

Частотный критерий устойчивости в «целом» импульсных преобразователей напряжения модуляционного типа по Ляпунову

В.Ф. Дмитриков¹ , Л.Е. Фрид², А.Ю. Петроченко³, Д.В. Шушпанов¹ 

¹ Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича
193232, Россия, г. Санкт-Петербург,
пр. Большевиков, 22, к. 1

² ООО «Северо-Западная Лаборатория»
196128, Россия, г. Санкт-Петербург,
ул. Варшавская, 5а

³ АО «Концерн «НПО «Аврора»
194021, Россия, г. Санкт-Петербург,
ул. Карбышева, 15

Аннотация – Обоснование. Использование методов исследования и проектирования устойчивых нелинейных динамических систем путем построения частотных характеристик петлевого усиления отрицательной обратной связи импульсного преобразователя напряжения через временные характеристики, полученные численными методами решения нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитные процессы в преобразователе, занимает большое время и имеет низкую точность расчета оптимальных режимов, когда требуется рассчитывать сотни вариантов. **Цель.** Поэтому представляется необходимым дальнейшее развитие теории устойчивости импульсных преобразователей напряжения модуляционного типа с использованием частотных критериев устойчивости, функций Ляпунова, амплитудно- и фазочастотных характеристик петлевого усиления преобразователя. **Методы.** Устойчивость в «малом» решается с использованием линеаризованных моделей, которые строятся с использованием так называемого первого метода Ляпунова – метода «первого приближения». Второй метод исследования устойчивости нелинейных динамических систем – метод гармонической линеаризации, когда нелинейный элемент заменяется гармонически линеаризованным звеном с коэффициентом передачи только по первой гармонике. **Результаты.** Найдена функция Ляпунова для импульсного преобразователя напряжения с нелинейными элементами релейного типа. **Заключение.** Полученные в работе результаты позволяют упростить проектирование импульсных преобразователей напряжения устойчивых по Ляпунову за счет применения метода амплитудно-частотных характеристик, используемых для стационарных линейных систем.

Ключевые слова – устойчивость в «малом»; устойчивость в «целом»; линеаризованная модель; функция Ляпунова; метод гармонической линеаризации; импульсный преобразователь напряжения.

Введение

Для работы функциональной аппаратуры (ФА) необходима электроэнергия. Как правило, ФА по тем или иным причинам не может потреблять электроэнергию непосредственно от первичных источников (ПИ). Требуется специализированные устройства – импульсные преобразователи напряжения (ИПН), – осуществляющие преобразование энергии ПИ в кондиционное напряжение питания ФА. К ИПН предъявляются высокие требования в части:

- энергетической эффективности (КПД), удельных массогабаритных характеристик;
- качества питающего ФА напряжения (стабильности, пульсации, динамических характеристик и т. д.).

Для достижения высокой энергетической эффективности преобразования электрической энергии в ИПН используются импульсные силовые устройства, а для поддержания заданного

качества питающего напряжения – отрицательная обратная связь (ООС). В настоящее время наибольшее распространение получили ИПН с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Из-за возникновения в них периодических, квазипериодических, субгармонических, хаотических режимов при действии внешних возбуждающих факторов (изменения нагрузки, входного напряжения, температуры и т. д.) и внутренних (изменения начальных условий – переменных состояния, таких как напряжения на емкостях конденсаторов и токи в индуктивностях дросселей) ИПН относятся к классу дискретно-нелинейных нестационарных замкнутых (с ООС) динамических систем (ДНС).

Для надежной и эффективной работы ИПН необходимо обеспечивать устойчивость рабочего режима ИПН при воздействии на них различных перечисленных выше возмущающих факторов.

Обеспечение устойчивости рабочего режима ИПН с ООС представляет собой сложную проблему. В ДНС возможны множество устой-

чивых (периодических, квазипериодических, субгармонических и хаотических) режимов, которые зависят и от внутренних свойств ИПН, и от внешних возмущающих воздействий. Вместе с тем для эффективной работы ИПН необходимо обеспечивать устойчивость единственного (и, как правило, оптимального) рабочего режима, а остальные – исключить.

Общая теория устойчивости нелинейных динамических систем изложена в основополагающей работе А.М. Ляпунова [1] и развита в дальнейшем в трудах его последователей. В современной литературе исследованию устойчивости ИПН посвящены работы, использующие: теорию кусочно-гладких дифференциальных уравнений, теорию бифуркаций, теорию «хаоса», теорию точечных отображений Пуанкаре [11–14; 23–25; 27] и др.

Полученные в [11–14; 23–27] результаты позволяют (с привлечением вычислительных средств) осуществлять анализ устойчивости ИПН с требуемой точностью, однако из-за чрезмерной сложности использования они не получили применения в инженерной практике. Исследование устойчивости ИПН (систем класса ДНС) может быть упрощено, если от анализа нестационарных нелинейных моделей перейти к стационарным и линейным. Наиболее полное изложение вопросов устойчивости и анализа динамических процессов в ИПН на основе метода стационаризации и линеаризации дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитные процессы в ИПН, представлено в трудах [7–10; 15–22].

Использование методов стационаризации и линеаризации позволило при исследовании устойчивости воспользоваться линейными частотными критериями Найквиста и Боде [2; 3; 7–10; 15–22], определяющими границы устойчивых частотных характеристик коэффициента передачи по петле ООС – $T(j\omega)$.

Важно отметить, что критерии Найквиста и Боде, как и другие линейные критерии, не являются достаточными для исследования систем класса ДНС и позволяют верно судить об устойчивости рабочего режима ИПН лишь в «малом» (при «малых» отклонениях от рабочего режима переменных состояний). На практике же (например, во время переходных процессов) при изменении входного напряжения, сопротивления нагрузки и др.) сигнал ошибки в петле ООС может достигать значительной величины, и полученные результаты исследований устойчивости, запасов устойчивости при отклонении сигнала от проек-

тируемого режима в «малом» будут недостоверны. Особенность ИПН с ШИМ, которые относят к классу нелинейных замкнутых динамических систем, состоит в том, что электромагнитные процессы в них описываются интегро-дифференциальными уравнениями, которые содержат разрывные функции первого рода, то есть электромагнитные процессы в ИПН с ШИМ описываются интегро-дифференциальными уравнениями с переменными, скачкообразно изменяющимися коэффициентами.

Аналитические методы расчета погрешности эквивалентных линеаризованных моделей в литературе неизвестны.

При проектировании устойчивых нелинейных динамических систем рассматриваются методы устойчивости в «малом», «целом» и «абсолютной устойчивости».

Рассмотрим широко используемые методы исследования теории устойчивости нелинейных динамических систем и возможности их применения к исследованию устойчивости ИПН модуляционного типа с ШИМ.

Методы линеаризации нелинейных моделей ИПН. Касательная линеаризация

Основная идея метода «касательной» линеаризации уравнений, описывающих ИПН, состоит в том, что в достаточно малой области, охватывающей рабочую точку x_0 , нелинейная функция $F(x_n)$ заменяется линейной, касательной к кривой $F(x)$ в точке x_0 , и рассматривается в дальнейшем линейное дифференциальное уравнение, описывающее процессы в ИПН.

Однако метод касательной реализации при анализе устойчивости нелинейных систем в ряде случаев может дать неверный результат. Поэтому естественно возникает вопрос об определении таких условий, при выполнении которых об устойчивости нелинейных систем можно было бы судить по их линеаризованным моделям.

Впервые задача в подобной постановке была решена А.М. Ляпуновым. Им же был предложен метод исследования устойчивости – так называемый первый метод Ляпунова. В соответствии с рассматриваемым методом нелинейные функции, входящие в исходные нелинейные уравнения, представлялись степенными рядами Тейлора. Затем из решения отбрасывались все члены разложения в степени выше первой, и таким образом осуществлялся переход от исходных нелинейных уравнений к линейным уравнениям «первого при-

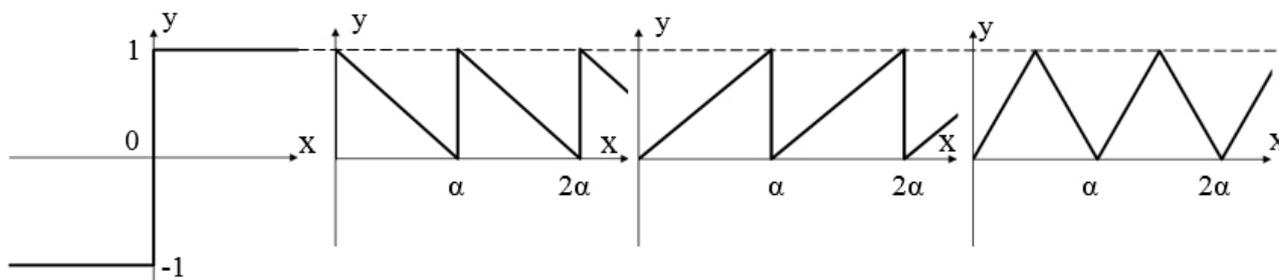


Рис. 1. Статические характеристики нелинейных элементов импульсных преобразователей напряжения
 Fig. 1. Static characteristics of nonlinear elements of pulse voltage converters

ближения». Условия, при которых подобный переход не приводит к потере достоверности получаемых результатов, определялись Ляпуновым на основе доказанной им теоремы «Об устойчивости движения по первому приближению» [1]. Как было отмечено выше, при доказательстве упомянутой теоремы Ляпунов использовал разложение нелинейных функций $F_0(x_1, x_2, \dots, x_n)$, входящих в искомое уравнение, в степенной ряд Тейлора.

Особенности данного разложения накладывают существенные ограничения на класс рассматриваемых систем и на возможности их анализа в широком диапазоне условий, а именно:

1) нелинейные функции $F_0(x_1, x_2, \dots, x_n)$ должны быть достаточно гладкими (не иметь разрывов), чтобы существовали их производные по времени по всем входящим переменным x_n ;

2) Ляпуновым было доказано, что старшие члены в разложении Тейлора нелинейных функций $F_0(x_1, x_2, \dots, x_n)$ не влияют на устойчивость лишь при достаточно малых отклонениях переменных x_1, x_2, \dots, x_n относительно проектируемого режима, т. е. доказывается устойчивость в «малом».

Указанные выше ограничения показывают, что результаты теоремы Ляпунова «Об устойчивости движения по первому приближению» недостаточны для исследования ИПН, т. к.:

- в ИПН входят устройства, имеющие нелинейные звенья с нелинейными характеристиками, которые описываются разрывными функциями («треугольника» или «идеального реле» с разрывом первого рода – рис. 1);
- выполнение условий малых отклонений сигнала от рабочего режима при исследовании устойчивости в «малом» в импульсных системах с использованием метода касательной в рабочей точке и разложения в ряд Тейлора недостаточно для обеспечения достоверности полученных результатов реальной (нелинейной) импульсной системы с разрывами первого рода.

Гармоническая линейризация (аппроксимация)

Указанные ограничения, не выполняемые для импульсных преобразователей напряжения, о непрерывности и дифференцируемости функций, описывающих ИПН, и о малых отклонениях переменных x_1, x_2, \dots, x_n относительно проектируемого режима могут быть сняты, если вместо разложения характеристик нелинейных элементов ПН с разрывами первого рода в степенной ряд Тейлора использовать тригонометрический ряд Фурье и определить условия, при которых об устойчивости исходной нелинейной системы можно было бы судить по ее гармонически линейризованным моделям. Суть метода гармонической линейризации состоит в том, что, если в системе с ООС (рис. 2, 3) линейная часть (ЛЧ) обладает фильтрующими свойствами, такими, что высшими гармониками сигнала на выходе ЛЧ можно пренебречь, тогда нелинейный элемент (НЭ) в системе (рис. 2, 3) можно заменить гармонически линейризованным звеном с коэффициентом передачи НЭ только по первой гармонике $K_{ГЛ}$ (рис. 3). Затем при анализе устойчивости воспользоваться линейными частотными критериями, в первую очередь частотными критериями Найквиста и Боде. Замена реального НЭ элементом с коэффициентом передачи по первой гармонике его выходного сигнала при выполнении в системе условия малости высших гармоник на выходе линейной части системы, т. е. выполнения известного в литературе условия как «гипотеза фильтра», корректна и применима к функциям с разрывами первого рода, которыми описываются процессы преобразования электроэнергии и протекающие электромагнитные процессы в ИПН.

