

Оценка координат беспилотных летательных аппаратов с помощью распределенной системы из базовых станций

Д.В. Тюрин , С.В. Шишанов , В.В. Казаков

Волго-Вятский филиал Московского технического университета связи и информатики
603011, Россия, г. Нижний Новгород,
ул. Менделеева, 15

Аннотация – Обоснование. Для позиционирования беспилотных летательных аппаратов обычно используются различные датчики и система глобальной спутниковой навигации GNSS. Однако в случае кратковременного пропадания сигнала, а также повышения точности позиционирования применяются дополнительные методы оценки координат. **Цель.** Анализ методов позиционирования беспилотных летательных аппаратов, основанных на оценке дальностей до базовых станций. **Методы.** Использован метод численного моделирования в сценарии Uta. **Результаты.** В статье рассмотрены методы оценки координат беспилотного летательного аппарата, основанные на оценке дальностей до базовых станций. Методом математического моделирования исследована точность оценки местоположения и вычислительная сложность алгоритмов позиционирования объектов в сценарии плотной городской застройки при различном числе базовых станций. **Заключение.** Результаты анализа показывают, что в сценарии Uta стандартное отклонение ошибки оценки координат составляет приблизительно 1 м.

Ключевые слова – беспилотный летательный аппарат; оценка координат; алгоритм ТОА; метод наименьших квадратов; точность оценки координат.

Введение

В последнее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) нашли применение в гражданских задачах, таких как слежение, управление движением колонны автомобилей, фотосъемка, доставка посылок и т. д. [1]. На данный момент перспективы применения систем достаточно широки.

Для управления БПЛА требуется высокая точность определения местоположения (позиционирования), для достижения которой используют системы, основанные на комбинации глобальной навигационной спутниковой системы (GNSS) и дополнительных датчиков, таких как радары, камеры, инерциальные датчики [1]. Однако, в случаях кратковременного пропадания сигнала GNSS, БПЛА требуют дополнительной информации о собственном местоположении. Для повышения точности и робастности позиционирования предлагается применять сигналы наземных базовых станций (БС) [1].

Известно четыре метода для определения координат БПЛА на основе сигналов, принимаемых от БС [2]:

- метод, использующий время прибытия сигналов (англ. time of arrival, TOA);
- метод, использующий разницу времени прибытия сигналов (англ. time difference of arrival, TDoA);

– метод, использующий углы прибытия сигналов (англ. angle of arrival, AoA);

– метод, использующий мощности принятых сигналов (англ. receive strength signal, RSS).

Каждый из методов имеет свои преимущества и недостатки. Метод AoA имеет высокую точность оценки координат, однако определение угла прибытия требует наличия дорогостоящих систем на основе антенных решеток [3]. Метод RSS, хотя и обладает преимуществами в виде экономичности и простоты реализации, оказывается менее точным при определении координат и более чувствительным к помехам по сравнению с другими методами [2].

Методы, основанные на измерении времени прибытия сигнала, более простые и универсальные, вследствие чего они часто используются для позиционирования в современных БПЛА [2].

1. Алгоритм оценки координат методом ТОА

Метод определения координат ТОА основан на измерении расстояния от нескольких передатчиков до приемника. В качестве передатчиков выступает БС, в качестве приемника – БПЛА. Расстояние вычисляется путем оценки разности

