

Численный анализ отражений электромагнитной волны Е-поляризации от неоднородного слоя диэлектрика

Д.Н. Панин, О.В. Осипов, Д.В. Мишин, Я.М. Кузнецов

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

Работа посвящена электромагнитному анализу метаматериала на основе диэлектрического слоя, обладающего неоднородным распределением атомов вдоль поперечной координаты. В работе рассмотрено решение двухточечной граничной задачи об отражении плоской линейно поляризованной электромагнитной волны от неоднородного слоя диэлектрика. Предложен быстродействующий алгоритм расчета характеристик отражения и прохождения электромагнитной волны от неоднородного диэлектрического слоя, основанный на решении двухточечной граничной задачи. Рассчитаны частотные зависимости модуля коэффициентов отражения для различных неоднородных профилей вещественной части комплексной диэлектрической проницаемости при различных углах падения. Показано, что в области нижнего диапазона нормированных частот слой диэлектрика с параболическим профилем имеет меньшее отражение по сравнению с диэлектрическим слоем с линейным профилем показателя преломления.

Ключевые слова: электродинамика, метаматериал, электромагнитная волна, неоднородный слой диэлектрика, коэффициент отражения, метод дифференциальной прогонки, граничная задача.

Введение

В настоящее время в технике СВЧ- и оптического диапазонов широкое применение находят диэлектрические материалы, на основе которых изготавливаются такие устройства, как диэлектрические резонаторы, фазовращатели, фильтры, согласующие устройства [1–3]. Кроме того, диэлектрики в линиях передачи используются в качестве среды для передачи СВЧ-сигналов и их преобразования. Диэлектрические материалы применяются в СВЧ-технике в качестве антенных обтекателей, теплозащитных радиопрозрачных антенных окон спускаемых космических аппаратов, защитных радиопоглощающих покрытий. Диэлектрические материалы в большинстве случаев являются неоднородными. Существуют два типа неоднородных диэлектриков: среды, в которых диэлектрическая проницаемость является непрерывной функцией пространственных координат и материалы, состоящие из разделенных резкими границами однородных частей, каждая из которых обладает своим значением диэлектрической проницаемости. На сегодняшний день остается актуальным вопрос о взаимодействии электромагнитной волны со слоистыми неоднородными структурами [4–7].

С другой стороны, в настоящее время в СВЧ- и оптическом диапазонах значительный интерес

представляет исследование метаматериалов, обладающих нетипичными для естественных сред электромагнитными свойствами [8–12]. Неоднородные диэлектрические слои могут использоваться как составная часть метаматериала.

К сожалению, строгие решения задачи отражения электромагнитных волн от неоднородного слоя диэлектрика конечной толщины с вещественной диэлектрической проницаемостью известно лишь для нескольких случаев. В данной статье приведен вариант численного решения задачи для монотонных профилей диэлектрической проницаемости: линейного и параболического. Для нахождения решения использовалось дифференциальное уравнение для коэффициента отражения волны Е-поляризации, полученное методом дифференциальной прогонки.

1. Наклонное падение электромагнитной волны с Е-поляризацией на неоднородный диэлектрический слой

Рассмотрим электродинамическую систему (рис. 1). В области 1 (вакуума) на границу слоя под углом θ падает плоская волна с Е-поляризацией с векторами напряженности электрического $\vec{E}_S = \{0, E_{Sy}, 0\}$ и магнитного

$\vec{H}_S = \{-H_{Sx}, 0, H_{Sz}\}$ полей. Составляющие векторов напряженностей поля падающей волны описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} H_{Sx}(x, z, t) &= -\frac{E_0}{Z_0} \sin \theta \times \\ &\times \exp[j(\omega t + k_0 x \cos \theta + k_0 z \sin \theta)]; \\ H_{Sz}(x, z, t) &= \frac{E_0}{Z_0} \cos \theta \times \\ &\times \exp[j(\omega t + k_0 x \cos \theta + k_0 z \sin \theta)]; \\ E_{Sy}(x, z, t) &= E_0 \times \\ &\times \exp[j(\omega t + k_0 x \cos \theta + k_0 z \sin \theta)], \end{aligned} \quad (1)$$

где E_0 – амплитуда напряженности электрического поля падающей волны; $k_0 = \omega/c$ – волновое число для плоской электромагнитной волны в вакууме; ω – круговая частота; c – скорость света; $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ – характеристическое сопротивление вакуума; $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; ϵ_0 и μ_0 – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума.