Важно отметить, что, хотя использование метода гармонической линейризации для исследования устойчивости нелинейных дискретных импульсных систем снимает ограничения, накладываемые на нелинейные импульсные функции: о их непрерывности, дифференцируемости

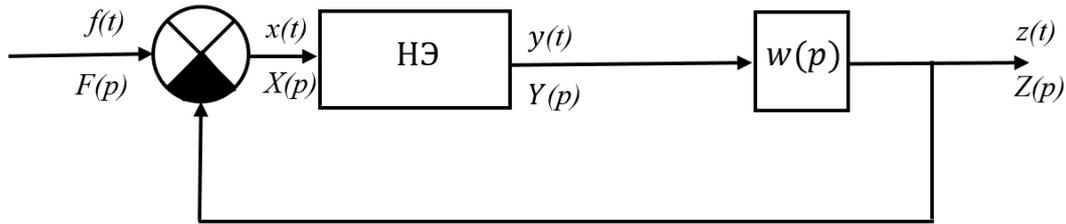


Рис. 2. Блок-схема обобщенной нелинейной системы
Fig. 2. Block diagram of a generalized nonlinear system

и малых отклонениях, нарушаемых при разложении этих функций в ряд Тейлора при использовании первого метода Ляпунова об исследовании устойчивости системы в «малом», тем не менее остается невыполнимым строгое доказательство применимости «гипотезы фильтра» о малости высших гармоник на выходе линейной части системы при использовании метода гармонической линеаризации.

В настоящей работе строго доказаны необходимые и достаточные условия, при выполнении которых «гипотеза фильтра», необходимая для исследования устойчивости нелинейной системы в «целом», оказывается справедливой. Эти условия сформулированы и приведены в разделе 3.

Исследование устойчивости в «целом» и абсолютной устойчивости нелинейных систем с помощью нелинейных интегральных уравнений

Рассмотрим нелинейную систему (рис. 2), содержащую один НЭ и линейную часть с передаточной функцией $w(p)$.

К подобным простейшим блок-схемам могут быть приведены блок-схемы любых замкнутых систем, содержащих один нелинейный элемент, с использованием алгебры передаточных функций.

Внешнее воздействие $f(t)$ приложено по входу нелинейного элемента. Выходная величина нелинейного элемента $y(t)$ зависит от значения входного сигнала $x(t)$ и уравнения характеристики нелинейного элемента и может быть представлена в виде

$$y = \Phi(x(t)), \quad (1)$$

или относительно изображений:

$$Y(p) = L\{\Phi(x(t))\} = \int_0^{\infty} \Phi(x(t)) e^{-pt} dt. \quad (2)$$

Уравнение выходного сигнала относительно изображений имеет вид

$$Z(p) = W(p)Y(p), \quad (3)$$

где $W(p) = M(p)/N(p)$ – передаточная функция линейной части.

Условие замыкания системы имеет вид

$$x(t) = f(t) - z(t), \quad (4)$$

или относительно изображений:

$$X(p) = F(p) - Z(p), \quad (5)$$

Заменяя $Y(p)$ в (3) его значением из (2) и учитывая условие замыкания (5), получаем уравнение нелинейной системы в изображениях относительно выходной величины:

$$Z(p) = W(p) * L\{\Phi(x(t))\}. \quad (6)$$

Если в (3) заменить $Y(p)$ его значением из (2) и подставить значение $Z(p)$ в (5), то получим уравнение нелинейной системы в изображениях относительно ошибки:

$$X(p) = F(p) - W(p) * L\{\Phi(x(t))\}. \quad (7)$$

Это уравнение нелинейно, поскольку в него входят изображения нелинейной функции $x(t)$ и нелинейной функции (характеристики) НЭ $\Phi(x(t))$. Если перейти в (6) и (7) от изображения к оригиналам, а для этого достаточно воспользоваться теоремой свертывания, то мы получим уравнения в оригиналах относительно выходной величины $z(t)$:

$$z(t) = \int_0^t w(t-\tau) \Phi(f(t)-z(t)) d\tau, \quad (8)$$

и относительно ошибки $x(t)$:

$$x(t) = f(t) - \int_0^t w(t-\tau) \Phi(x(\tau)) d\tau, \quad (9)$$

Уравнения (8) и (9) представляют собой нелинейные интегральные уравнения. К сожалению, не существует общих методов решения нелинейных уравнений (8) или (9). Однако, учитывая специфику НЭ или линейных частей в конкретных нелинейных системах, можно точно или приближенно исследовать процессы в нелинейных системах (НС). Разумеется, решения подобных нелинейных интегральных уравнений могут быть получены различными численными методами с помощью ЦВМ. Естественный интерес представляют в основном такие методы, которые позволяют уста-

новить их свойства и особенности, не находя непосредственно решения, описывающего их уравнения, а с помощью так называемых критериев.

Рассматриваемые НС всегда полностью определяются заданной характеристикой НЭ и передаточной функцией или временной характеристикой линейной части системы. Если к нелинейной системе приложено несколько воздействий, например, кроме задающего воздействия еще и возмущающее, то все возмущающие воздействия с использованием методов алгебры передаточных функций могут быть приведены к точке задающего воздействия. При этом уравнения относительно ошибки (7) и (9) остаются без изменений, только $F(p)$ и $f(t)$ будут включать в свой состав изображения и оригиналы реакций линейной части системы на эти возмущающие воздействия. Поэтому при исследовании НС ограничимся уравнением ошибки с одним приведенным воздействием $f(t)$.

Особенности устойчивости нелинейных систем

В нелинейных системах различные режимы: режим состояния равновесия, режим вынужденных процессов, автоколебательные режимы – могут реально существовать лишь в том случае, когда они устойчивы. Устойчивость этих режимов определяется характером изменений отклонений, вызванных приложением к системе убывающих воздействий. Если эти отклонения после исчезновения вызвавшего эти отклонения возмущения стремятся с течением времени к нулю, то соответствующие режимы устойчивы. Возникающие отклонения в этом случае представляют собой не что иное, как свободные процессы. Поэтому исследование устойчивости сводится к исследованию свободных процессов в нелинейных интегральных уравнениях. Следует иметь в виду, что в нелинейных системах в отличие от линейных возможны ситуации, когда один режим устойчив, например автоколебательный или вынужденный, тогда как другой режим (режим состояния равновесия) неустойчив. Поэтому устойчивость состояния равновесия, вынужденных процессов и автоколебаний следует рассматривать вообще раздельно.

Будем считать, что режим (процесс) асимптотически устойчив, если величина отклонения $\varepsilon(t)$ от проектного (рабочего) режима под действием исчезающего возмущающего воздействия δ или начальных условий (переменных состояний: напряжений на емкостях конденсаторов и то-

ков в индуктивностях дросселей) удовлетворяет условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0.$$

Если величина δ достаточно мала, то соответствующая устойчивость является устойчивостью в «малом» или локальной устойчивостью. При неограниченном изменении δ имеем устойчивость в «целом». Если условия устойчивости в «целом» распространяются не на одну фиксированную характеристику НЭ, а на некоторый класс характеристик, то имеет место «абсолютная» устойчивость.

Будем рассматривать не определенный вынужденный процесс, соответствующий фиксированному ограниченному внешнему воздействию $f_-(t)$ определенного вида, например постоянного, гармонического, периодического и т. д., а его совокупность вынужденных процессов, определяемых нелинейным интегральным уравнением

$$x^B(t) = f_-(t) - \int_0^t w(\tau) \Phi(x^B(t-\tau)) d\tau, \quad (10)$$

при любом ограниченном внешнем воздействии

$$\left| \Phi(x^B(t)) \right| < \infty.$$

В [5; 6] показано, что вынужденные процессы $x^B(t)$, определяемые нелинейным интегральным уравнением (10), устойчивы, если для убывающих внешних воздействий $f_{\downarrow}(t) + f_{\downarrow}^0(t)$ таких, что

$$\left| f_{\downarrow}(t) + f_{\downarrow}^0(t) \right| < \infty.$$

Свободный процесс $x^{C'}$ ограничен и удовлетворяет условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x^{C'}(t) = 0,$$

$$x^{C'}(t) = f_{\downarrow}(t) + f_{\downarrow}^0(t) - \int_0^t w(t-\tau) \Phi(x^{C'}(\tau)) d\tau.$$

В [5; 6] сформулированы и приведены частотные критерии I (линейный критерий) и частотный критерий II (параболический критерий) для состояния равновесия. Состояние равновесия нелинейной системы с устойчивой линейной частью будет абсолютно устойчивым, если характеристика нелинейного элемента $\Phi(x)$ принадлежит для линейного критерия к сектору (Гурвицев угол) $[0, K_0]$, или, что то же, если коэффициент статической линеаризации НЭ $K^C(x)$ принадлежит полосе $[0, K_0]$ и частотная характеристика линейной части $w(j\omega)$ не пересекает $[q, K_0]$ прямую [5; 6].

Для частотного критерия II (параболический критерий): состояние равновесия нелинейной си-

стемы будет абсолютно устойчивым, если характеристика нелинейного элемента принадлежит сектору $[r, K_0]$, или, что то же, если коэффициент статической линеаризации $K^C(x)$ принадлежит полюсе $[r, K_0]$ и частотная характеристика линейной части $w(j\omega)$ не пересекает параболу [5; 6].

В [5, с. 283] отмечается, что для частотной характеристики $w(j\omega)$ линейная система будет устойчива, тогда как об устойчивости нелинейной системы ничего нельзя сказать, так как все критерии абсолютной устойчивости являются лишь достаточными.

В предлагаемой работе формулируется и доказывается достаточный критерий устойчивости ИПН в «малом» и «целом». Предложенный критерий устойчивости представлен в частотной области, удобный для применения при проектировании системы.

Постановка задач исследования

Целью работы является:

- формулирование достаточного критерия устойчивости в «малом», в «целом» и «абсолютной» устойчивости рабочего режима ряда ИПН (в частности, ИПН с ШИМ модуляционного типа);
- доказательство достаточности критерия устойчивости в «целом».

Доказательство ведется на основе второго метода Ляпунова в два этапа. На первом этапе – последовательно решаются следующие задачи:

- 1) проводится исследование устойчивости гармонически линеаризованной стационарной модели контура ООС ИПН;
- 2) определяется критерий устойчивости по Найквисту гармонически линеаризованной модели ИПН, определяющий границы частотных характеристик петлевого усиления цепи ООС $T(j\omega)$, устойчивых по Найквисту и Боде.

На втором этапе:

- 1) определяется функция Ляпунова, для гармонически линеаризованной модели ИПН;
- 2) исходя из свойств функции Ляпунова определяются аналитические условия, выполнение которых достаточно для того, чтобы найденная функция Ляпунова для гармонически линеаризованной модели ИПН (без учета высших гармоник) оставалась бы ею и для существующей нелинейной модели (с учетом высшим гармоник). Иными словами, находится функция Ляпунова для контура петлевого усиления ООС, когда выполняются достаточные условия устойчивости ИПН в «целом»;

3) формулируется достаточный критерий устойчивости в «целом» рабочего режима ИПН, определяющий границы устойчивости по Ляпунову частотных характеристик $T(j\omega)$.

Решение сформулированных выше задач проводится на основе анализа линеаризованных моделей ИПН (см. раздел 1).

1. Модели ИПН модуляционного типа

В настоящее время очень широкое распространение в различных областях техники получили ИПН с ШИМ понижающего типа, построенные по типовой (базовой) схеме, изображенной на рис. 3, где: ЛЧ – линейная часть ИПН; ФНЧ – фильтр низкой частоты; ООС – звено обратной связи; ДУ – дифференциальный усилитель (как правило, часть ООС); УМ – усилитель мощности; НЭ – нелинейная часть – широтно-импульсный модулятор; К – коммутатор; Z_H – сопротивление нагрузки ИПН; $Z_{ИП}$ – сопротивление источника первичного электропитания; $Z_{УМ}$ – выходное сопротивление УМ; J – опорное напряжение; Q – напряжение ИПН на нагрузке; $U_{ПИ}$ – пилообразное напряжение; $U_{Ш}$ – напряжение на выходе компаратора; Y – выходной сигнал УМ; Z – сигнал рассогласования (ошибки); $X_{ООС}$ – выходной сигнал цепи ООС.

В рассматриваемой схеме можно выделить следующие функционально значимые (базовые) элементы:

- 1) линейную часть – ЛЧ (содержащую фильтр низких частот – ФНЧ, звено обратной связи β и дифференциальный усилитель – ДУ);
- 2) нелинейную часть – широтно-импульсный модулятор – ШИМ (содержащую компаратор и усилитель мощности сигнала ШИМ – УМ),

Фильтр ФНЧ преобразует модулированное по длительности импульсное напряжение в выпрямленное напряжение с постоянной составляющей $Q^=$ и переменной составляющей $Q^~$ выходного напряжения $Q = Q^= + Q^~$. Напряжение Q с выхода ФНЧ поступает в нагрузку и через цепь ООС (β) – на инвертирующий вход ДУ. На другой вход ДУ подается эталонное (опорное) напряжение J . Усилитель ДУ формирует сигнал рассогласования (ошибки) $Z = K_D (J - X_{ООС})$, где K_D – коэффициент усиления ДУ, $X_{ООС}$ – выходное напряжение цепи ООС β -цепи.