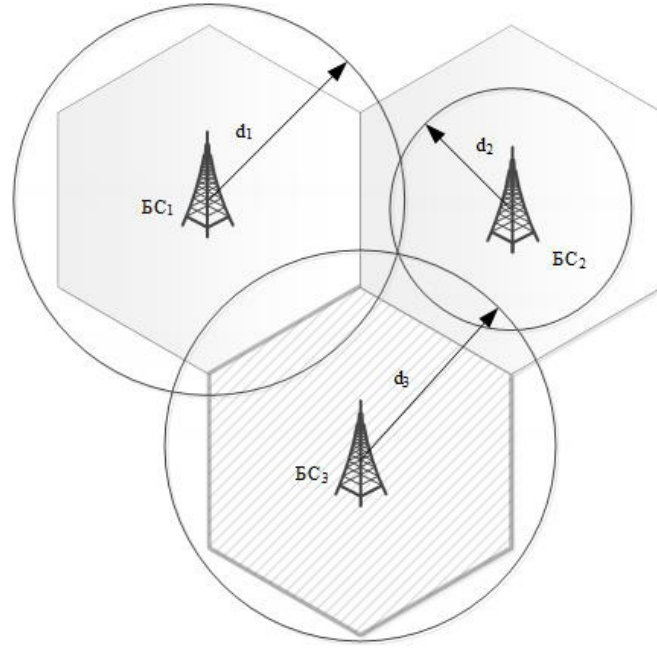


Рис. 1. Геометрия измерения координат методом ТоА
Fig. 1. Geometry of coordinate measurement by ToA method

между временем начала передачи сигнала БС T_0 и временем приема сигнала T_i в БПЛА:

$$d_i = c(T_i - T_0), \quad (1)$$

где d_i – расстояние от БПЛА до i - базовой станции; c – скорость света.

Вектор оценок дальностей d_i определяет точки равного расстояния от БПЛА до БС $_i$. В двумерном случае каждая такая оценка дальности эквивалентна окружности с радиусом d_i и центром в месте расположения БС $_i$. Координаты БПЛА вычисляются как точка пересечения нескольких окружностей.

На рис. 1 изображена геометрия измерения координат методом ТОА.

Используя вектор измерений дальностей от БС до БПЛА, можно записать систему из N нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} &= d_1 + \eta_{1,\text{проп}}, \\ \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} &= d_2 + \eta_{2,\text{проп}}, \\ \dots, \\ \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} &= d_i + \eta_{i,\text{проп}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где (x_i, y_i) – координаты i -й БС; $\eta_{i,\text{проп}}$ – независимая гауссова случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\{\sigma_{\text{проп}}\}^2$.

Одним из способов решения системы уравнений (2) является преобразование ее в линейную форму с помощью алгоритма ТОА [4].

Для линейризации системы (2) возведем каждое ее уравнение в квадрат:

$$\begin{aligned} (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 &= \\ &= d_i^2 + 2\eta_{i,\text{проп}}d_i + \eta_{i,\text{проп}}^2, \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3)$$

Раскроем скобки в выражении (3). Тогда уравнение (3) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} x^2 - 2xx_i + x_i^2 + y^2 - 2yy_i + y_i^2 &= \\ &= d_i^2 + 2\eta_{i,\text{проп}}d_i + \eta_{i,\text{проп}}^2, \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (4)$$

Введем замену переменных $R^2 = x^2 + y^2$. Тогда выражение (4) можно представить как (5).

$$\begin{aligned} -2xx_i - 2yy_i + R^2 &= \\ &= d_i^2 - x_i^2 - y_i^2 + 2\eta_{i,\text{проп}}d_i + \eta_{i,\text{проп}}^2, \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (5)$$

Используя результат преобразований (5), система уравнений (2) будет:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & -0,5 \\ x_2 & y_2 & -0,5 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & -0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ R \end{bmatrix} &= \\ &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_1^2 - x_1^2 - y_1^2 \\ d_2^2 - x_2^2 - y_2^2 \\ \vdots \\ d_N^2 - x_N^2 - y_N^2 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\eta_{1,\text{проп}}d_1 + \eta_{1,\text{проп}}^2 \\ 2\eta_{2,\text{проп}}d_2 + \eta_{2,\text{проп}}^2 \\ \vdots \\ 2\eta_{N,\text{проп}}d_N + \eta_{N,\text{проп}}^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

Другим методом приведения системы уравнений (2) к линейному виду является модифициро-

