2018 г. *Том 21, № 4*

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.396.67

Проектирование H-плоскостного ступенчатого сочленения двух прямоугольных волноводов

Л.Д. Ложкин, А.А. Солдатов

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

В работе рассматривается металлическая ступенька в H-плоскости прямоугольного волновода. Проведено моделирование неоднородности в среде Microwave Studio. Результаты моделирования подтверждают истинность полученных теоретических выражений.

Ключевые слова: ступенька в H-плоскости, ряды Фурье, постоянная распространения, коэффициент отражения, коэффициент прохождения, среда Microwave Studio.

1. Расчет коэффициента отражения

Рассмотрим несимметричное H-плоскостное сочленение двух прямоугольных волноводов, изображенное на рис. 1, полагая заполнение кусочно-однородным. На интервале от $z=-\infty$ до $z=0$ располагается волновод шириной a_2, заполненный средой с параметрами $\varepsilon^{(1)}$, $\mu^{(1)}$. В сечении $z=0$ ширина волновода скачком меняется до размера a_2, который сохраняется неизменным при $z>0$. Более широкий волновод заполнен средой с параметрами $\varepsilon^{(2)}$, $\mu^{(2)}$.

Волна основного типа, у которой $E_y = e^{-i\gamma_0^{(1)}z} \times \sin\frac{\pi x}{a}$, распространяется слева направо, Количество распространяющихся мод при $z>0$ зависит от величин a_1, a_2 и $\varepsilon^{(1)}$, $\varepsilon^{(2)}$, $\mu^{(1)}$, $\mu^{(2)}$. Для простоты будем считать, что в каждом из волноводом возможно распространение только основной волны с коэффициентами распространения $(i=1,2)$

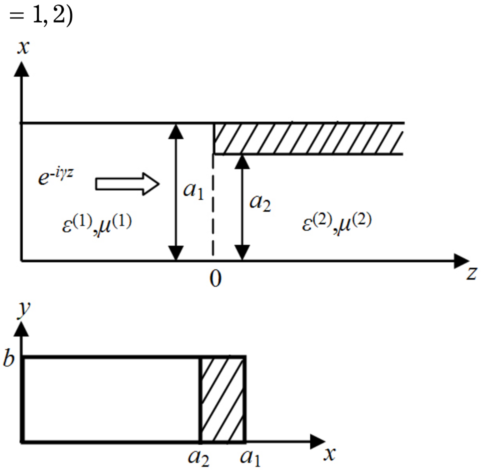

Рис. 1. Ступенька в H-плоскости

$$\gamma_0^{(i)} = \sqrt{\left(k^2\varepsilon^{(i)}\mu^{(i)} - \frac{\pi^2}{a_i^2}\right)}.$$

Из уравнений Максвелла можно выразить магнитные составляющие поля через электрические, учитывая, что $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$:

$$H_x^{(i)} = -\frac{1}{i\omega\mu^{(i)}}\frac{\partial E_y^{(i)}}{\partial z}.$$

Разложение электрического поля по модам при $z<0$ записывается в виде [1,2]:

$$\begin{gathered} E_y^{(1)} = \left[e^{-i\gamma_0^{(1)}z} + R_1 e^{i\gamma_0^{(1)}z}\right]\sin\frac{\pi x}{a_1} + \\ + \sum_{m=2}^{\infty} R_m e^{\Gamma_m^{(1)}z}\sin\frac{m\pi x}{a_1}, \\ i\omega\mu_0\mu^{(1)}H_x^{(1)} = i\gamma_0^{(1)}\left[-e^{i\gamma_0^{(1)}z} + R_1 e^{i\gamma_0^{(1)}z}\right]\times \\ \times\sin\frac{\pi x}{a_1} + \sum_{m=2}^{\infty} R_m\Gamma_m^{(1)}e^{\Gamma_m^{(1)}z}\sin\frac{m\pi x}{a_1}, \end{gathered} \tag{1}$$

где через R обозначен коэффициент отражения.