С выхода ДУ сигнал рассогласования (ошибки) Z подается на неинвертирующий вход компаратора, а на другой вход компаратора – пилообразное напряжение $U_{ПИ}$ или напряжение типа «идеальное

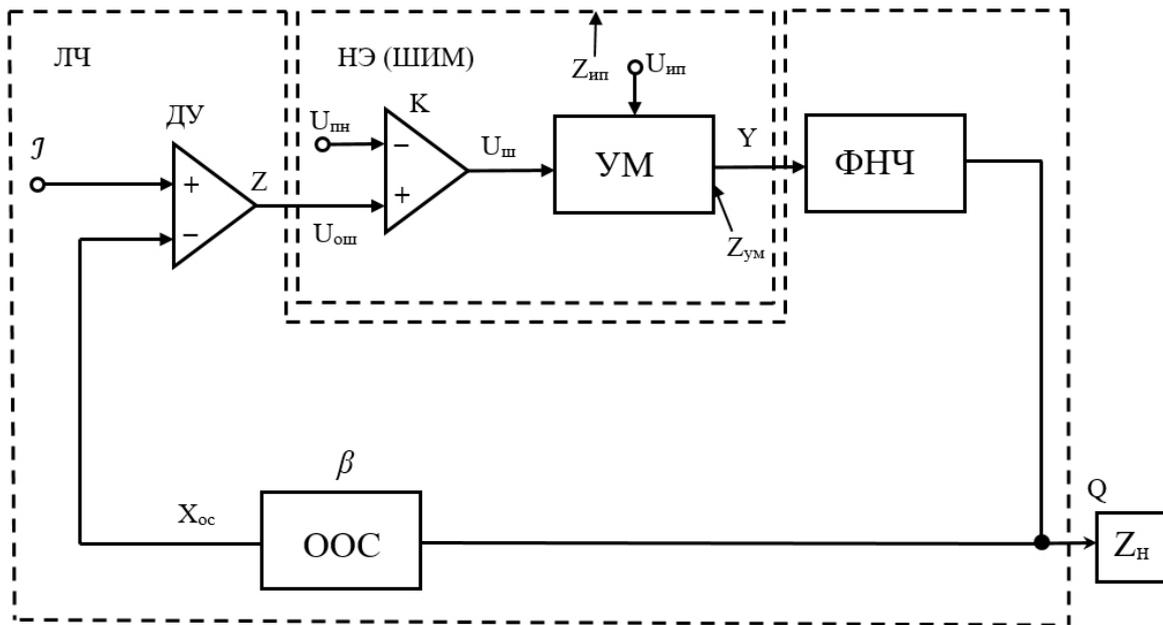


Рис. 3. Обобщенная функциональная схема ИПН модуляционного типа
 Fig. 3. Generalized functional diagram of a pulse voltage converter

реле». Компаратор K определяет знак разности $Z - U_{\text{ПИ}}$ и формирует модулированное по ширине импульсное напряжение $U_{\text{Ш}}$.

Усилитель мощности $УМ$ – оконечный силовой блок ИПН, имеющий различное схематическое исполнение: однотактный или двухтактный, мостовой или полумостовой; с трансформаторным или бестрансформаторным выходом; однофазные или многофазные и т. п. – усиливает последовательность прямоугольных импульсов с выхода компаратора по напряжению и мощности (формирует сигнал Y) до уровней, необходимых для работы нагрузки ИПН – $Z_{\text{Н}}$.

На рис. 4 приведена преобразованная функциональная схема, показанная на рис. 3, где: $K_{\text{У}}$ – усилитель сигнала ошибки $J - X_{\text{ОС}}$; J – эталонный опорный сигнал; $K_{\text{Д}}$ – коэффициент усиления $ДУ$; β – коэффициент передачи звена $ООС$; $W_{\text{Ф}}$ – передаточная функция $ФНЧ$; S_1 – сумматор $ДУ$; S_2 – сумматор компаратора; $F(Z - U_{\text{ПИ}})$ – передаточная характеристика «вход – выход» нелинейного элемента $НЭ$; $U_{\text{шт}}$ – напряжение насыщения $РЭ$, численно равно амплитуде импульсов Y на выходе $НЭ$. Функции суммирования сигналов, осуществляемые $ДУ$ и K в схеме на рис. 3, могут быть выделены в отдельные функциональные звенья S_1 и S_2 соответственно. Подобное преобразование позволяет от схемы (рис. 3) перейти к рассматриваемой сигнальной модели (рис. 4), где: $K_{\text{Д}}$ – коэффициент усиления $ДУ$; $НЭ$ – нелиней-

ный элемент с характеристикой преобразования «вход – выход» $(Z - U_{\text{ПИ}}) \Rightarrow Y$;

$$Y = F(Z - U_{\text{ПИ}}) = \text{sign}(Z - U_{\text{ПИ}}) = \begin{cases} U_{\text{шт}}, & Z - U_{\text{ПИ}} > 0; \\ 0, & Z - U_{\text{ПИ}} \leq 0. \end{cases} \quad (11)$$

Графическое изображение характеристик $НЭ$ представлено на рис. 5. В литературе $НЭ$ с подобной характеристикой принято называть « $НЭ$ с характеристикой типа “идеальное реле”».

Принцип работы ИПН, приведенного на рис. 4, и сигнальной модели на рис. 5 в установившемся рабочем режиме поясняют временные диаграммы (рис. 6), где $U_{\text{ПИ}}(t)$ – напряжение пилообразной формы; $U_{\text{п.т}}$ – амплитуда напряжения $U_{\text{ПИ}}(t)$; $Y(t)$ – выходной сигнал $НЭ$ (ШИМ); $U_{\text{шт}}$ – амплитуда импульсов $Y(t)$; Z^{\sim} – постоянная составляющая сигнала $Z(t)$; $Z^{\sim} \ll Z^{\sim}$; T – период следования $U_{\text{ПИ}}(t)$; $t_{\text{И}}$ – длительность импульсов $U_{\text{ПИ}}(t)$; $W_{\text{Ф}}(j\omega)$, $\beta(j\omega)$, $K_{\text{У}}(j\omega)$ – передаточные функции цепей $W_{\text{Ф}}$, β , $K_{\text{У}}$ соответственно.

Временные диаграммы (рис. 6) построены в предположении, что:

- 1) $Z^{\sim} \ll Z^{\sim}$; $Z^{\sim} \ll U_{\text{п.т}}$;
- 2) выходное сопротивление первичного источника (ПИ) $Z_{\text{ПИ}} = 0$;
- 3) выход $УМ$ по отношению ко входу $ФНЧ$ можно рассматривать как идеальный источник напряжения, т. е. $Z_{\text{УМ}} = 0$.

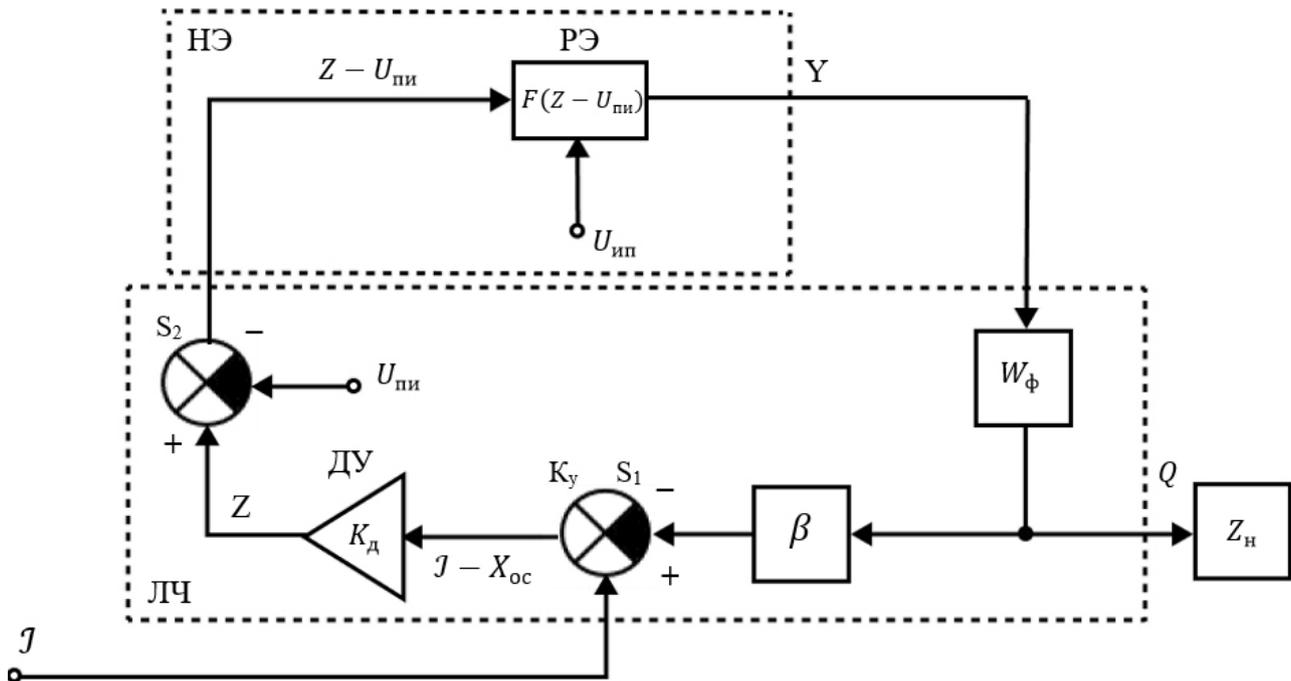


Рис. 4. Обобщенная сигнальная структурная схема ИПН с одноканальной ООС
 Fig. 4. Generalized signal block diagram of a pulse voltage converter unit with single-loop feedback

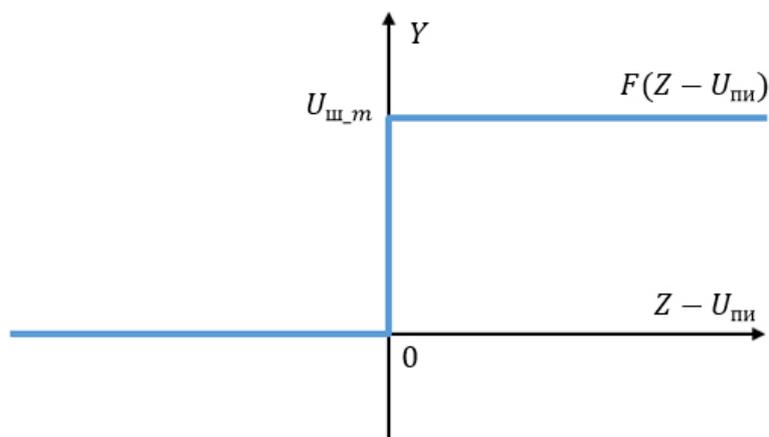


Рис. 5. Статистическая характеристика «вход – выход» НЭ типа «идеальная характеристика Реле»
 Fig. 5. Statistical characteristic «input – output» of nonlinear element of «ideal characteristic of Relay» type

Приведенные выше ограничения должны учитываться при принятии тех или иных технических решений при проектировании ИПН. В противном случае в ИПН могут возникать режимы работы, отличные от приведенных на диаграмме (рис. 6).

Представленную на рис. 4 структурную схему можно рассматривать как стационализованную нелинейную модель ИПН, относящихся к классу ДНС. С целью дальнейшего упрощения анализа, учитывая, что необходимым элементом ИПН является ФНЧ, обеспечивающий выполнение описанного выше условия 1, исходную схему следует преобразовать к виду (рис. 7), где K_d – коэффициент усиления ДУ; $K_{г.л.ш}$ – коэффициент гармони-

ческой линейзации РЭ с характеристикой рис. 5 (коэффициент передачи НЭ по первой гармонике).

Устойчивость по Найквисту гармонических линейризованных моделей ИПН

В основе критерия Найквиста лежит свойство линейных систем, заключающееся в том, что устойчивость линейной стационарной системы зависит только от свойств самой системы и не зависит от внешних сигналов (от режима работы ИПН), которые в этом случае могут задаваться произвольно. Тогда без ограничения общности рассмотрения будем полагать, что $J = U_{ш.т}/2$, т. е. амплитуда эталонного опорного сигнала J равна половине амплитуды импульсов на выходе НЭ.

