3 представлена временная зависимость отрицательности для различных значений среднего числа фотонов в тепловой моде и фиксированных значений интенсивности диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0.5$  и расстройки  $\delta = 3$ . Из рисунка хорошо видно, что при увеличении интенсивности теплового поля, степень перепутывания атомов уменьшается. Это означает, что значительного перепутывания атомов можно добиться только для слабого теплового поля резонатора, т.е. при достаточно низких температурах резонатора Заметим, что максимальная степень атомного перепутывания для рассматриваемо модели меньше, чем для модели, в которой два атома взаимодействуют с общим тепловым полем резонатора в случае одинаковых интенсивногстей теплового поля [5].

#### Заключение

Таким образом, в настоящей работе мы исследовали динамику перепутывания двух идентичных двухуровневых атомов, один из которых нерезонансно взаимодействует с модой теплового поля идеального одномодового резонатора, а другой находится вне резонатора. Мы обсудили влияние диполь-дипольного взаимодействия и расстройки на степеннь перепутывания атомов для сепарабельного исходного атомного состояния. При этом было показано, что атом-атомное перепутывание возникает только при наличии прямого диполь-дипольного взаимодействия атомов. Мы также показали, что наличие расстройки частот атома и поля приводит к существенному увеличению степени атомного перепутывания. Увеличение параметра расстройки и интенсивности прямого диполь-дипольного взаимодействия приводит к увеличению максимальной степени перепутывания атомов. Таким образом, расстройка и прямое диполь-дипольнгое взаимодействие в рассматриваемой модели могут быть использованы для эффективного управления и контроля степени перепутывания естественных или искусственных атомов.

# Список литературы

- Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // Rev. Mod. Phys. 2013. Vol. 85. P. 623-653.
- Buluta I., Ashab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2011. Vol. 74. P. 104401.
- Cavity-loss-induced generation of entangled atoms / M.B. Plenio [et al.] // Phys. Rev. 1999. Vol. A59. P. 2468-2475.
- Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim [et al.] // Phys. Rev. 2002. Vol. A65. P. 040101.
- Zhang B. Entanglement between two qubits interacting with a slightly detuned thermal field // Opt. Comm. 2010. Vol. 283. P. 4676-4679.
- Zhou L., Song H.S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. 2002. Vol. B4. P. 425-429.
- Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Phys. Lett. 2006. Vol. 3. № 3. P. 145-150.
- The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar [et al.] // Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics. 2005. Vol. 7. P. S769.
- 9 The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms interacting with a thermal field via two-photon process / X.-P. Liao [et al.] // Chin. Phys. 2008. Vol. B17. № 6. P. 2137-2142.
- Bashkirov E.K., Stupatskaya M.P. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise // Laser Phys. 2009. Vol. 19. P. 525-530.
- Bashkirov E.K., Mastyugin M.S. The influence of the dipole-dipole interaction and atomic coherence on the entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions // Optics and Spectroscopy. 2014. Vol. 116. № 4. P. 630-634.
- Bashkirov E.K., Litvinova D.V. Entanglement between qubits due to the atomic coherence // Computer Optics. 2014. Vol. 38. № 4. P. 603-669.

- Bashkirov E.K., Mastyugin M.S. Entanglement between two qubits induced by thermal field // J. Phys.: Confer. Ser. 2016. Vol. 735. P. 012025.
- Evidence for entangled states of two coupled flux qubits / A. Izmalkov [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 037003.
- Peres A. Separability criterion for density matrices // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 1413-1415.
- Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: necessary and sufficient condition // Phys. Lett. 1996. Vol. A223. P. 333-339.

# Entanglement between atom interacting with a thermal field of a lossless cavity and a free atom

#### E.K. Bashkirov, M.O. Guslyannikova

In the present paper we studied the entanglement of a quantum system consisting of two dipole-coupled two-level atoms, one of which interacts with one-mode thermal field in a lossless cavity, and another is outside a cavity. We obtained the analytical expression of the atom-atom negativity for separable initial atomic state and investigated the influence of a detuning between the atom and the field frequencies and direct dipole-dipole interaction on an atom-atom entanglement. We derived that detuning might cause high atom-atom entanglement in the presence of the dipole-dipole interaction. We also showed that the detuning and dipole-dipole interaction are an effective mechanisms for control and operation of the atomic entanglement.

*Keywords*: identical two-level atoms, detuning, dipole-dipole-interaction, thermal field, atom-atom entanglement, entanglement control and operation.

#### Неганов, В.А.

Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных воли / В.А. Неганов. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – 432 с., 122 ил.



#### ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87 ББК 32.84 Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу

волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.