Постоянная распространения m-ой моды в 1-й области

$$\Gamma_m^{(1)} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^2 - k^2\varepsilon^{(1)}\mu^{(1)}}.$$

При $z>0$ необходимо выделить слагаемое с коэффициентом прохождения T_1 соответствующим T_1 соответствующим распространяющейся волне[3]:

$$E_y^{(2)} = T_1 e^{-i\gamma_0^{(2)}z}\sin\frac{\pi x}{a_2} +$$

$$+\sum_{m=2}^{\infty} T_m e^{-\Gamma_m^{(2)}} \sin\frac{m\pi x}{a_2},$$
$$i\omega\mu_0\mu^{(2)}H_x^{(2)} = i\gamma_0^{(2)}T_1 e^{-i\gamma_0^{(2)}z} \sin\frac{\pi x}{2} - \quad (2)$$
$$-\sum_{m=2}^{\infty} T_m \Gamma_m^{(2)} e^{\Gamma_m^{(2)}z} \sin\frac{m\pi x}{a_2},$$

где

$$\Gamma_m^{(2)} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a_2}\right)^2 - k^2\varepsilon^{(2)}\mu^{(2)}}.$$

Обозначим через $e(x) = E_y^{(1)}(x, z=0)$ напряженность электрического поля в сечении $z=0$. При $a_1 < x < a_2$ эта функция равна нулю. Тогда используя граничные условия (ГУ) при z=0

$$E_y^{(1)} = E_y^{(2)} = e(x), \quad H_x^{(1)} = H_x^{(2)} = h(x)$$

и используя свойства ряда Фурье, на отрезке $[0, a_1]$, можно записать [3]

$$1 + R_1 = \frac{2}{a_1}\int_0^{a_1} e(x')\sin\frac{\pi x'}{a_1}dx,$$
$$R_m = \frac{2}{a_1}\int_0^{a_1} e(x')\sin\frac{m\pi x'}{a_1}dx' \quad (3)$$

$(m \geq 2)$.

Интегрирование по частям в правой части уравнения (3) дает, учитывая $e'(x) = \frac{d}{dx}e(x)$

$$1 + R_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{\pi x'}{a_1}dx',$$
$$R_m = \frac{2}{m\pi}\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_1}$$

$(m \geq 2)$.

Аналогично, на отрезке $[0, a_2]$ следует

$$T_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{a_2} e'(x')\cos\frac{\pi x'}{a_2}dx',$$
$$T_m = \frac{2}{m\pi}\int_0^{a_2} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_2}dx' \quad (4)$$

$(m > 2)$.

Подставляя выражения (3), (4) в соотношения для напряженности магнитного поля (1), (2) и приравнивая их в плоскости $z=0$, получаем $(0 < x < a_1)$

$$\frac{1}{\mu^{(1)}}\left\{\gamma_0^{(1)}(1-R_1)\sin\frac{\pi x}{a_1} + \frac{2i}{\pi}\sum_{m=2}^{\infty}\frac{\Gamma_m^{(1)}}{m}\times\right.$$
$$\left.\times\sin\frac{m\pi x}{a_1}\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_1}dx'\right\} =$$
$$= \frac{1}{\mu^{(2)}}\left\{\gamma_0^{(2)}T_1\sin\frac{\pi x}{a_2} - \frac{2i}{\pi}\sum_{m=2}^{\infty}\frac{\Gamma_m^{(2)}}{m}\times\right.$$
$$\left.\times\sin\frac{m\pi x}{a_2}\int_0^{a_2} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_2}dx'\right\}. \quad (5)$$

Дифференцируя последнее уравнение по координате x, умножая его на функцию $e'(x)$ и интегрируя от 0 до a_2 имеем:

$$\frac{\gamma_0^{(1)}(1-R_1)}{(1+R_1)} =$$
$$= \left\langle \frac{a_1\mu^{(1)}}{a_2\mu^{(2)}}\left\{\gamma_0^{(2)}\left[\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{\pi x'}{a_2}dx'\right]^2 - \right.\right.$$
$$\left. - i\sum_{m=2}^{\infty}\Gamma_m^{(2)}\left[\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_2}dx'\right]^2\right\} - \quad (6)$$
$$\left. - i\sum_{m=0}^{\infty}\Gamma_m^{(1)}\left[\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_1}dx'\right]\right\rangle \times$$
$$\times\left[\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{\pi x'}{a_1}dx'\right]^{-2}.$$

Последнее соотношение есть стационарный функционал относительно малых приращений функции $e'(x)$. Обозначив правую часть соотношения (6) через переменную $F = F(a_1, a_2, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)})$, получаем формулу для коэффициента отражения

$$R_1 = \frac{\gamma_0^{(1)} - F}{\gamma_0^{(1)} + F}, \quad (7)$$

где F − выражение для правой части соотношения (7), получаемой при подстановке в нее приближенного значения e' (например, $e'(x) = A\cos\frac{\pi x}{a_2}$, где A − постоянная).