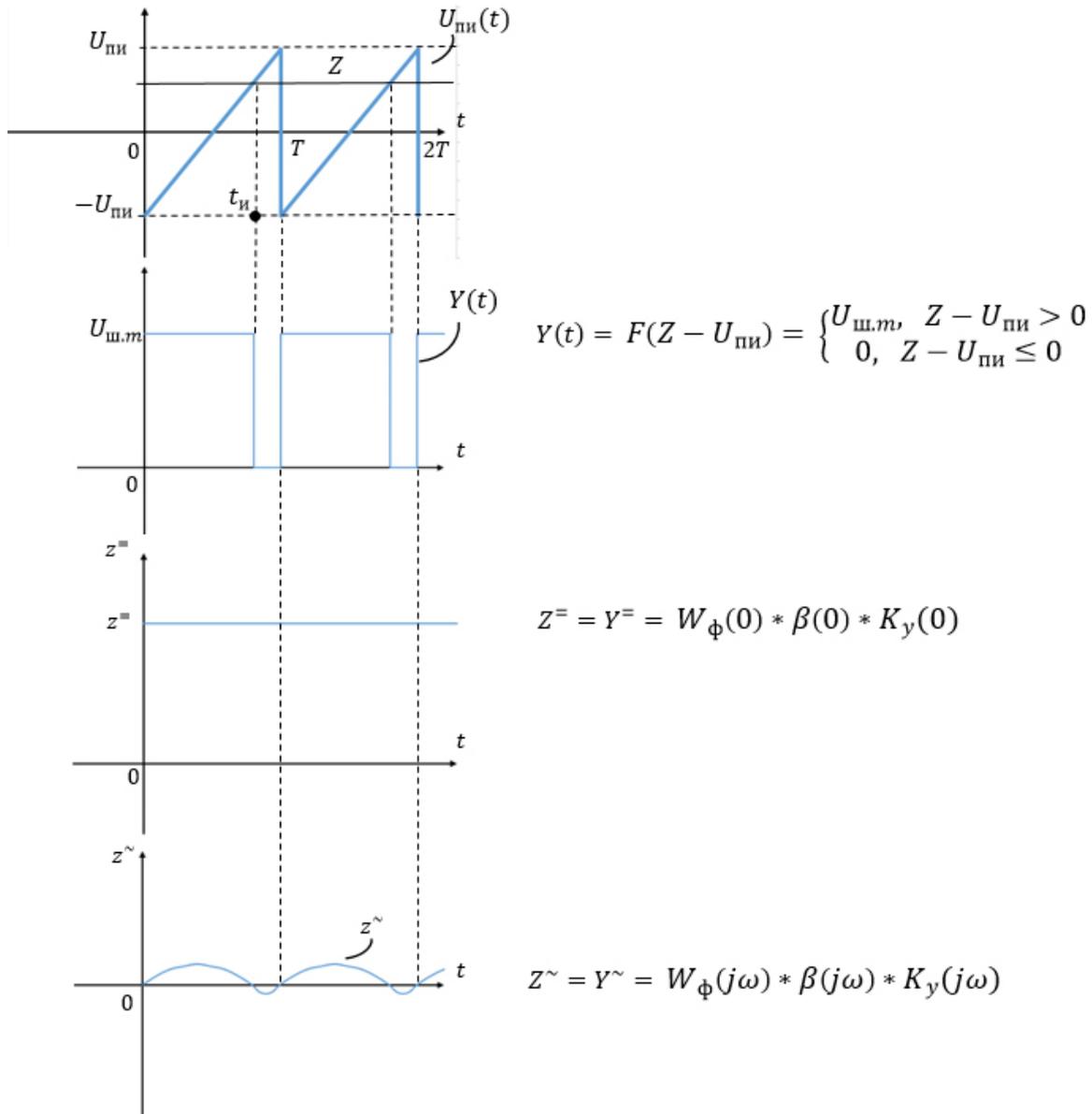


Рис. 6. Временные диаграммы работы системы (рис. 3)
 Fig. 6. Timing diagrams of system operation (Fig. 3)

Для определения коэффициента передачи сигнала по цепи обратной связи $T(j\omega)$ «разорвем» (рис. 8) контур ООС модели на рис. 7 на выходе ЛЧ (в точках 2-2') и подадим на вход в точках 1-1' гармонический сигнал вида

$$Z = ae^{j\omega t}, \quad (12)$$

где a – амплитуда; ω – частота сигнала Z .

Выходной сигнал нелинейного элемента Y может быть разложен в ряд Фурье:

$$Y(j\omega) = \frac{U_{\text{ш.т.}}}{2} + \sum_{2n-1}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}. \quad (13)$$

Из приведенных на рис. 9 построений следует, что переменная составляющая сигнала Y является

симметричной функцией, поэтому суммирование в (13) ведется только по нечетным гармоникам.

Тогда, учитывая, что для определенного выше режима $J = U_{\text{ш.т.}}/2$, сигнал на выходе сумматора S_1 (рис. 7) нелинейной системы (рис. 4) можем записать следующим образом:

$$\begin{aligned} J - X_{\text{ОС}} &= \quad (14) \\ &= \frac{U_{\text{ш.т.}}}{2} - \left[\frac{U_{\text{ш.т.}}}{2} + \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) e^{j\theta_{\text{ЛЧ}}(n\omega)} e^{jn\omega t} \right] = \\ &= - \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) e^{j\theta_{\text{ЛЧ}}(n\omega)} e^{jn\omega t} = \\ &= -C_1 W_{\text{ЛЧ}}(\omega) e^{j\theta_{\text{ЛЧ}}(\omega)} e^{j\omega t} + \end{aligned}$$

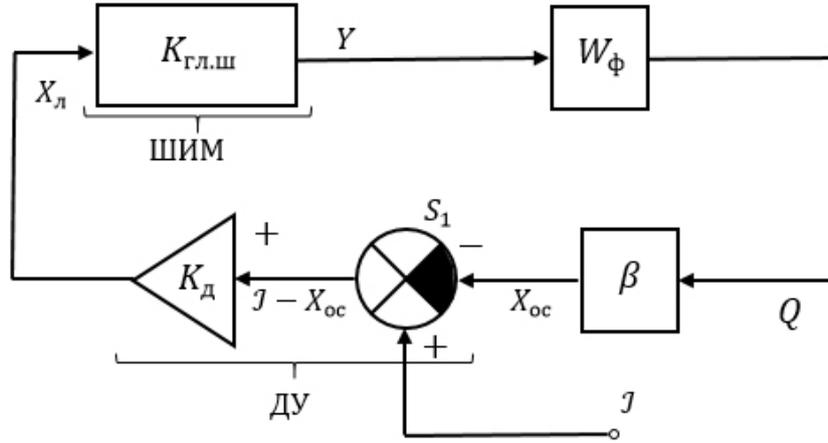


Рис. 7. Гармонически линеаризованная модель ИПН с одноконтурной ООС
 Fig. 7. Harmonically linearized model of pulse voltage converter with single-loop feedback

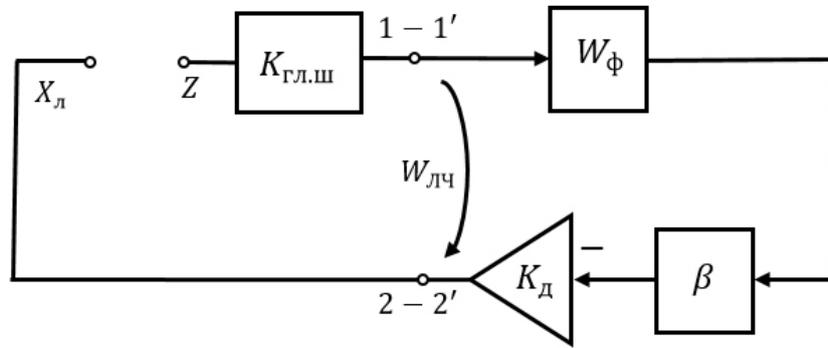


Рис. 8. Контур ООС модели (рис. 7), разомкнутый на входе ШИМ, в установившемся режиме $X_{OC}^- = J$
 Fig. 8. Feedback loop circuit of the model (Fig. 7), open at the PWM input, in steady state $X_{OC}^- = J$

$$+ \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{ЛЧ}(n\omega) e^{j\theta_{ЛЧ}(n\omega)} e^{jn\omega t} = X_{Л} + X_{ОСТ}.$$

В разложении (14) выделены первый член гармонического ряда Фурье $X_{Л}$ и сумма высших гармоник $X_{ОСТ}$. Суммирование ведется по нечетным гармоникам $n = 1, 3, 5, \dots$. Коэффициент разложения по первой гармонике для НЭ может быть определен следующим образом:

$$C_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} a_p \sin(x) dx = \frac{2a_p}{\pi}, \tag{15}$$

где $a_p = U_{шт}$ – порог ограничения НЭ релейного типа, равный амплитуде сигнала Y на выходе РЭ (рис. 9). Функции $W_{ЛЧ}(n\omega)$ и $\theta_{ЛЧ}(n\omega)$ в разложении (14) – соответственно, модуль и фаза частотной характеристики ЛЭ $w_{ЛЧ}(jn\omega)$ на частотах $n\omega$ только по нечетным гармоникам.

В состав ИПН входит фильтр низкой частоты (рис. 2), обуславливающий наличие у ЛЭ фильтрующих свойств. В этом случае высшими гармониками в разложении (14) можем в первом при-

ближении пренебречь и записать для выходного сигнала ЛЭ:

$$X_{Л} = C_1 W_{ЛЧ}(\omega) e^{j\theta_{ЛЧ}(\omega)} e^{j\omega t} = \tag{16}$$

$$= \frac{4a_p}{\pi} W_{ЛЧ}(\omega) e^{j\theta_{ЛЧ}(\omega)} e^{j\omega t}.$$

Тогда с учетом (12) и (16) для передаточной функции разомкнутого контура ООС системы (рис. 8), определяемой по первой гармонике, можем записать:

$$T(j\omega) = \frac{X_{Л}(j\omega)}{Z(j\omega)} = - \frac{C_1 W_{ЛЧ}(\omega) e^{j\theta_{ЛЧ}(\omega)} e^{j\omega t}}{a e^{j\omega t}} = \tag{17}$$

$$= - \frac{4a_p}{\pi} w_{ЛЧ}(j\omega) = -K_{ГЛ.Ш}(a) w_{ЛЧ}(j\omega),$$

где $K_{ГЛ.Ш}(a) = 4a_p / (\pi a)$ – искомый коэффициент передачи НЭ релейного типа по первой гармонике.

Сомножитель $K_{ГЛ.Ш}(a)$ может рассматриваться как звено, последовательно включенное с линейной частью ИПН с передаточной функцией $w_{ЛЧ}(j\omega)$.

Приведенные выше выкладки подтверждают, что обобщенной нелинейной модели ИПН (рис. 3)

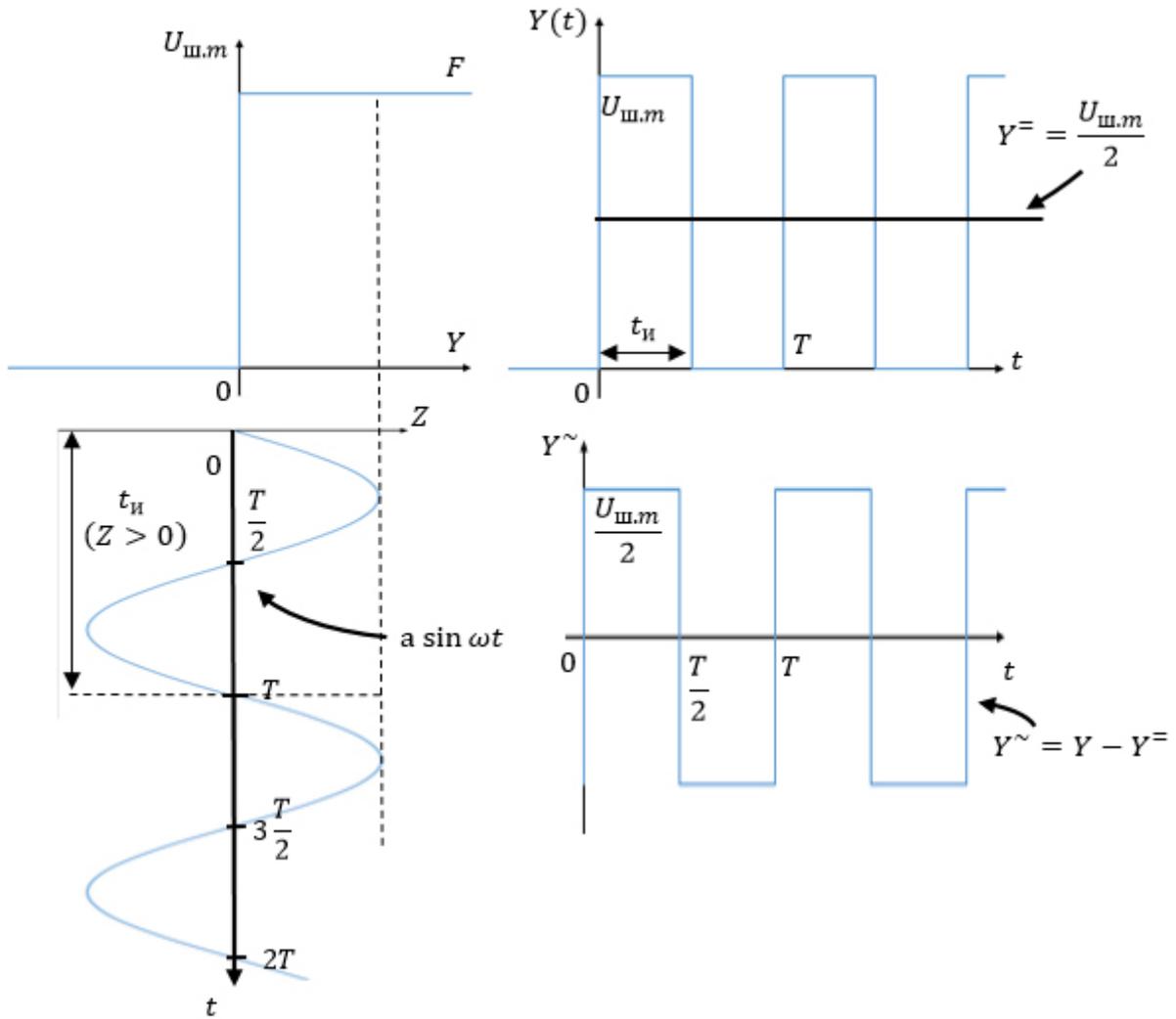


Рис. 9. Формирование на выходе НЭ сигнала Y при входном сигнале $Z = a \sin \omega t$
 Fig. 9. Formation of the Y signal at the output of the nonlinear element at the input signal $Z = a \sin \omega t$