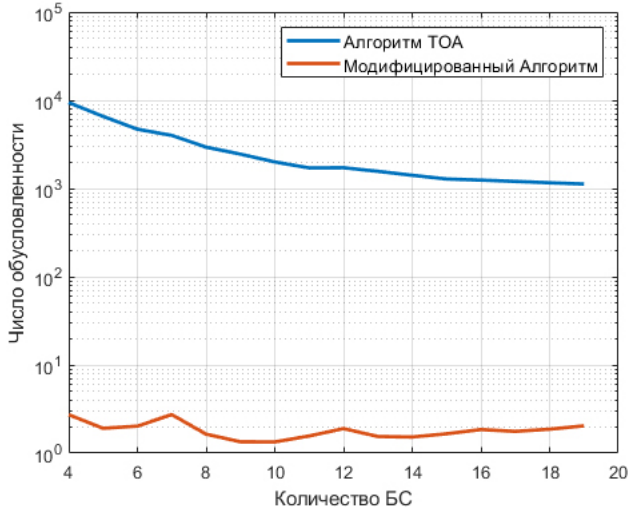


Рис. 2. Сравнение чисел обусловленности для двух методов решения системы уравнений (2)
Fig. 2. Conditionality numbers comparison for two methods of solving a system of equations (2)

ванный вариант алгоритма ТОА [2]. В статье предложено после раскрытия скобок в выражении (3) вычесть первое уравнение из остальных уравнений и после этого перегруппировать переменные:

$$\begin{aligned} & -2x(x_i - x_1) - 2y(y_i - y_1) + x_i^2 - x_1^2 + y_i^2 - y_1^2 = \\ & = d_i^2 - d_1^2 + 2\eta_{i,\text{проп}}d_i + \eta_{i,\text{проп}}^2 - \\ & - 2\eta_{1,\text{проп}}d_1 - \eta_{1,\text{проп}}^2, \quad i = 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (7)$$

Введем замену переменных $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2$. Тогда система уравнений (2) преобразуется в:

$$\begin{aligned} 2 \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_N - x_1 & y_N - y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} r_2^2 - d_2^2 - r_1^2 + d_1^2 \\ r_3^2 - d_3^2 - r_1^2 + d_1^2 \\ \vdots \\ r_N^2 - d_N^2 - r_1^2 + d_1^2 \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 2\eta_{1,\text{проп}}d_1 + \eta_{1,\text{проп}}^2 & -2\eta_{2,\text{проп}}d_2 - \eta_{2,\text{проп}}^2 \\ 2\eta_{1,\text{проп}}d_1 + \eta_{1,\text{проп}}^2 & -2\eta_{3,\text{проп}}d_3 - \eta_{3,\text{проп}}^2 \\ \vdots & \vdots \\ 2\eta_{1,\text{проп}}d_1 + \eta_{1,\text{проп}}^2 & -2\eta_{N,\text{проп}}d_N - \eta_{N,\text{проп}}^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Система уравнений (8) имеет на одну строку и один столбец меньше, чем в способе (6). В матричном виде выражения (6) и (8) запишем:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (9)$$

где матрица \mathbf{A} содержит координаты опорных точек, относительно которых происходит позиционирование, вектор \mathbf{b} – измеренные значения дальности до базовых станций, вектор \mathbf{x} – содержит координаты, которые необходимо найти.

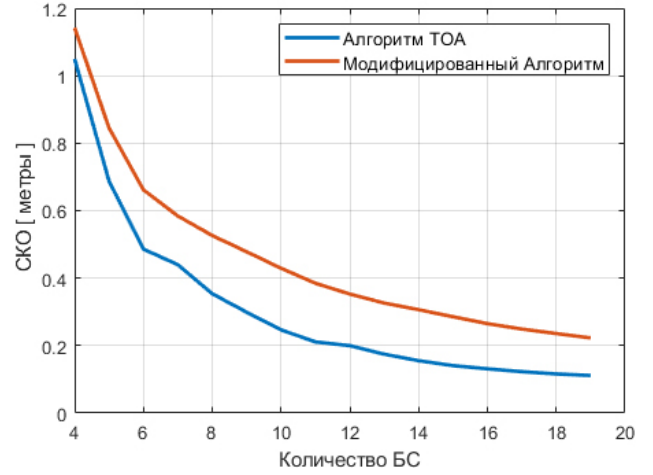


Рис. 3. Точность определения координат БПЛА алгоритмом ТОА и его модифицированной версией в зависимости от количества БС
Fig. 3. Accuracy of the coordinate estimation of the UAV by the TOA algorithm and its modified version, depending on the number of BS

Для решения матричного выражения (9) можно использовать метод наименьших квадратов (МНК).