Кроме падающей волны в области 1, в общем случае существует также отраженная волна, выражения для составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей имеют вид:

$$\begin{aligned} H_{Rx}(x, z, t) &= -\frac{E_0}{Z_0} R_e \sin \theta \times \\ &\times \exp[j(\omega t - k_0 x \cos \theta + k_0 z \sin \theta)]; \\ H_{Rz}(x, z, t) &= -\frac{E_0}{Z_0} R_e \cos \theta \times \\ &\times \exp[j(\omega t - k_0 x \cos \theta + k_0 z \sin \theta)]; \\ E_{Ry}(x, z, t) &= E_0 R_e \times \\ &\times \exp[j(\omega t - k_0 x \cos \theta + k_0 z \sin \theta)], \end{aligned} \quad (2)$$

где R_e – коэффициент отражения (по полю) для случая падения волны Е-поляризации.

$$\begin{aligned} H_{Tx}(x, z, t) &= -\frac{E_0}{Z_2} T_e \sin \theta \times \\ &\times \exp[j(\omega t + k_2 \{x - L\} \cos \theta_2 + k_2 z \sin \theta_2)]; \\ H_{Tz}(x, z, t) &= \frac{E_0}{Z_2} T_e \cos \theta \times \\ &\times \exp[j(\omega t + k_2 \{x - L\} \cos \theta_2 + k_2 z \sin \theta_2)]; \\ E_{Ty}(x, z, t) &= E_0 T_e \times \\ &\times \exp[j(\omega t + k_2 \{x - L\} \cos \theta_2 + k_2 z \sin \theta_2)], \end{aligned} \quad (3)$$

где T_e – коэффициент прохождения (по полю) для случая падения волны Е-поляризации

$Z_2 = \sqrt{\mu_2/\epsilon_2}$ – характеристическое сопротивление области 2; L – толщина диэлектрического поля; $k_2 = k_0 \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ – волновое число для плоской электромагнитной волны в области 2; ϵ_2 и μ_2 – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости области 2, соответственно.

Выражения (1)–(3) определяют электромагнитные поля в областях 1 и 2.

В неоднородном диэлектрическом слое пространственные зависимости y -составляющей напряженности электрического поля и z -составляющей напряженности магнитного поля в предположении отсутствия зависимости векторов от координаты y и при гармонической зависимости от координаты z , описываются двумя уравнениями Максвелла в дифференциальной форме, которые для гармонических полей с временной зависимостью $\exp(j\omega t)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dE_y}{dx} &= -j\omega\mu_0 H_z; \\ \frac{dH_z}{dx} &= -j\omega\epsilon_0 [\epsilon(x) - \sin^2 \theta] E_y, \end{aligned} \quad (4)$$

где функция $\epsilon(x)$ задает профиль вещественной части относительной диэлектрической проницаемости слоя.

Введем в выражениях (4) нормированные параметры:

$$U_e(\xi) = \frac{E_y(\xi)}{E_0} \quad (5)$$

– нормированная напряженность электрического поля;

$$V_e(\xi) = \frac{Z_0 H_z(\xi)}{E_0} \quad (6)$$

– нормированная напряженность магнитного поля.

В выражениях (5) и (6): $\xi = x/L$ – нормированная координата.