Введем обозначения

$$F =$$
$$= \left\langle \frac{a_1\mu^{(1)}}{a_2\mu^{(2)}}\left\{\gamma_0^{(2)}\left[\int_0^{a_1} e'(x')\cos\frac{\pi x'}{a_2}dx'\right]^2 - \right.\right.$$
$$\left. - i\sum_{m=2}^{\infty}\Gamma_m^{(2)}\left[\int_0^{a_2} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_2}dx'\right]^2\right\} -$$
$$\left. - i\sum_{m=2}^{\infty}\Gamma_m^{(1)}\left[\int_0^{a_2} e'(x')\cos\frac{m\pi x'}{a_2}dx'\right]^2\right\rangle \times$$

$$\times \left[\int_0^{a_2} e'(x') \cos \frac{\pi x'}{a_1} dx' \right]^2 .$$

$$I_1 = \int_0^{a_2} \left[\cos \frac{\pi x}{a_2} \right]^2 dx;$$

$$I_2 = \int_0^{a_2} \cos \frac{\pi x}{a_2} \cos \frac{m \pi x}{a_2} dx;$$

$$I_3 = \int_0^{a_2} \cos \frac{\pi x}{a_2} \cos \frac{m \pi x}{a_1} dx;$$

$$I_4 = \int_0^{a_2} \cos \frac{\pi x}{a_1} \cos \frac{\pi x}{a_2} dx.$$

Интегралы, приведенные выше, вычисляются точно и имеют следующее значение:

$$I_1 = \frac{a_2}{2}; \quad I_2 = 0;$$

$$I_3 = \left(\frac{a_1 a_2}{2\pi(a_2 m - a_1)} \right) \sin\left(\frac{a_2 m - a_1}{a_1} \right) +$$

$$+ \left(\frac{a_1 a_2}{2\pi(a_2 m + a_1)} \right) \sin\left(\frac{a_2 m + a_1}{a_1} \right);$$

$$I_4 = \left(\frac{a_1 a_2}{2\pi(a_1 - a_2)} \right) \sin\left(\frac{(a_1 - a_2)\pi}{a_1} \right) +$$

$$+ \left(\frac{a_1 a_2}{2\pi(a_1 + a_2)} \right) \sin\left(\frac{(a_1 + a_2)\pi}{a_1} \right).$$

Подставляя значения интегралов в формулу (7), были вычислены значения коэффициента отражения при различных размерах ступеньки, учитывая, что $\mu^{(1)} = \mu^{(2)} = 1$. Результаты расчета приведены ниже.

2. Проектирование ступеньки в среде Microwave Studio

В среде Microwave Studio была смоделирована ступенька в прямоугольном волноводе размерами 23×10 мм при разном отношении a_2 / a_1. Результаты моделирования приведены на рис. 2–9.

Результаты моделирования показывают, что с увеличением толщины ступеньки поле концентрируется в более широкой области, а коэффициент стоячей волны (КСВ), естественно, возрастает. Для подтверждения адекватности формулы (7) при моделировании были измерены значения КСВ при разных a_2 / a_1 на частоте 10 ГГц.

Как видно из рис. 9 расчетная кривая достаточно близко совпадает с кривой, полученной

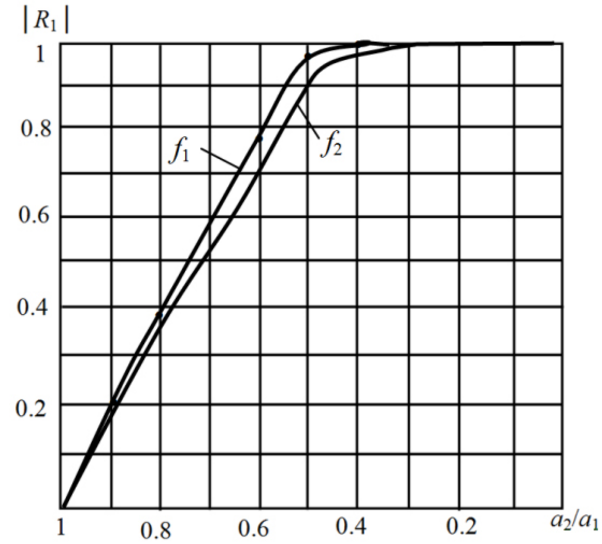

Рис. 2. $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^{(2)} = 1$, $f_1 = 10$ ГГц, $f_1 = 22$ ГГц