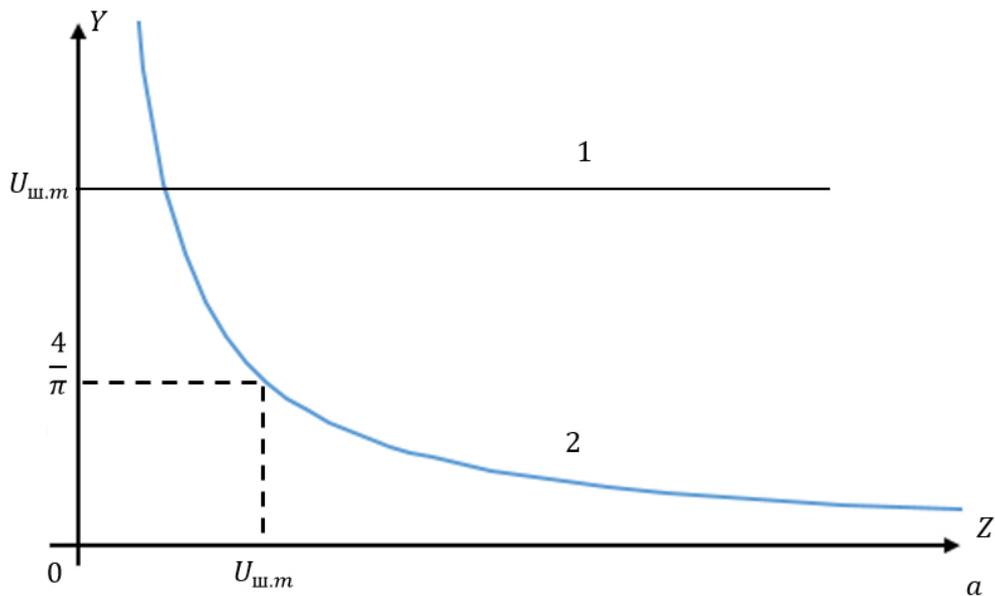


Рис. 10. Статистическая характеристика и коэффициенты гармонической линейзации нелинейного элемента РЭ: 1 – статистическая характеристика; 2 – коэффициент гармонической линейзации $K_{г.л.ш}(a)$
 Fig. 10. Statistical characteristics and coefficients of harmonic linearization of a nonlinear element of relay type: 1 – statistical characteristic; 2 – harmonic linearization coefficient $K_{г.л.ш}(a)$

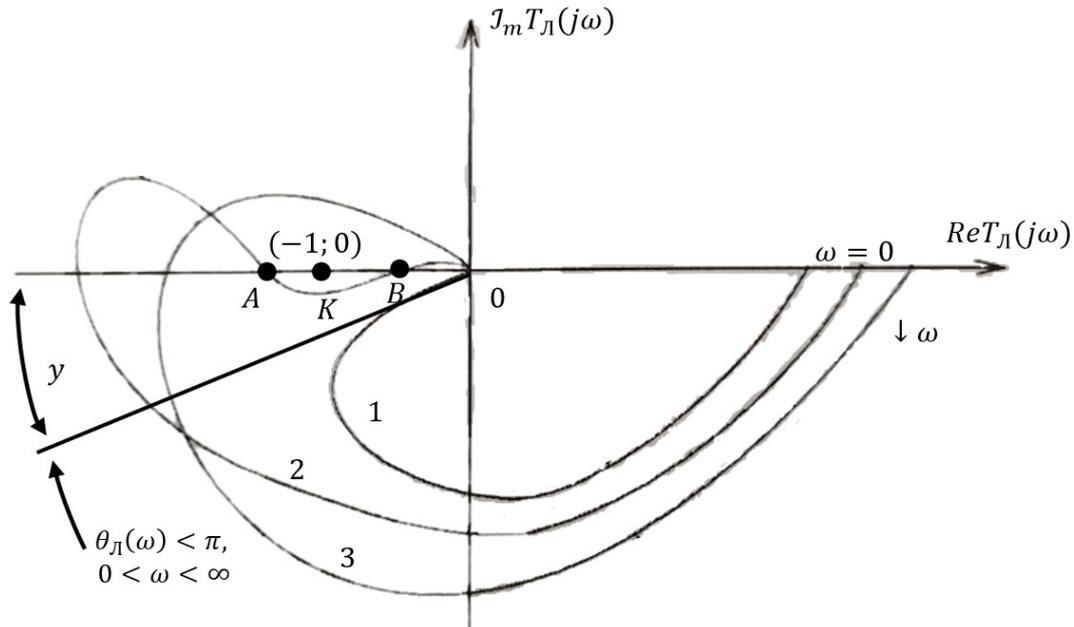


Рис. 11. Годограф $T_L(a, j\omega)$ гармонически линейризованной системы (рис. 5)
Fig. 11. Hodograph $T_L(a, j\omega)$ of a harmonically linearized system (Fig. 5)

можно поставить в соответствие ее гармонически линейризованную модель, изображенную на рис. 7.

Звено $K_{г.л.ш}(a)$ в структурной схеме (рис. 7) в литературе принято называть *гармонически линейризованным коэффициентом передачи релейного элемента (РЭ)*. Графически статическая характеристика РЭ и коэффициент $K_{г.л.ш}(a)$ представлены на рис. 10.

Заметим, что в отличие от линейной системы коэффициент передачи $K_{г.л.ш}(a)$ гармонически линейризованной модели (рис. 7) не является постоянной величиной, а зависит от амплитуды a гармонического сигнала $Z = ae^{i\omega t}$. Сформулированное замечание принципиально важно при определении частотных критериев устойчивости гармонически линейризованных моделей ИПН модуляционного типа.

2. Об устойчивости гармонически линейризованной модели ИПН по Найквисту

При постоянном значении коэффициента $K_{г.л.ш}(a)$, или, что то же самое, параметра a система (рис. 7) становится линейной, и, следовательно, о ее устойчивости можно судить на основе линейных критериев. На практике при проектировании ИПН наиболее широко применяется частотный критерий Найквиста.

Линейная система с одноканальной обратной связью устойчива, если годограф возвратного отношения $T(j\omega)$ на комплексной плоскости не охватывает критической точки с координатами $[-1, j0]$.

В нашем случае $K(a) \neq \text{const}$, и линейные критерии в общем случае не позволяют судить об устойчивости и неустойчивости системы (рис. 7).

Поясним на примере модели (рис. 7) с годографами петлевого усиления $T_L(a, j\omega)$, изображенными на рис. 11. Годографы 1 и 2 в литературе принято называть устойчивыми по Найквисту и Боде.

В соответствии с (17) коэффициент $K_{г.л.ш}(a)$ является частотно-независимой функцией и изменяется от 0 до ∞ . В этом случае $T_L(a, j\omega)$ образует семейство годографов, подобных по форме и различающихся по охватываемой ими площади в зависимости от a .

В разделе 3 будет показано, что годограф 1 устойчив по Ляпунову, если запас по фазе γ находится в пределах $[15^\circ, 75^\circ]$.

Точки пересечения годографами оси $\text{Re}(T_L(a, j\omega))$ при изменении a от 0 до ∞ принимают значения от ∞ до 0 (для НЭ с характеристикой типа «идеальное реле»). Таким образом, всегда можно указать такое значение a , при котором устойчивые по Найквисту годографы 1, 2 не обеспечивают устойчивость гармонически линейризованной системы.

В соответствии с приведенными соображениями, основанными на методе гармонической лине-

аризации, критерий Найквиста для гармонически линеаризованных систем с одноконтурной ООС может быть записан в следующей формулировке: гармонически линеаризованная система устойчива в целом, если годограф петлевого усиления $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$ не охватывает критической точки $[-1, j0]$ реальной оси плоскости годографа $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$ для всех значений $0 < a < \infty$. При определении критериев устойчивости гармонически линеаризованной модели ИПН полагается, что $K_{\text{Л}}(a)$ плавно (без скачков) изменяется при изменении a , следовательно, годограф $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$ плавно изменяется при изменении a .

В частности, для ИПН с характеристикой НЭ релейного типа справедлива формулировка: система (рис. 7) устойчива в целом, если годограф $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$ для всех значений $0 < a < \infty$ полностью находится в нижней половине комплексной плоскости $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$ (рис. 11, кривая 1). Отметим, что если годограф функции $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$ находится в нижней половине комплексной плоскости $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$, то из этого следует, что $\arg(T_{\text{Л}}(a, j\omega))$ не может быть больше π радиан. В аналитическом виде условие устойчивости гармонически линеаризованной модели ИПН может быть записано так: гармонически линеаризованная модель ИПН модуляционного типа (рис. 7) будет устойчива для всех $0 < \omega < \infty$, $0 < a < \infty$, если выполняется неравенство: $0 < \theta_{\text{Л}}(a, j\omega) < \pi$, (18) где $\theta_{\text{Л}}(a, j\omega)$ – фазочастотная характеристика комплексной функции $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$.

3. Устойчивость ИПН по Ляпунову

Критерий Найквиста основан на анализе частотной характеристики возвратного отношения петлевого усиления $T(j\omega)$, которая для линейных систем не зависит от сигнала системы x_i . В сформулированных в разделе 2 критериях устойчивости гармонически линеаризованных моделей ИПН возвратное отношение $T_{\text{Л}}$ зависит от амплитуды сигнала a на входе НЭ $T_{\text{Л}}(a, j\omega)$.

Обоснование возможности (допустимости) расширения применения критерия Найквиста в разделе 2 дано лишь на качественном уровне и требует дополнительных более строгих доказательств. Определим для этого достаточное условие устойчивости гармонически линеаризованной модели ИПН по Ляпунову, не прибегая к критерию Найквиста.

Устойчивость гармонически линеаризованной модели ИПН по Ляпунову

В соответствии с предложенным Ляпуновым вторым (прямым) методом нелинейная система устойчива, если для нее можно указать функцию $\Phi(x_i)$, описывающую возвратное петлевое усиление и обладающую следующими свойствами:

- 4) $\Phi(x_i, t) > 0$ для всех $x_i, t_0 < t < \infty$;
- 5) $\varphi = \frac{d\Phi(x_i, t)}{dt} < 0$.

Существование такой функции $\Phi(x_i, t)$ для системы можно рассматривать как достаточный критерий ее устойчивости по Ляпунову. Функции $\Phi(x_i, t)$ с упомянутыми выше основными свойствами в литературе принято называть функциями Ляпунова.

Рассмотрим структурную схему системы рис. 7. Положением равновесия для этой системы является состояние, когда $Z = 0, X = 0$ (т. е. выходной сигнал Z и сигнал ошибки $X = J - X_{\text{ОС}}$ равны нулю). Пусть

$$Z = ja e^{\sigma t} e^{j\omega t}, \quad \sigma < 0, \quad (19)$$

исчезающее внешнее воздействие, выводящее систему из равновесия.

Тогда для линеаризованной системы (пренебрегая старшими гармониками) можем записать:

$$X_{\text{Л}} = a e^{\sigma t} e^{j\omega t} C_1 w_{\text{ЛЧ}}(j\omega), \quad (20)$$

где $C_1 = \frac{4}{\pi} U_{\text{шт}}$ – коэффициент разложения (14) по первой гармонике; $w_{\text{ЛЧ}}(j\omega)$ – частотная характеристика ЛЧ.

Введем в рассмотрение переменные:

$$Z^* = -ja e^{\sigma t} e^{-j\omega t} \quad (21)$$

– сигнал, сопряженный с Z ,

$$X_{\text{Л}}^* = a e^{\sigma t} e^{-j\omega t} C_1 w_{\text{ЛЧ}}(j\omega) \quad (22)$$

– сигнал, сопряженный с $X_{\text{Л}}$.