С использованием нормировочных соотношений (5) и (6) дифференциальные уравнения (4) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dU_e(\xi)}{d\xi} &= -jKV_e(\xi); \\ \frac{dV_e(\xi)}{d\xi} &= -jK[\epsilon(\xi) - \sin^2 \theta]U_e(\xi), \end{aligned} \quad (7)$$

где $K = k_0 L$ – волновое число, нормированное на толщину слоя.

Для компактной записи уравнений (7) введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_1^{(e)}(\xi) &= -jK; \\ A_2^{(e)}(\xi) &= -jK \left[\varepsilon(\xi) - \sin^2 \theta \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом этих соотношений (8) уравнения Максвелла (7) в нормированном виде можно представить как

$$\begin{aligned} \frac{dU_e(\xi)}{d\xi} &= A_1^{(e)}(\xi) V_e(\xi); \\ \frac{dV_e(\xi)}{d\xi} &= A_2^{(e)}(\xi) U_e(\xi). \end{aligned} \quad (9)$$

Определим граничные условия для системы уравнений (9), исходя из непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на границе раздела двух сред:

$$\begin{aligned} E_{Sy}(x=0) + E_{Ry}(x=0) &= E_y(x=0); \\ H_{Sz}(x=0) + H_{Rz}(x=0) &= H_z(x=0); \\ E_{Ty}(x=L) &= E_y(x=L); \\ H_{Tz}(x=L) &= H_z(x=L). \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя в граничные условия (10) выражения для составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей (1)–(3), получаем:

$$\begin{aligned} E_y(0) &= E_0(1 + R_e); \\ H_z(0) &= \frac{E_0}{Z_0}(1 - R_e) \cos \theta; \\ E_y(L) &= E_0 T_e; \quad H_z(L) = \frac{E_0}{Z_2} T_e \cos \theta. \end{aligned} \quad (11)$$

С учетом (5) и (6) запишем граничные условия (11) в нормированном виде:

$$\begin{aligned} U_e(0) &= 1 + R_e; \quad V_e(0) = (1 - R_e) \cos \theta; \\ U_e(L) &= T_e; \quad V_e(L) = \frac{Z_0}{Z_2} T_e \cos \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Система уравнений (9) и граничные условия (12) составляют двухточечную граничную задачу.

2. Дифференциальное уравнение для коэффициента отражения в случае падения волны Е-поляризации

Будем считать, что в общем виде:

$$V_e(\xi) = \alpha_e(\xi) U_e(\xi). \quad (13)$$

Находя производную в формуле (13) и с использованием второго соотношения из системы (9), получаем:

$$\frac{d\alpha_e(\xi)}{d\xi} U_e(\xi) + \alpha_e(\xi) \frac{dU_e(\xi)}{d\xi} =$$

$$= A_2^{(e)}(\xi) U_e(\xi).$$

Используя соотношения (9) и (14), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\alpha_e(\xi)}{d\xi} = -\alpha_e^2(\xi) A_1^{(e)}(\xi) + A_2^{(e)}(\xi). \quad (15)$$

Очевидно, что $V_e(0) = \alpha_e(0) U_e(0)$. С учетом граничных условий (12) получаем:

$$(1 - R_e) \cos \theta = \alpha_e(0)(1 + R_e). \quad (16)$$

Коэффициент отражения в случае падения плоской электромагнитной волны Е-поляризации можно определить как

$$R_e = \frac{\cos \theta - \alpha_e(0)}{\cos \theta + \alpha_e(0)}. \quad (17)$$

Соотношение (17) можно применять и для частичного коэффициента отражения:

$$R_e(\xi) = \frac{\cos \theta - \alpha_e(\xi)}{\cos \theta + \alpha_e(\xi)}. \quad (18)$$

Найдем производную по нормированной координате ξ в выражении (18):

$$\frac{dR_e(\xi)}{d\xi} = -\frac{2 \cos \theta}{[\cos \theta + \alpha_e(\xi)]^2} \frac{d\alpha_e(\xi)}{d\xi}. \quad (19)$$