$$\mathbf{x}_{ls} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (10)$$

2. Чувствительность алгоритмов к ошибкам округления

Для оценки чувствительности алгоритмов (11) и (13) к ошибкам округления проанализируем число обусловленности матрицы \mathbf{A} , которое можно определить как произведение нормы матрицы на норму обратной к ней матрицы [5]:

$$\text{cond}(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{A}^{-1}\|. \quad (11)$$

Анализ числа обусловленности осуществлялся с применением метода математического моделирования (см. рис. 2). В процессе моделирования был использован набор из 19 базовых станций (БС), размещенных в соответствии со стандартом 38.901 [6], который определяет расположение БС в плотной городской застройке. Расположение БС организовано в гексагональной структуре, при этом расстояние между БС задается параметром ISD (англ. Inter-Site Distance, ISD), который в данном исследовании составляет 500 м.

Результаты моделирования указывают на более низкую устойчивость алгоритма ТОА к ошибкам округления по сравнению с его модифицированным вариантом. Это объясняется присутствием дополнительного столбца, состоящего из постоянных значений, в матрице \mathbf{A} , что делает ее более

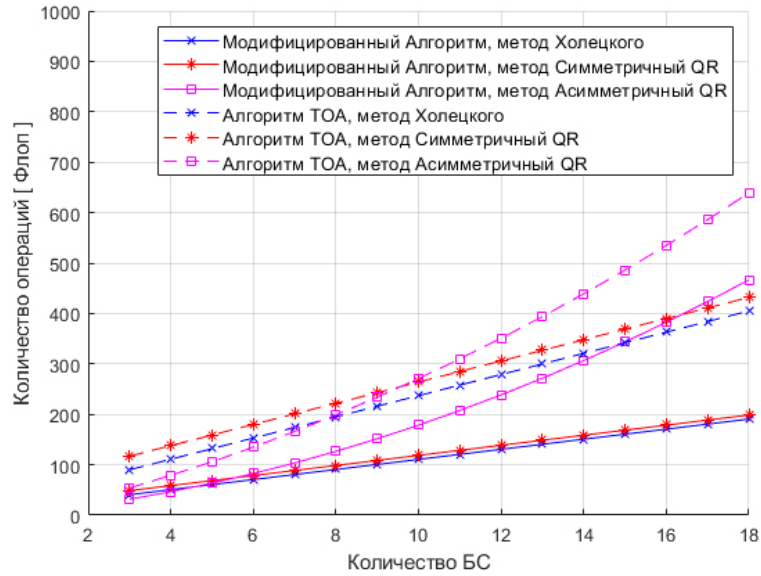


Рис. 4. Сравнение вычислительной сложности различных методов позиционирования
Fig. 4. Comparison of computational complexity of different positioning methods

близкой к вырожденной по сравнению с модифицированным вариантом.

3. Точность измерения координат

Для оценки точности измерения координат рассмотрим выражения (5) и (8). Из уравнения (5) дисперсия ошибки измерения координат при использовании алгоритма ТОА имеет вид

$$D\{2\eta_{i,\text{проп}}d_i + \eta_{i,\text{проп}}^2\} = 4d_i^2D\{\eta_{i,\text{проп}}\} + D\{\eta_{i,\text{проп}}^2\}. \quad (12)$$

При использовании модифицированного варианта алгоритма ТОА (8) дисперсия ошибки измерения координат может быть вычислена следующим образом:

$$D(2\eta_{1,\text{проп}}d_1 + \eta_{1,\text{проп}}^2 - 2\eta_{i,\text{проп}}d_i - \eta_{i,\text{проп}}^2) = 4d_1^2D\{\eta_{1,\text{проп}}\} + D\{\eta_{1,\text{проп}}^2\} + 4d_i^2D\{\eta_{i,\text{проп}}\} + D\{\eta_{i,\text{проп}}^2\}. \quad (13)$$

В случае равноточных измерений дальностей от БС до БПЛА дисперсия ошибки оценки координат вторым методом в 2 раза выше, чем первым. На рис. 3 показан график зависимости точности оценки координат двумя методами в зависимости от числа БС. Для моделирования использовался сценарий Uta, описанный в стандарте 38.901 [6]. Считалось, что мощность излучаемого опорного сигнала составляет 49 дБм, ширина спектра частот опорного сигнала равна 16 МГц, коэффициент шума приемника БПЛА составляет 12 дБ. Стандартное отклонение ошибки (СКО) измере-

ния координат оценивалось по 5000 ансамблей реализаций.