Рассмотрим функцию

$$\Phi_{\text{Л}} = -\frac{1}{2} [ZX_{\text{Л}}^* + Z^* X_{\text{Л}}]. \quad (23)$$

Докажем, что $\Phi_{\text{Л}}$ в (23) является для системы (рис. 7) функцией Ляпунова. Подставим (19), (20), (21), (22) в (23). После преобразований (учитывая формулу Эйлера) получим:

$$\Phi_{\text{Л}} = -a^3 e^{2\sigma t} J_m T_{\text{Л}}(a, j\omega), \quad (24)$$

$$\varphi_{\text{Л}} = \frac{d\Phi_{\text{Л}}}{dt} = -a^3 2\sigma e^{2\sigma t} J_m T_{\text{Л}}(a, j\omega). \quad (25)$$

Из полученных для $\Phi_{\text{Л}}$ и $\varphi_{\text{Л}}$ выражений следует, что если $J_m T_{\text{Л}}(a, j\omega) < 0$, $\sigma < 0$, то $\Phi_{\text{Л}} > 0$, а $\varphi_{\text{Л}} < 0$ для всех $0 < \omega < \infty$. Следовательно:

• квадратичная форма (23) является функцией Ляпунова для гармонически линеаризованной модели (рис. 7);

• гармонически линеаризованная модель устойчива по Ляпунову, что и требовалось доказать.

Условия $J_m T_{\text{Л}}(a, j\omega) < 0$, $0 < a < \infty$, $0 < \omega < \infty$ можно трактовать как частотный критерий устойчивости гармонически линеаризованной модели (рис. 7) по Ляпунову. Очевидно, что полученные критерии устойчивости по Найквисту и по Ляпунову для гармонически линеаризованных моделей совпадают.

4. Устойчивость нелинейных моделей ИПН по Ляпунову

Сформулированные в разделах 2 и 3 частотные критерии устойчивости ИПН по Найквисту, Боде и Ляпунову определены в предположении о том, что высшими гармониками в спектре сигнала X на выходе ЛЧ нелинейной модели (рис. 3) можно пренебречь – справедлива т. н. гипотеза фильтра. Определим условия, при которых высшие гармоники X не влияют на устойчивость ИПН. Рассмотрим квадратичную форму Φ :

$$\Phi = -\frac{1}{2} [ZX^* + Z^* X]. \quad (26)$$

В отличие от ранее используемой $\Phi_{\text{Л}}$ в (23) в выражении (26) $X = X_{\text{Л}} + X_{\text{ОСТ}}$, и, следовательно, учтены все гармоники на выходе ЛЧ.

В этом случае можем записать:

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{1}{2} [jZ(X_{\text{Л}} + X_{\text{ОСТ}})^* + (jZ)^* X] = \\ &= -\frac{1}{2} [(ZX_{\text{Л}}^* + Z^* X_{\text{Л}}) + (ZX_{\text{ОСТ}}^* + Z^* X_{\text{ОСТ}})] = \\ &= \Phi_{\text{Л}} + \Phi_{\text{ОСТ}}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(\Phi_{\text{Л}} + \Phi_{\text{ОСТ}})}{dt} = \varphi_{\text{Л}} + \varphi_{\text{ОСТ}}. \quad (28)$$

Из полученных выражений (27) и (28) следует, что Φ с $\Phi_{\text{Л}}$ и φ с $\varphi_{\text{Л}}$ будут иметь одинаковые знаки, если выполняются следующие условия:

$$|\Phi_{\text{Л}}| \geq |\Phi_{\text{ОСТ}}| = |\Phi - \Phi_{\text{Л}}| \geq |\Phi| - |\Phi_{\text{Л}}|. \quad (29)$$

$$|\varphi_{\text{Л}}| \geq |\varphi_{\text{ОСТ}}| = |\varphi - \varphi_{\text{Л}}| \geq |\varphi| - |\varphi_{\text{Л}}|. \quad (30)$$

После преобразований неравенства (29) и (30) могут быть представлены в виде:

$$\frac{|\Phi|}{|\Phi_{\text{Л}}|} \leq 2, \quad (31)$$

$$\frac{|\varphi|}{|\varphi_{\text{Л}}|} \leq 2. \quad (32)$$

Приведенные выкладки позволяют сделать следующие принципиальные выводы:

1) если справедливы неравенства (31) и (32), то Φ с $\Phi_{\text{Л}}$, а также φ с $\varphi_{\text{Л}}$ имеют одинаковые знаки;

2) если Φ с $\Phi_{\text{Л}}$, а также φ с $\varphi_{\text{Л}}$ имеют одинаковые знаки, то при исследовании устойчивости нелинейной системы (рис. 3) прямым методом Ляпунова, высшими гармониками сигнала X в квадратичной форме Φ (27) можно пренебречь;

3) если высшие гармоники сигнала X в квадратичной форме Φ можно не учитывать, то вместо Φ допустимо использовать формулу $\Phi_{\text{Л}}$ (23), в которой нелинейными продуктами пренебрегаем.

В свою очередь, обобщая сформулированные выше выводы, можем заключить, что:

• об устойчивости нелинейной системы (рис. 3) можно достоверно судить по ее гармонически линеаризованной модели (рис. 7), если выполняются условия (31) и (32);

• условия (31), (32) являются количественной оценкой выполнимости «гипотезы фильтра» при исследовании устойчивости ИПН;

• если выполняются условия (31), (32) и если $\Phi_{\text{Л}}$ является функцией Ляпунова для гармонически линеаризованной системы (рис. 7), то $\Phi_{\text{Л}}$ также является функцией Ляпунова и для нелинейной системы (рис. 3).

По аналогии с (20) для n -й гармоники сигнала на выходе ЛЧ – $X_{\text{ЛЧ},n}$ можем записать:

$$X_{\text{ЛЧ},n} = -a^2 e^{\sigma t} C_n e^{jn\omega t} W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) e^{j\theta_{\text{ЛЧ}}(n\omega)}.$$

Суммируя по n , получим:

$$X = -\sum_{2n-1}^{\infty} a^2 e^{\sigma t} C_n e^{jn\omega t} W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) e^{j\theta_{\text{ЛЧ}}(n\omega)}. \quad (33)$$

Подставив в (26) полученное выше значение X , после преобразований можем записать:

$$\Phi = a^2 e^{2\sigma t} \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) \sin(\theta(n\omega)), \quad (34a)$$

$$\varphi = a^2 2\sigma e^{2\sigma t} \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) \sin(\theta(n\omega)). \quad (34b)$$

Тогда неравенства (31), (32) можем представить в виде:

$$\frac{|\Phi|}{|\Phi_{\text{Л}}|} = \frac{\left| -a^2 e^{2\sigma t} \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) \sin(\theta(n\omega)) \right|}{\left| -a^2 e^{2\sigma t} C_1 W_{\text{ЛЧ}}(\omega) \sin(\theta(\omega)) \right|} = \quad (35a)$$

$$= \frac{\sum_{2n-1}^{\infty} W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) \sin(\theta(n\omega))}{C_1 W_{\text{ЛЧ}}(\omega) \sin(\theta(\omega))} \leq 2,$$

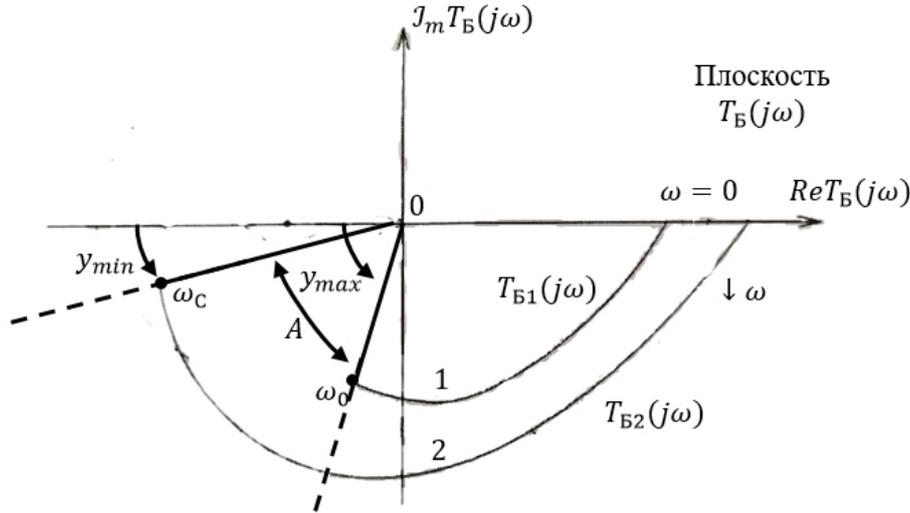


Рис. 12. Графическая иллюстрация условий (36) на плоскости $T_B(j\omega)$: 1 – $T_{B1}(j\omega)$ – функция Бode с запасом по фазе $y_{\max} = 75^\circ$; 2 – $T_{B2}(j\omega)$ – функция Бode с запасом по фазе $y_{\max} = 15^\circ$; A – область плоскости $T_B(j\omega)$, где выполняются условия (36) (угол допустимых значений $\theta_B(\omega)$, $\omega > \omega_0$)

Fig. 12. Graphic illustration of conditions (36) on a plane $T_B(j\omega)$: 1 – $T_{B1}(j\omega)$ – Bode function with phase margin $y_{\max} = 75^\circ$; 2 – $T_{B2}(j\omega)$ – Bode function with phase margin $y_{\max} = 15^\circ$; A – area of the plane $T_B(j\omega)$, where conditions (36) are met (angle of permissible values $\theta_B(\omega)$, $\omega > \omega_0$)

$$\frac{|\varphi|}{|\varphi_{\text{Л}}|} = \frac{\left| -a^2 e^{2\sigma t} 2\sigma \sum_{2n-1}^{\infty} C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) \sin(\theta(n\omega)) \right|}{\left| -a^2 e^{2\sigma t} 2\sigma C_1 W_{\text{ЛЧ}}(\omega) \sin(\theta(\omega)) \right|} = \quad (35a)$$

$$= \frac{C_n \sum_{2n-1}^{\infty} W_{\text{ЛЧ}}(n\omega) \sin(\theta(n\omega))}{C_1 W_{\text{ЛЧ}}(\omega) \sin(\theta(\omega))} \leq 2.$$

Учитывая, что для устойчивых ИПН $\theta_{\text{ЛЧ}}(\omega) < \pi$, $0 < \omega < \infty$, следовательно, $\sin(\theta_{\text{ЛЧ}}(\omega)) < 1$.

На основании неравенств (35a), (35б) можно дать следующую оценку: для того, чтобы высшие гармоники сигнала X на выходе ЛЧ не изменяли знаки функций $\Phi_{\text{Л}}$ и $\varphi_{\text{Л}}$ при добавлении к сигналу X_Л высших гармоник достаточно, чтобы выполнялось неравенство,

$$\sin(\theta_{\text{ЛЧ}}(\omega)) \geq \frac{1}{2} \sum_{2n-1}^{\infty} \frac{C_n W_{\text{ЛЧ}}(n\omega)}{C_1 W_{\text{ЛЧ}}(\omega)}. \quad (36)$$

Как было указано ранее, НЭ ИПН имеет характеристику типа реле. В этом случае при любом входном периодическом сигнале с частотой ω выходной сигнал НЭ также периодический с частотой ω и имеет разрывы первого рода. Следовательно, коэффициенты C_n разложения этого сигнала в ряд Фурье убывают обратно пропорционально n, т. е.

$$\frac{C_n}{C_1} = \frac{1}{n}. \quad (37)$$

При проектировании ИПН $W_{\text{ЛЧ}}$ выбирается, исходя из необходимости получения требуемой глубины ООС F в заданном диапазоне $0 < \omega < \omega_c$ и обеспечения требуемого запаса устойчивости по фазе. Бode в своей работе [2] показал, что наилучшим образом перечисленным выше требованиям отвечает такая частотная характеристика $w_{\text{ЛЧ}}(j\omega)$, при которой возвратное отношение контура ООС $T_{\text{ЛЧ}}(j\omega)$ в диапазоне $0 < \omega < \omega_c$ имеет постоянный модуль $T_B(\omega) = T_0(\omega) = \text{const}$, а при частоте $\omega > \omega_c$ – постоянную фазу $\theta_B(\omega) = \pi - y = \text{const}$ с требуемым запасом по фазе y. Годограф такой функции $T_B(j\omega)$ изображен на рис. 12, а ЛАЧХ $T_B(\omega)$ – на рис. 13.

В аналитической форме для T_B можно записать:

$$\ln(T_B(\omega)) = \ln T_0 - 2 \left(1 - \frac{y}{\pi} \right) \ln \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1} + \frac{\omega}{\omega_c} \right). \quad (38)$$

Приведенный в [2] вывод формулы (38) выполнен в предположении, что $T_B(j\omega)$ – минимально-фазовая функция.