Из выражения (18) следует, что коэффициент $\alpha_e(\xi)$ определяется через частичные коэффициенты отражения:

$$\alpha_e(\xi) = \cos \theta \frac{1 - R_e(\xi)}{1 + R_e(\xi)}. \quad (20)$$

Из соотношений (19) и (20) получаем дифференциальное уравнение для частичного коэффициента отражения в случае падения волны Е-поляризации:

$$\frac{dR_e(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{2 \cos \theta} \left\{ A_1^{(e)}(\xi) \cos^2 \theta [1 - R_e(\xi)]^2 - A_2^{(e)}(\xi) [1 + R_e(\xi)]^2 \right\}. \quad (21)$$

Интегрируя уравнение (21) по координате ξ , можно получить значение коэффициента отражения в любом сечении неоднородного диэлектрического слоя. При интегрировании достаточно только задать начальное условие $R_e(1)$.

Для нахождения $R_e(1)$ воспользуемся уравнением (18) и после некоторых преобразований получим следующее соотношение для задания начального условия:

$$R_e(1) = \frac{\cos \theta - \alpha_e(1)}{\cos \theta + \alpha_e(1)} = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}. \quad (22)$$

В случае, когда область 1 на рис. 1 представляет собой диэлектрик с материальными пара-

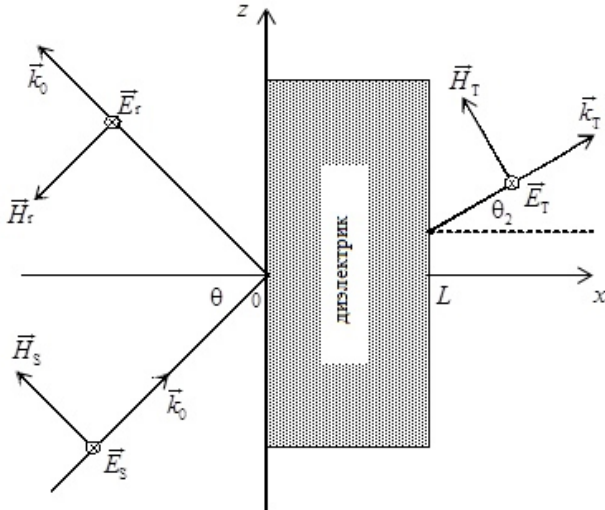


Рис. 1. Геометрия задачи: наклонное падение плоской электромагнитной волны E-поляризации на диэлектрический слой

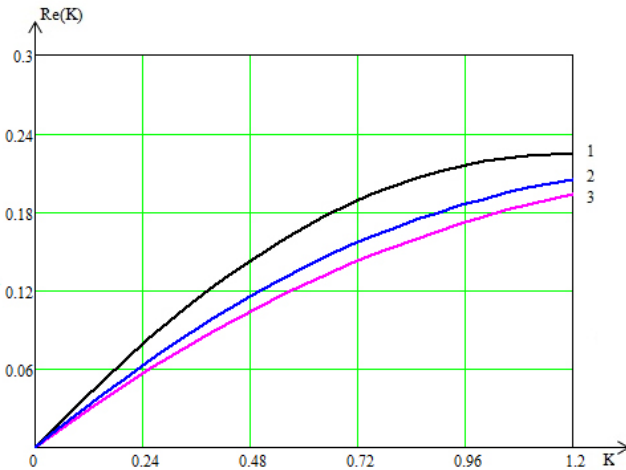


Рис. 2. Частотные характеристики модуля коэффициента отражения электромагнитной волны E-поляризации при нормальном падении для однородного (1), линейного (2) и параболического (3) профилей диэлектрической проницаемости

метрами ϵ_1 и μ_1 , то в выражении (22) необходимо провести замену: $Z_0 \Rightarrow Z_1 = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$.