Из рис. 3 видно, что СКО измерения координат алгоритмом ТОА ниже модифицированного варианта в 1,41 раза.

4. Вычислительная сложность алгоритмов оценки координат

Основную вычислительную сложность метода МНК составляют операции умножения матриц $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ и обращения матрицы $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$. Существуют различные способы решения данной проблемы, выбор которых зависит от множества факторов, таких как размер матрицы, стабильность решения к ошибкам округления и т. д. [5].

В качестве критерия оценки сложности обычно используется количество флопов (англ. **F**loating-**P**oint **O**perations, **FLOP**) [5], требуемых на выполнение операций. Наиболее популярными методами решения уравнения (10) являются метод на основе разложения Холецкого ($2mn^2 + n^3/3 + mn + 2n^2$ флопов) [5], метод симметричного QR-разложения ($2mn^2 + 4n^3/3 + mn + 2n^2$ флопов) [5] и метод асимметричного QR-разложения ($2n^2(m - n/3) + m^2 + n^2$ флопов) [5].

Вычислительная сложность алгоритмов оценки координат БПЛА в зависимости от числа БС показана на рис. 4.

Метод симметричного QR-разложения требует большего числа вычислений по сравнению с методом на основе разложения Холецкого. Однако метод QR более устойчив к малым погрешностям

в данных, таким как шум в исходных данных. Это обусловлено наличием ортогональной матрицы Q , которая обеспечивает стабильность вычислений с плавающей точкой [5]. Основным преимуществом метода на основе разложения Холецкого является то, что операция факторизации осуществляется над матрицей меньшего размера ($A^T A$) [5]. Выигрыш от данного подхода тем выше, чем больше БС используется для оценки координат БПЛА.

Метод асимметричного QR-разложения применяется к полной матрице A , размерность которой растет с увеличением числа БС. Однако, как показано на рис. 4, при малом числе БС данный метод может быть более эффективным.

Заключение

В данной исследовательской работе был проанализирован наиболее популярный метод позиционирования БПЛА, основанный на оценке

дальностей до базовых станций. Для решения задачи вычисления координат были применены методы, основанные на алгоритме ТОА. В ходе исследования были рассмотрены полная и модифицированная версии данного алгоритма. Результаты статьи показывают, что в сценарии Uma стандартное отклонение ошибки оценки координат составляет приблизительно 1 м. При этом точность оценки координат полной версии алгоритма превышает точность модифицированной версии в 1,41 раза, в то время как вычислительная сложность полной версии вдвое выше по сравнению с модифицированной. Выбор между использованием полной или модифицированной версии алгоритма зависит от характеристик вычислительной платформы, ресурсов, доступных вычислителю, требований к точности и скорости выполнения вычислений, а также от конкретных целей и ограничений задачи.

Список литературы

1. Zeng Y. UAV Communications for 5G and Beyond. Hoboken: John Wiley & Sons, 2020. 464 p.
2. Bensky A. Wireless Positioning Technologies and Applications. Norwood: Artech House, 2016. 401 p.
3. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Методы оценивания параметров источников сигналов и помех, принимаемых антенной решеткой. Нижний Новгород: ННГУ, 2007. 99 с.
4. Влияние точности позиционирования мобильных объектов с использованием ГНСС на энергетические характеристики канала связи в сетях 5G / Д.Д. Габриэлян [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 4. С. 74–78. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.74-78>
5. Golub G.H., Van Loan C.F. Matrix Computations, 3rd ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996. 732 p.
6. 3GPP TR. 38.901 V16.1.0. Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz. 2020. 101 p.

Информация об авторах

Тюрин Дмитрий Викторович, преподаватель кафедры инфокоммуникационных и профессиональных дисциплин Волго-Вятского филиала Московского технического университета связи и информатики, г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, радионавигация, радиосвязь.