Для частот, где $\omega^2/\omega_c^2 \gg 1$, выражение (38) можно упростить и преобразовать к виду

$$\ln(T_B(\omega)) = \ln T_0 - 2 \left(1 - \frac{y}{\pi} \right) \ln \left(2 \frac{\omega}{\omega_c} \right) = \quad (39)$$

$$= \ln T_0 - \ln \left(\left(2 \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \left(1 - \frac{y}{\pi} \right)} \right) = \ln \frac{T_0}{\left(2 \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \left(1 - \frac{y}{\pi} \right)}}.$$

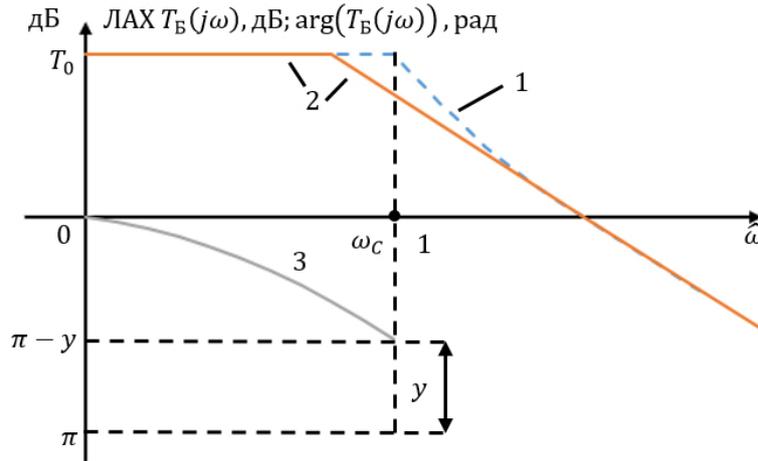


Рис. 13. Частотные характеристики $T_B(j\omega)$: 1 – ЛАХ типа идеальный срез по Боде, дБ; 2 – асимптотические прямые ЛАХ, дБ; 3 – $\arg(T_B(j\omega))$, рад;

Fig. 13. Frequency characteristics of $T_B(j\omega)$: 1 – LAC type ideal Bode cutoff, dB; 2 – asymptotic straight lines of LAC, dB; 3 – $\arg(T_B(j\omega))$, rad

Потенцируя обе части уравнения (39), получим:

$$T_B(\omega) = \frac{T_0}{\left(2 \frac{\omega}{\omega_C}\right)^{2\left(1-\frac{y}{\pi}\right)}}.$$

Тогда отношение

$$\frac{T_B(n\omega)}{T_B(\omega)} = \frac{\left(2 \frac{\omega}{\omega_C}\right)^{2\left(1-\frac{y}{\pi}\right)}}{\left(2 \frac{n\omega}{\omega_C}\right)^{2\left(1-\frac{y}{\pi}\right)}} = \frac{1}{n^{2\left(1-\frac{y}{\pi}\right)}}. \quad (40)$$

Учитывая, что $W_L(\omega)$ и $T_B(\omega)$ отличаются друг от друга лишь множителем $C_1 = \text{const}$, для искомого отношения можем записать:

$$\frac{W_L(n\omega)}{W_L(\omega)} = \frac{1}{n^{2\left(1-\frac{y}{\pi}\right)}}. \quad (41)$$

Подставляя C_n/C_1 и $T_B(n\omega)/T_B(\omega)$ из (37) и (41) в сумму, стоящую в правой части неравенства (36), после преобразований получим:

$$\sin y \geq \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\left(3-\frac{2y}{\pi}\right)}}. \quad (42)$$

Отметим, что при $0 < y < \pi$ стоящая в правой части неравенства (42) бесконечная сумма сходится и может быть определена в замкнутом виде:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\left(3-\frac{2y}{\pi}\right)}} = \left(1 - 2^{\left(3-\frac{2y}{\pi}\right)}\right) \xi\left(3 - \frac{2y}{\pi}\right),$$

где $\xi(\dots)$ – функция Римана, непрерывная на интервале $[0 < y < \pi]$.

Значение функции Римана $\xi(\dots)$ для различных y выбираются по таблицам, приведенным в [4], а искомые условия в этом случае определяются неравенством

$$\sin y \geq \frac{1}{2} \left(1 - 2^{\left(3-\frac{2y}{\pi}\right)}\right) \xi\left(3 - \frac{2y}{\pi}\right). \quad (43)$$

Из приведенных на рисунке построений следует, что исходные условия выполняются, когда запас по фазе y функции $T_B(j\omega)$ находится в пределах

$$y_{\min} < y < y_{\max},$$

где $y_{\min} = \pi/24 = 7,5^\circ$, $y_{\max} = 5\pi/6 = 150^\circ$.

При выполнении условия (43) квадратичная форма (23) является функцией Ляпунова для нелинейной системы (рис. 3). Следовательно, неравенство (43) можно рассматривать как аналитическое выражение критерия устойчивости ИПН по Ляпунову.

Графическая интерпретация условия (43) на плоскости годографа функции $T_L(j\omega)$ представлена на рис. 14. Из него очевидно, что нелинейная система (рис. 3) устойчива по Ляпунову, если ее гармонически линейризованный годограф на частотах $\omega > \omega_c$ находится в области между границами, очерченными функциями: $T_{B1}(j\omega)$ – с запасом по фазе y_{\max} (кривая 1) и $T_{B2}(j\omega)$ – с запасом по фазе y_{\min} (кривая 2). (Запретная область на рисунке отмечена штриховкой.)

Приведенные выше формулировки критериев устойчивости ИПН с ШИМ по Ляпунову выражены в простой и удобной форме, близкой с крите-

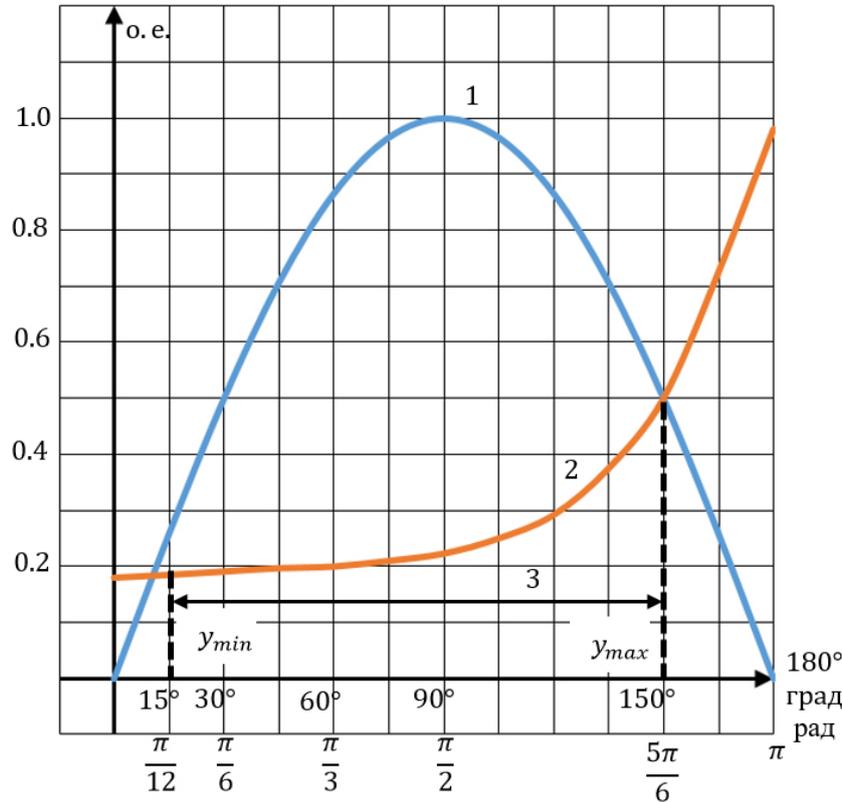


Рис. 14. Графическое решение неравенства (34): 1 – функция $f_1(y) = \sin y$; 2 – $f_2(y) = \left(1 - 2^{\left(3 - \frac{2y}{\pi}\right)}\right) \xi\left(3 - \frac{2y}{\pi}\right)$; 3 – интервал решений неравенства (34)

Fig. 14. Graphic solution to inequality (34): 1 – function $f_1(y) = \sin y$; 2 – $f_2(y) = \left(1 - 2^{\left(3 - \frac{2y}{\pi}\right)}\right) \xi\left(3 - \frac{2y}{\pi}\right)$; 3 – inequality solution interval (34)

рием Найквиста. На практике это означает, что если при проектировании устойчивых ИПН с ШИМ выбирается запас по фазе y в пределах $30^\circ - 45^\circ$ (что обычно является типовой нормой), то при формировании желаемых законов регулирования могут применяться известные методики, в том числе описанные в [3; 7–10].

Важно отметить, что частотный критерий устойчивости по Ляпунову нелинейной системы (рис. 3) накладывает на $T_L(j\omega)$ более жесткие ограничения в сравнении с частотным критерием устойчивости по Найквисту гармонически линеаризованной системы (рис. 7). Это, очевидно, объясняется тем, что высшие гармоники в спектре сигнала X на выходе ЛЧ вносят дополнительные фазовые сдвиги, зависящие, в свою очередь, от сходимости функции, стоящей в правой части неравенства (43).

Заключение

1. Найдена функция Ляпунова для ИПН с нелинейными элементами релейного типа. В соответствии с прямым методом Ляпунова наличие такой

функции является достаточным критерием устойчивости в «целом» рассматриваемой системы.

2. Найденная функция Ляпунова (Φ_L) выражена через петлевое усиление ООС ИПН $T_L(a, j\omega)$ следующим образом: $\Phi_L = -a^3 e^{2\sigma t} \text{Im} T_L(a, j\omega)$, где a – сигнал на входе нелинейного элемента.

3. Найдены границы частотных характеристик петлевого усиления ООС линейной части ИПН, устойчивых по Ляпунову с учетом влияния высших гармоник.

4. В настоящее время отсутствует количественное доказательство применимости «гипотезы фильтра» о малости влияния высших гармоник на устойчивость ИПН. В работе на основе прямого метода Ляпунова доказаны достаточные условия, при выполнении которых «гипотеза фильтра», необходимая для исследования устойчивости ИПН в «целом», оказывается справедливой.

5. Полученные в работе результаты позволяют упростить проектирование ИПН устойчивых по Ляпунову за счет применения метода амплитудно-частотных характеристик, используемых для стационарных линейных систем.

Список литературы

1. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. Рассуждение А. Ляпунова. Харьков: Типография Зильберберга, 1892. 251 с.
2. Боде Г.В. Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью. М.: ИЛ, 1948. 642 с.
3. Лурье Б.Я., Энрайт П.Дж. Классические методы автоматического управления / под ред. А. А. Ланнэ. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 640 с.
4. Специальные функции: Формулы, графики, таблицы / пер. с англ. А.Н. Гайсинского; под ред. М.В. Меерова. М.: Сов. радио, 1970. 599 с.
5. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977. 560 с.
6. Чаки Ф. Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / пер. с англ. В.В. Капитоненко и С.А. Анисимова; под ред. Н.С. Райбмана. М.: Мир, 1975. 424 с.
7. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Устойчивость и электромагнитная совместимость устройств и систем электропитания. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 540 с.
8. Дмитриков В.Ф., Сергеев В.В., Самылин И.Н. Повышение эффективности преобразовательных и радиотехнических устройств. М.: Горячая линия – Телеком, 2016. 424 с.
9. Теория и методы анализа преобразователей частоты и ключевых генераторов / В.Ф. Дмитриков [и др.]. Киев: Наук. Думка, 1988. 312 с.
10. Дмитриков В.Ф., Тонкаль В.Е., Островский М.Я. Теория ключевых формирователей гармонических колебаний. Киев: Наук. Думка, 1993. 312 с.
11. Андриянов А.И. Развитие теории управления нелинейными динамическими процессам импульсно-модуляционных систем: дис. ... д-ра. техн. наук. Брянск, 2021. 498 с.
12. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей / А.В. Кобзев [и др.]. Томск: ТУСУР, 2007. 224 с.
13. Кобзев Г.А. Метод исследования устойчивости в целом стабилизированных преобразователей электрической энергии с широтно-импульсной модуляцией: дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2010. 112 с.
14. Жуйков В.Я., Леонов А.О. Хаотические процессы в электротехнических системах // Известия академии наук ССР. Энергетика и транспорт. 1991. № 1. С. 121–127.
15. Белов Г.А. Динамика импульсных преобразователей. Чебоксары: Чуваш. ун-т, 2001. 448 с.
16. Белов Г.А. Импульсные преобразователи с системами управления на серийных микросхемах. Чебоксары: Чуваш. ун-т, 2015. 330 с.
17. Белов Г.А. Теория импульсных преобразователей. Чебоксары: Чуваш. ун-т, 2016. 330 с.
18. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. М.: Техносфера, 2005. 632 с.
19. Севернс Р., Блум Г. Импульсные преобразователи постоянного напряжения для систем вторичного электропитания. М.: Энергоатомиздат, 1988. 294 с.
20. Дмитриков В.Ф., Коржавин О.А., Шушпанов Д.В. Устойчивость распределенной системы электропитания с учетом промежуточных фильтров // Практическая силовая электроника. 2010. № 4 (40). С. 28–35.
21. Дмитриков В.Ф., Самылин И.Н. О влиянии комплексной нагрузки на устойчивость работы и динамические характеристики импульсных источников питания // Практическая силовая электроника. 2006. № 1 (21). С. 6–10.
22. Устойчивость и электромагнитная совместимость устройств и систем электропитания / В.Ф. Дмитриков [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 3. С. 87–94. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7089>
23. Andriyanov A.I. Border collision bifurcation in closed automatic control systems with sinusoidal pulse width modulation // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2016. Vol. 55, no. 3. P. 425–434. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064230716030059>
24. Михальченко С.Г. Бифуркационный анализ нелинейных динамических систем полупроводниковых преобразователей модульного типа: дис. ... д-ра. техн. наук. Томск, 2012. 328 с.
25. Andriyanov A.I. Control system for nonlinear dynamic processes in a buck converter // IOP Conference Series: Materials, Science and Engineering. 2021. Vol. 1047, no. 1. P. 012185. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1047/1/012185>
26. Коржавин О.А., Донкеев С.С. Повышение локальной устойчивости системы «импульсный стабилизированный источник питания с входным фильтром» путем увеличения его коэффициента затухания с помощью цепей коррекции // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2001. Т. 4, № 4. С. 68–72.
27. Андриянов А.И. Исследование частотных характеристик импульсных преобразователей напряжения с упрощенным токовым контуром с запаздывающей обратной связью // Практическая силовая электроника. 2023. № 1 (89). С. 2–10. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50504163>

Информация об авторах

Дмитриков Владимир Федорович, доктор технических наук, профессор кафедры теоретических основ телекоммуникации Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия. Заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии ОАО «Газпром», академик РАЭН, член-корр. АЭН, член-корр. МАН ВШ. Окончил в 1967 г. Ленинградский политехнический институт имени М.И. Калинина, радиофизический факультет. Член бюро совета «Научные проблемы систем электропитания» при отделении РАН «Электрофизика, энергетика, электротехника».