3. Результаты расчетов

Представим результаты численного расчета модулей коэффициентов отражения от слоев диэлектрика с различными профилями изменения вещественной части комплексной диэлектрической проницаемости при наклонном падении электромагнитной волны E-поляризации. Проведены вычисления при различных углах падения электромагнитной волны. При моделировании использовались следующие профили распределения диэлектрической проницаемости слоя вдоль нормированной координаты ξ :

- однородный слой с $\epsilon(\xi) = \epsilon_L$;
- линейный слой с $\epsilon(\xi) = \epsilon'_L (1 - |1 - 2\xi|) - j\epsilon''_L$;

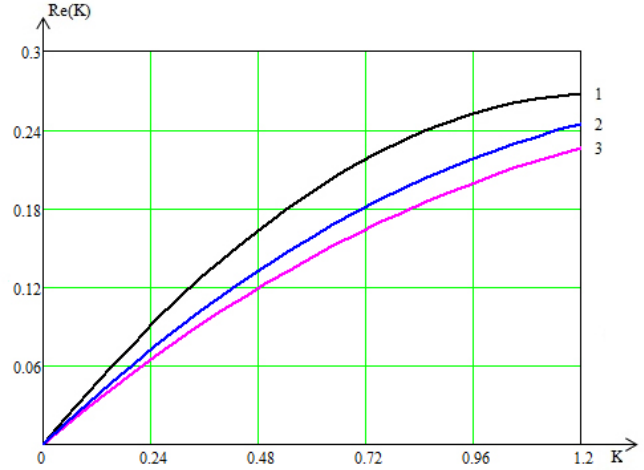


Рис. 3. Частотные характеристики модуля коэффициента отражения электромагнитной волны E-поляризации при угле падения 30° для однородного (1), линейного (2) и параболического (3) профилей диэлектрической проницаемости

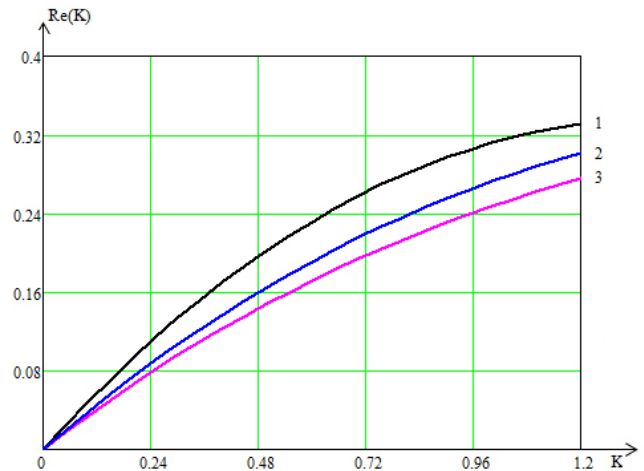


Рис. 4. Частотные характеристики модуля коэффициента отражения электромагнитной волны E-поляризации при угле падения 45° для однородного (1), линейного (2) и параболического (3) профилей диэлектрической проницаемости

- параболический слой с $\epsilon(\xi) = 4\epsilon'_L \xi(1 - \xi) - j\epsilon''_L$, где $\epsilon_L = \epsilon'_L - j\epsilon''_L$.

При расчете значение относительной комплексной диэлектрической проницаемости диэлектрического слоя выбиралось следующим: $\epsilon_L = 1.5 - 0.5j$.