E-mail: turin88@bk.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-4048-1959>

Шишанов Сергей Валерьевич, кандидат технических наук, преподаватель кафедры инфокоммуникационных и профессиональных дисциплин Волго-Вятского филиала Московского технического университета связи и информатики, г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: ММО-радары, автомобильные радары, цифровая обработка сигналов.

E-mail: tribott@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-2955-8790>

SPIN-код (eLibrary): 7344-5310

AuthorID (eLibrary): 770976

ResearcherID (WoS): J-3656-2017

Казаков Вячеслав Владимирович, кандидат технических наук, доцент, директор Волго-Вятского филиала Московского технического университета связи и информатики, г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, радионавигация, радиосвязь.

E-mail: vvfmtuci@mts-nn.ru

SPIN-код (eLibrary): 9550-7102

AuthorID (eLibrary): 54108655



Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 2, pp. 85–90

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.2.85-90
UDC 535.1621.396.969.3
Original Research

Received 6 December 2023
Accepted 10 January 2024
Published 29 June 2024

Coordinates estimation of the unmanned aerial vehicles by using distributed system of base stations


Dmitry V. Turin , Sergey V. Shishanov , Vyacheslav V. Kazakov

Volga-Vyatsky branch of Moscow Technical University of Communications and Informatics
15, Mendeleev Street,
Nizhny Novgorod, 603011, Russia

Abstract – Background. The different sensors and global navigation satellite system are used for positioning unmanned aerial vehicles. But in case of short-term signal loss and increasing positioning accuracy, additional methods for estimating coordinates are used. **Aim.** The paper deals with positioning methods for unmanned aerial vehicles based on range estimation to base stations. **Methods.** The positioning methods were investigated by mathematical modeling in Uma scenario. **Results.** The methods of coordinate estimation of unmanned aerial vehicles was analyzed. The accuracy of measurements and computational complexity in an urban scenario with different numbers of base stations were investigated by mathematical model. **Conclusion.** The analysis shown that the standard deviation of the coordinate estimation is about 1 m.

Keywords – unmanned aerial vehicle; coordinate estimation; algorithm TOA; least squares method; accuracy of measurements.

✉ turin88@bk.ru (Dmitry V. Turin)

 © Dmitry V. Turin et al., 2024

References

1. Y. Zeng, *UAV Communications for 5G and Beyond*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2020.
2. A. Bensch, *Wireless Positioning Technologies and Applications*. Norwood: Artech House, 2016.
3. V. T. Ermolaev and A. G. Flaksman, *Methods for Estimating the Parameters of Signal Sources and Interference Received by an Antenna Array*. Nizhny Novgorod: NNGU, 2007. (In Russ.)
4. D. D. Gabriel'yan et al., "How the accuracy of mobile objects positioning with GNSS affects the energy characteristics of the communication channel in 5G networks," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 4, pp. 74–78, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.74-78>. (In Russ.)
5. G. H. Golub and C. F. Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996.
6. 3GPP TR. 38.901 V16.1.0. Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz, 2020.

Information about the Authors

Dmitry V. Tyurin, lecturer of the Department of Infocommunication and Professional Disciplines, Volga-Vyatsky branch of Moscow Technical University of Communications and Informatics, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: digital signal processing, radio navigation, radio communication.

E-mail: turin88@bk.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-4048-1959>

Sergei V. Shishanov, Candidate of Technical Sciences, lecturer of the Department of Infocommunication and Professional Disciplines, Volga-Vyatsky branch of Moscow Technical University of Communications and Informatics, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: MIMO-radars, automotive radars, digital signal processing.

E-mail: tribott@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-2955-8790>

SPIN-код (eLibrary): 7344-5310

AuthorID (eLibrary): 770976

ResearcherID (WoS): J-3656-2017

Vyacheslav V. Kazakov, Candidate of Technical Sciences, associate professor, director of Volga-Vyatsky branch of Moscow Technical University of Communications and Informatics, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: digital signal processing, radio navigation, radio communication.

E-mail: vvfmtuci@mts-nn.ru

SPIN-код (eLibrary): 9550-7102

AuthorID (eLibrary): 54108655