Автор более 300 научных работ и изобретений, в том числе 6 учебников, 4 учебных пособий, 6 монографий и более 30 авторских свидетельств.

Область научных интересов: энергетически высокоэффективные ключевые режимы генерирования и усиления электрических колебаний и информационных сигналов, теория линейных и нелинейных электрических цепей, радиосвязь, радионавигация, преобразовательная техника.

E-mail: Dmitrikov_VF@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-9839-787X>
SPIN-код (eLibrary): 4799-9621
AuthorID (eLibrary): 492150
ResearcherID (WoS): HTL-8810-2023

Фрид Лев Ефимович, технический директор ООО «Северо-Западная Лаборатория», г. Санкт-Петербург, Россия.

Область научных интересов: силовая электроника, преобразователи напряжения, фильтры радиопомех, устойчивость преобразователей напряжения.

E-mail: Maximus.frid@mail.ru

Петроченко Александр Юрьевич, кандидат технических наук, инженер II категории АО «Концерн «НПО Аврора», г. Санкт-Петербург, Россия.

Область научных интересов: силовая электроника, устойчивость преобразователей напряжения.

E-mail: Petrochenko_A@bk.ru

Шушпанов Дмитрий Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ телекоммуникаций Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия. Окончил в 2002 г. Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, факультет многоканальных телекоммуникационных систем. В 2005 г. окончил аспирантуру при Санкт-Петербургском государственном университете телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. Автор более 110 научных работ, в том числе 1 монографии.

Область научных интересов: энергетически высокоэффективные ключевые режимы генерирования и усиления электрических колебаний и информационных сигналов, теория линейных и нелинейных электрических цепей, устройства преобразовательной техники.

E-mail: dimasf@inbox.ru
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9950-0585>
SPIN-код (eLibrary): 5831-5634
AuthorID (eLibrary): 485153
ResearcherID (WoS): HTM-6508-2023

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2023, vol. 26, no. 4, pp. 17–37

DOI 10.18469/1810-3189.2023.26.4.17-37
UDC 621.37
Original Research

Received 15 October 2023
Accepted 16 November 2023
Published 29 December 2023

Frequency criterion for stability «as a whole» of modulation-type pulse voltage converters according to Lyapunov

Vladimir F. Dmitrikov¹ , Lev E. Frid², Alexandr Y. Petrochenko³, Dmitry V. Shushpanov¹ 

¹ The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications
22, bld. 1, Avenue Bolshevikov,
Saint Petersburg, 193232, Russia
² LLC «North West Laboratory»
5a, Varshavskaya Street,
Saint Petersburg, 196128, Russia
³ JSC «Concern Avrora SPA»
15, Karbysheva Street,
Saint Petersburg, 194021, Russia

Abstract – Background. The use of methods for researching and designing stable nonlinear dynamic systems by constructing the frequency characteristics of the loop gain of the negative feedback of a pulsed voltage converter through time characteristics obtained by numerical methods for solving nonlinear differential equations that describe electromagnetic processes in the converter takes a lot of time and has low accuracy in calculating optimal modes, when you need to calculate hundreds of options. **Aim.** Therefore, it seems necessary to further develop the theory of stability of modulation-type pulse voltage converters using frequency stability criteria, Lyapunov functions, amplitude and phase frequency characteristics of the converter loop gain. **Methods.** Stability in the «small» is solved using linearized models, which are constructed using the so-called first Lyapunov method - the «first approximation» method. The second method for studying the stability of nonlinear dynamic systems is the harmonic linearization method, when the nonlinear element is replaced by a harmonically linearized link with a transmission coefficient only for the first harmonic. **Results.** The Lyapunov function for a pulse voltage converter with nonlinear relay-type

elements was found. **Conclusion.** The results obtained in the work make it possible to simplify the design of Lyapunov-stable pulse voltage converters through the use of the method of amplitude-frequency characteristics used for stationary linear systems.

Keywords – stability in the «small»; stability in general; linearized model; Lyapunov function; harmonic linearization method; pulse voltage converter.

✉ Dmitrikov_VF@mail.ru (Vladimir F. Dmitrikov)

 © Vladimir F. Dmitrikov et al., 2023

References

1. A. M. Lyapunov, *General Problem of Motion Stability. Reasoning by A. Lyapunov*. Khar'kov: Tipografiya Zil'berberga, 1892. (In Russ.)
2. G. V. Bode, *Circuit Theory and Feedback Amplifier Design*. Moscow: IL, 1948. (In Russ.)
3. B. Ya. Lur'e and P. J. Enrayt, *Classic Automatic Control Methods*, A. A. Lanne, Ed. Saint Petersburg: BKhV-Peterburg, 2004. (In Russ.)
4. M. V. Meerov, Ed. *Special Functions: Formulas, Graphs, Tables*, A. N. Gaysinsky, Trans. Moscow: Sov. radio, 1970. (In Russ.)
5. Ya. Z. Tsypkin, *Fundamentals of the Theory of Automatic Systems*. Moscow: Nauka, 1977. (In Russ.)
6. F. Chaki, *Modern Management Theory. Nonlinear, Optimal and Adaptive Systems*, V. V. Kapitonenko and S. A. Anisimova, Trans., N. S. Reibman, Ed. Moscow: Mir, 1975. (In Russ.)
7. V. F. Dmitrikov and D. V. Shushpanov, *Stability and Electromagnetic Compatibility of Devices and Power Supply Systems*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2018. (In Russ.)
8. V. F. Dmitrikov, V. V. Sergeev, and I. N. Samylin, *Increasing the Efficiency of Converter and Radio Devices*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2016. (In Russ.)
9. V. F. Dmitrikov et al., *Theory and Methods of Analysis of Frequency Converters and Key Generators*. Kiev: Nauk. Dumka, 1988. (In Russ.)
10. V. F. Dmitrikov, V. E. Tonkal', and M. Ya. Ostrovskiy, *Theory of Key Drivers of Harmonic Oscillations*. Kiev: Nauk. Dumka, 1993. (In Russ.)
11. A. I. Andriyanov, "Development of control theory for nonlinear dynamic processes of pulse-modulation systems," Doc. Tech. Sciences dissertation, Bryansk, 2021. (In Russ.)
12. A. V. Kobzev et al., *Nonlinear Dynamics of Semiconductor Converters*. Tomsk: TUSUR, 2007. (In Russ.)
13. G. A. Kobzev, "Method for studying the stability of generally stabilized electrical energy converters with pulse width modulation," Cand. Tech. Sciences dissertation, Tomsk, 2010. (In Russ.)
14. V. Ya. Zhuykov and A. O. Leonov, "Chaotic processes in electrical systems," *Izvestiya akademii nauk SSR. Energetika i transport*, no. 1, pp. 121–127, 1991. (In Russ.)
15. G. A. Belov, *Dynamics of Pulse Converters*. Cheboksary: Chuvash. un-t, 2001. (In Russ.)
16. G. A. Belov, *Pulse Converters with Control Systems on Serial Chips*. Cheboksary: Chuvash. un-t, 2015. (In Russ.)
17. G. A. Belov, *Theory of Pulse Converters*. Cheboksary: Chuvash. un-t, 2016. (In Russ.)
18. V. I. Meleshin, *Transistor Conversion Technology*. Moscow: Tekhnosfera, 2005. (In Russ.)
19. R. Severns and G. Blum, *Switching DC-DC Converters for Secondary Power Supply Systems*. Moscow: Energoatomizdat, 1988. (In Russ.)
20. V. F. Dmitrikov, O. A. Korzhavin, and D. V. Shushpanov, "Stability of a distributed power supply system taking into account intermediate filters," *Prakticheskaya silovaya elektronika*, no. 4 (40), pp. 28–35, 2010. (In Russ.)
21. V. F. Dmitrikov and I. N. Samylin, "On the influence of complex load on the stability of operation and dynamic characteristics of switching power supplies," *Prakticheskaya silovaya elektronika*, no. 1 (21), pp. 6–10, 2006. (In Russ.)
22. V. F. Dmitrikov et al., "The stability and electromagnetic compatibility of power supply modules and systems," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 87–94, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7089>. (In Russ.)
23. A. I. Andriyanov, "Border collision bifurcation in closed automatic control systems with sinusoidal pulse width modulation," *Journal of Computer and Systems Sciences International*, vol. 55, no. 3, pp. 425–434, 2016, doi: <https://doi.org/10.1134/S1064230716030059>.
24. S. G. Mikh'chenko, "Bifurcation analysis of nonlinear dynamic systems of modular semiconductor converters," Doc. Tech. Sciences dissertation, Tomsk, 2012. (In Russ.)
25. A. I. Andriyanov, "Control system for nonlinear dynamic processes in a buck converter," *IOP Conference Series: Materials, Science and Engineering*, vol. 1047, no. 1, p. 012185, 2021, doi: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1047/1/012185>.
26. O. A. Korzhavin and S. S. Donkeev, "Increasing the local stability of the "switching stabilized power supply with input filter" system by increasing its attenuation coefficient using correction circuits," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 4, no. 4, pp. 68–72, 2001. (In Russ.)
27. A. I. Andriyanov, "Study of the frequency characteristics of pulsed voltage converters with a simplified current loop with delayed feedback," *Prakticheskaya silovaya elektronika*, no. 1 (89), pp. 2–10, 2023, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50504163>. (In Russ.)

Information about the Authors

Vladimir F. Dmitrikov, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Theoretical Foundations of Telecommunications, the Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia. Honored Scientist of the Russian Federation, Laureate of the Gazprom Prize, Academician of the Russian Academy of Natural Sciences, Corresponding Member AEN, corresponding member MAN VSH. Graduated in 1967 from the Leningrad Polytechnic Institute. M.I. Kalinin, Faculty of Radiophysics. Member of the Bureau of the Council «Scientific Problems of Power Supply Systems» at the Department of the Russian Academy of

Sciences «Electrophysics, Power Engineering, Electrical Engineering». Author of over 300 scientific works and inventions, including 6 textbooks, 4 study guides, 6 monographs and more than 30 copyright certificates.

Research interests: highly efficient key modes of generation and amplification of electrical oscillations and information signals, theory of linear and nonlinear electrical circuits, radio communication, radio navigation, conversion technology.

E-mail: Dmitrikov_VF@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-9839-787X>

SPIN-code (eLibrary): 4799-9621

AuthorID (eLibrary): 492150

ResearcherID (WoS): HTL-8810-2023

Lev E. Frid, Technical Director of LLC «North West Laboratory», Saint Petersburg, Russia.

Research interests: power electronics, voltage converters, radio interference filters, stability of voltage converter.

E-mail: Maximus.frid@mail.ru

Alexandr Y. Petrochenko, Candidate of Technical Sciences, engineer of the second category in JSC «Concern Avrora SPA», Saint Petersburg, Russia.

Research interests: power electronics, stability of voltage converter.

E-mail: Petrochenko_A@bk.ru

Dmitry V. Shushpanov, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Theoretical Foundations of Telecommunications, the Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia. Graduated in 2002 from the Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications, Faculty of Multichannel Telecommunication Systems. In 2005 he completed his postgraduate studies at the Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications. Author of over 110 scientific works, including 1 monograph.

Research interests: energetically highly efficient key modes of generation and amplification of electrical oscillations and information signals, the theory of linear and nonlinear electrical circuits, devices of conversion technology.

E-mail: dimasf@inbox.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9950-0585>

SPIN-code (eLibrary): 5831-5634

AuthorID (eLibrary): 485153

ResearcherID (WoS): HTM-6508-2023