На рис. 2-4 представлены результаты расчетов частотных характеристик модулей коэффициентов отражения от диэлектрического слоя с однородным (кривая 1), линейным (кривая 2) и параболическим (кривая 3) профилями вещественной части комплексной диэлектрической проницаемости при нормальном (рис. 2), наклонном под углами 30° (рис. 3) и 45° (рис. 4) падениях плоской электромагнитной волны E-поляризации. Видно, что отражения от параболического профиля меньше, чем от линейного и однородного. На рис. 5 и 6. представлены

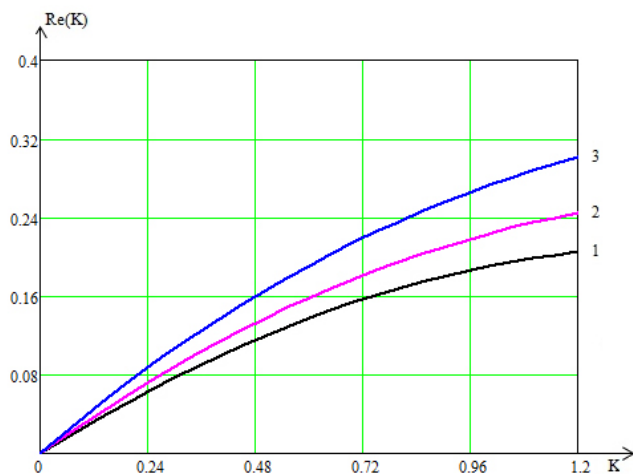


Рис. 5. Частотные характеристики модуля коэффициента отражения электромагнитной волны E-поляризации линейного профиля диэлектрической проницаемости при нормальном падении (1) и углах падения 30° (2) и 45° (3)

частотные характеристики модулей коэффициентов отражения от слоя диэлектрика с линейным и параболическим профилями изменениями диэлектрической проницаемости при различных углах падения электромагнитной волны. Видно, что при возрастании угла падения отражения становятся больше.

Заключение

Проведено численное моделирование взаимодействия электромагнитной волны линейной поляризации с неоднородными диэлектрическими слоями. На основе дифференциального уравнения для частичного коэффициента отражения от слоя неоднородного диэлектрика рассчитаны модули коэффициентов отражения. Показано, что диэлектрики с неоднородным профилем проницаемости обеспечивают меньшие отражения. Это обстоятельство делает возможным использовать их при проектировании малоотражающих покрытий. Также, полученные в работе результаты могут найти широкое применение в области диагностики параметров СВЧ-диэлектриков, в частности степени их неоднородности.

Список литературы

1. Осипов О.В., Панин Д.Н., Никушин А.В. Метод оптимального параметрического синтеза широкополосных согласующих переходов // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. Вып. 12. С. 50–56.
2. Osipov O.V., Panin D.N., Nikushin A.V. Optimum parametric synthesis of broadband matched junctions // Technical Physics Letters. 2013. Vol. 39. № 6. P. 563–565.

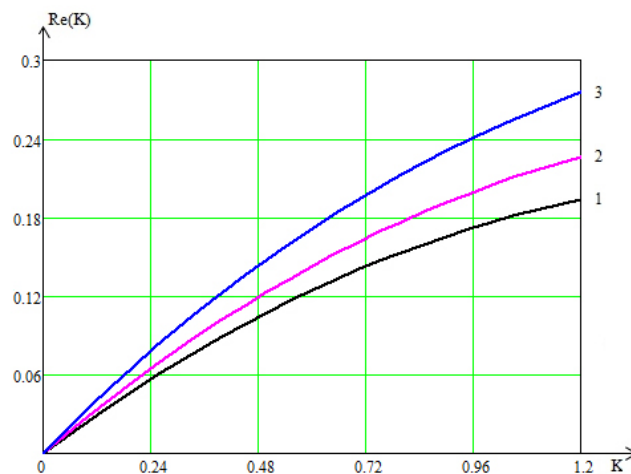


Рис. 6. Частотные характеристики модуля коэффициента отражения электромагнитной волны E-поляризации параболического профиля диэлектрической проницаемости при нормальном падении (1) и углах падения 30° (2) и 45° (3)