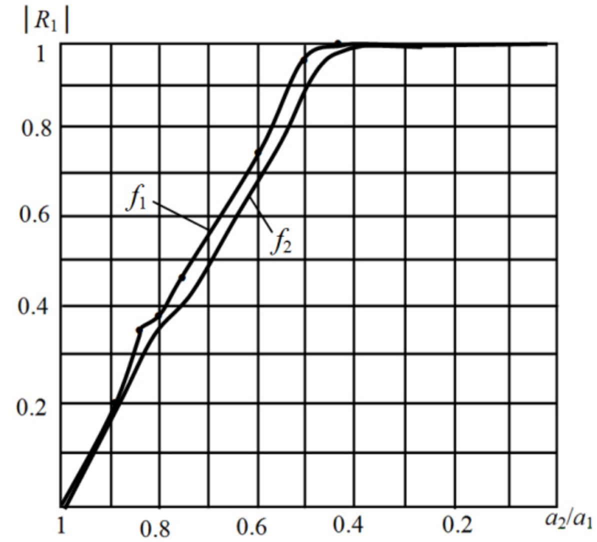

Рис. 3. $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^{(2)} = 10$, $f_1 = 10$ ГГц, $f_1 = 22$ ГГц

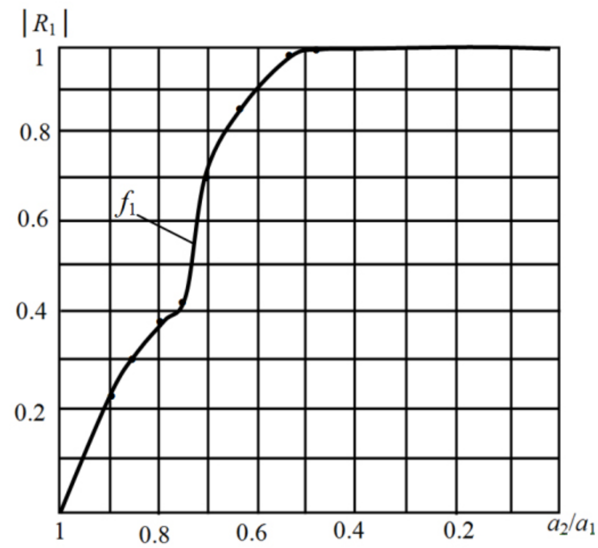

Рис. 4. $\varepsilon^{(1)} = 1$, $\varepsilon^{(2)} = 10$, $f_1 = 10$ ГГц

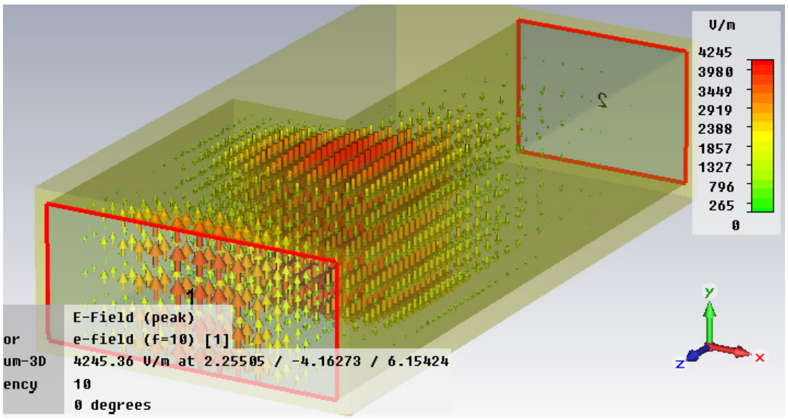

Рис. 5. Модуль поля **E** при a_2 / a_1 = 0.4

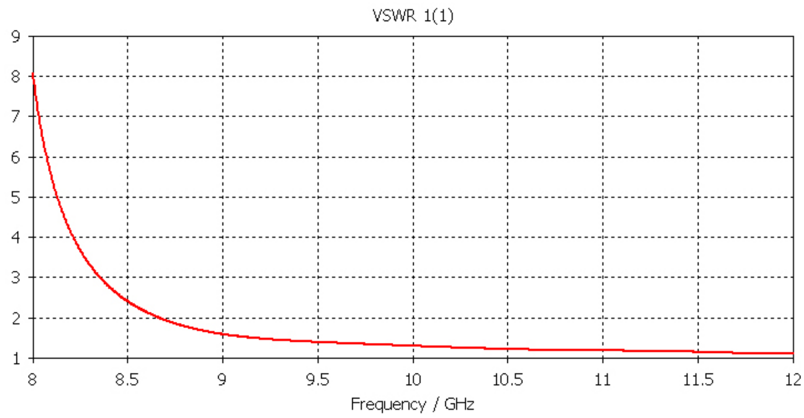

Рис. 6. КСВ структуры при a_2 / a_1 = 0.2

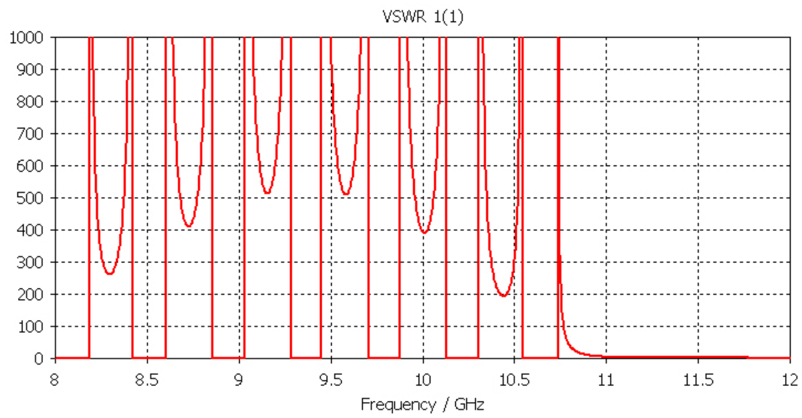

Рис. 7. КСВ структуры при a_2 / a_1 = 0.4

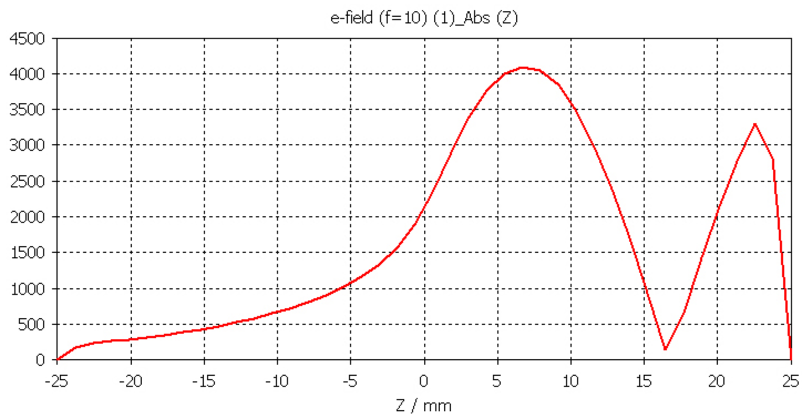

Рис. 8. Модуль поля **E** вдоль оси z

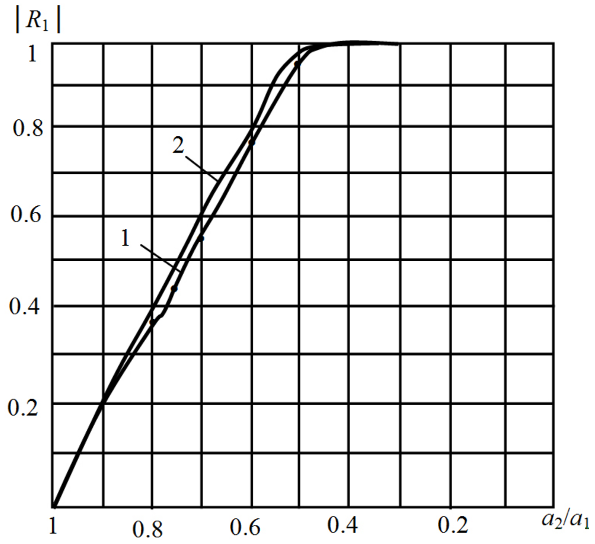

Рис. 9. $\varepsilon^{(1)} = 1$, $\varepsilon^{(2)} = 1$, $f = 10$ ГГц: *1* – расчитанная кривая; *2* – результат моделирования

в результате моделирования, что подтверждает адекватность формулы (7).

Результаты статьи можно использовать при проектировании ступенчатых переходов и при проектировании других неоднородностей в прямоугольном волноводе.

Аналогичным образом может быть рассмотрено и E-плоскостное ступенчатое сочленение двух прямоугольных волноводов.

Список литературы

1. Электродинамика и распространение радиоволн / В.А. Неганов [и др.]. М.: Радиотехника, 2009. 743 с.
2. Неганов В.А., Яровой Г.П. Теория и применение устройств СВЧ. М.: Радио и связь, 2006. 720 с.
3. Аналитический метод расчета тонких продольных неоднородностей в волноведущих структурах СВЧ / В.А. Неганов [и др.] // Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ: тез. док. V МНТК. 1995. С. 37–38.

Designing of the H-plane step coupling of two rectangular waveguides

L.D. Lozhkin, A.A. Soldatov

The paper considers a metal step in the H-plane of a rectangular waveguide. Modeling of inhomogeneity in the environment of Microwave Studio was carried out. The results of the simulation confirm the validity of the theoretical expressions obtained.

Keywords: step in the H-plane, Fourier series, propagation constant, reflection coefficient, transmission coefficient, Microwave Studio.