3. Зайцев В.В., Панин Д.Н., Яровой Г.П. Компьютерный синтез плавных согласующих переходов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2002. Т. 5. № 2. С. 59–62.
4. Панин Д.Н. Взаимодействие электромагнитного излучения с неоднородным слоем магнитодиэлектрика // Инфокоммуникационные технологии. 2010. Т. 8. № 1. С. 38–42.
5. Панин Д.Н., Адамович Л.В. Селективные свойства неоднородного слоя полупроводниковой плазмы // Инфокоммуникационные технологии. 2015. Т. 13. № 1. С. 12–17.
6. Панин Д.Н., Никушин А.В. Анализ отражений от анизотропного слоя феррита с неоднородной прецессией намагниченности // Методы и устройства передачи и обработки информации. 2012. № 14. С. 60–65.
7. Никушин А.В., Панин Д.Н. Рассеяние электромагнитных волн от слоя магнитоактивной плазмы с неоднородной концентрацией частиц // Вестник Казанского технологического университета. 2011. № 13. С. 50–52.
8. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. London: CRC Press/Taylor & Francis, 2009. 992 p.
9. Johnson R.C. Antenna Engineering Handbook. 3rd ed. N.-Y.: McGraw-Hill, Inc., 1993. 1512 p.
10. Caloz C., Itoh T. Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications. The engineering approach. N.-Y.: Wiley Interscience, 2006. 376 p.
11. Sarychev A., Shalaev V. Electrodynamics of Metamaterials. Singapore: World Scientific, 2007. 260 p.
12. Tie J.C., Smith, D.R., Ruopeng Liu. Metamaterials: Theory, Design and Application. Berlin: Springer, 2010. 376 p.

The numerical analysis of E-polarized electromagnetic wave reflections from inhomogeneous dielectric layer

D.N. Panin, O.V. Osipov, D.V. Mishin, Ya.M. Kuznetsov

The work is devoted to the electromagnetic analysis of metamaterial based on a dielectric layer having inhomogeneous atoms distribution along the transverse coordinate. The paper considers the solution of a two-point boundary value problem of the plane linearly polarized electromagnetic wave reflection from an inhomogeneous dielectric layer. High-speed algorithm of electromagnetic wave reflection and transmission characteristics calculating based on solving a two-point boundary value problem is proposed. The frequency dependences of the reflection coefficients modulus are calculated for different real part of the complex permittivity inhomogeneous profiles at various incidence angles. It is shown that in the region of the lower normalized frequency range a dielectric layer with a parabolic profile has less reflection than a dielectric layer with a linear refractive index profile.

Keywords: electrostatics, metamaterial, electromagnetic wave, inhomogeneous dielectric layer, reflection coefficient, differential sweep method, boundary problem.

Неганов, В.А.

Современная теория и практические применения антенн: монография / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; предисл. акад. Ю.В. Гуляева; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.

ISBN 978-5-88070-222-0

Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П.

Современная теория
и практические применения
антенн

Издательство «Радиотехника»
Москва, 2009

УДК 621.396.67
ББК 32.845

Рассмотрены основные разделы теории и техники антенн. Освещены вопросы расчета и построения различных типов антенн (от вибраторных до рупорных и антенных решеток, включая фазированные). Основное внимание уделено антеннам СВЧ и расчетам их электромагнитных полей в ближней зоне, т. е. вопросам электромагнитной совместимости.

Принципиальное отличие книги от известных заключается в последовательном применении метода физической регуляризации (самосогласованного метода) к расчету электромагнитного поля антенн, позволяющего осуществлять непрерывный переход с излучающей поверхности антенны к пространству вне ее. С помощью самосогласованного метода получены новые результаты по теории антенн: установлены связь между поверхностной плотностью тока на вибраторной антенне и напряженностью электромагнитного поля, однонаправленный режим излучения для кольцевой (рамочной антенны), режимы стоячих и бегущих волн в цилиндрической спиральной антенне, входное сопротивление практически для всех типов антенн. Теоретический материал подкреплён примерами применения многолучевых антенн.

Предназначено для разработчиков антенно-фидерных устройств, аспирантов и докторантов, занимающихся вопросами проектирования антенных систем различного назначения, студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений.