

Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации

И.Ю. Бучнев, Д.С. Ключев , Ю.С. Мамошина, О.В. Осипов, Д.Н. Панин

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Обоснование. Интерес к исследованию метаматериалов СВЧ-диапазона связан с возможностью их использования для достижения заранее требуемых частотно и поляризационно селективных свойств взаимодействия с электромагнитным излучением, которые невозможно получить для структур на основе гомогенных сред. Цель. В работе рассмотрено построение математической модели кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов, расположенных в однородной изотропной среде-контейнере. В отличие от известных моделей, она учитывает явный вид зависимости эффективной диэлектрической проницаемости и относительного параметра киральности от концентрации спиральных микровключений. **Методы.** При построении математической модели учитывается гетерогенность кирального метаматериала посредством формулы Максвелла Гарнетта, позволяющей определять эффективную диэлектрическую проницаемость по значениям проницаемостей среды-контейнера и области, занятой проводящими зеркально асимметричными включениями. В модели учтена дисперсия диэлектрической проницаемости с использованием квадратичной формулы Лоренца, а также дисперсия параметра киральности на основании модели Кондона. **Результаты.** Для исследуемого кирального метаматериала получены аналитические частотно-зависимые выражения для эффективной диэлектрической проницаемости и параметра киральности, учитывающие концентрацию спиральных включений и их геометрические параметры. Получена формула связи безразмерной объемной концентрации включений от расстояния между соседними элементами. Для расчета резонансной частоты проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов был применен квазистатический подход. **Заключение.** Предложенная методика построения математической модели может быть применена для киральных метаматериалов на основе периодических матриц проводящих элементов произвольной зеркально асимметричной пространственной конфигурации.

Ключевые слова – киральная среда; киральный метаматериал; метаматериал; спираль; пространственная дисперсия; модель Максвелла Гарнетта; модель Кондона; модель Лоренца; концентрация элементов; параметр киральности; эффективная диэлектрическая проницаемость.

Введение

В настоящее время существует громадное количество разнообразных материалов, таких как полимеры, композиты, керамика, сплавы, ферромагнетики и т. п. Многие материалы обладают естественными, присущими им свойствами взаимодействия с электромагнитным полем. Однако существует возможность изменить естественные свойства путем изменения пространственной структуры материалов. В большинстве случаев изменение электромагнитных свойств материалов связано с добавлением в них композитов различного рода. Одним из типов композиционных материалов являются так называемые метаматериалы [1–8]. Они активно исследуются различными учеными с начала XXI века. Наиболее сильный интерес к изучению метаматериалов возник после ряда публикаций [9–11] о возможности получения для них отрицательных значений показателя преломления, диэлектрической и магнитной прони-

цаемостей, хотя о таких возможностях было известно давно [12]. Такие метаматериалы получили названия сред с отрицательным преломлением (LHM – Left Handed Media).

Любой метаматериал в СВЧ-диапазоне представляет собой совокупность некоторой среды, называемой контейнером, и некоторой совокупности композитов из материала с другими электрофизическими и геометрическими параметрами. Благодаря своим нестандартным свойствам взаимодействия с электромагнитным полем, метаматериалы находят широкое применение при разработке таких устройств, как антенны [13–17], поглотители [18–19], концентраторы СВЧ-энергии [20–21] и т. п.

Одним из важных типов метаматериалов являются искусственные киральные материалы (среды). Подобные среды исследуются уже давно – с 80-х гг. XX века [22–27]. Для создания киральной среды используются проводящие композиты

с зеркально-асимметричной пространственной конфигурацией. В случае киральной (взаимной биизотропной) среды все зеркально-асимметричные композиты равномерно размещаются и хаотически ориентируются в однородной среде-контейнере. В случае одинаковой ориентации всех композитов среда называется бианизотропной. Киральные среды являются в некотором роде СВЧ-аналогами оптически активных сред и позволяют поворачивать плоскость поляризации электромагнитной волны на значительные углы в сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн [28]. В качестве проводящих зеркальных композитов используется множество элементов с разной пространственной структурой, такие как элементы Теллегена [29], цилиндрические одно- и многозаходные тонкопроволочные спирали [30], S-элементы [31–33], гаммадионы [34] и т. п. Для описания свойств киральной среды вводится относительный параметр киральности χ . Основными свойствами электромагнитного излучения в киральной среде является распространение волн с право- (ПКП) и левокруговыми (ЛКП) поляризациями, а также кросс-поляризация падающей волны. Как следствие, возникают явления поворота плоскости поляризации и круговой дихроизм.

Вопросы о математической модели киральной среды возникают уже давно. В основе модели лежат материальные уравнения, которые записываются в различных формах [22–24]. В начале исследований электромагнитных свойств киральной среды ее материальные параметры считались постоянными, не зависящими от частоты. С одной стороны, в дальнейшем исследователи выбирали различные дисперсионные модели для диэлектрической проницаемости и параметра киральности [35–36]. В основном для диэлектрической проницаемости использовалась модель Лоренца, а для параметра киральности, по аналогии с оптически активной средой, модель Кондона. Также в научной литературе известно использование дисперсионных моделей и для магнитной проницаемости [36].

С другой стороны, киральная среда является двухкомпонентной, то есть проявляет свойства гетерогенности. Впервые для описания свойства гетерогенности А.Н. Sihvola использовал модель Максвелла Гарнетта [37], причем он применял эту модель для всех трех материальных параметров киральной среды. Также в [37] была предложена дисперсионная модель киральной среды на основе формулы Кондона. В [38] также для учета гете-

рогенности была применена модель Максвелла Гарнетта.

В работах [39; 40] также предложены варианты математической модели киральной среды, учитывающие одновременно дисперсию материальных параметров и гетерогенность. В частности, было показано, что при малых концентрациях зеркально-асимметричных включений для учета гетерогенности среды можно использовать двухкомпонентные модели Максвелла Гарнетта [41; 42] или Бруггемана [41; 43].

Заметим, что в большинстве случаев дисперсионные и гетерогенные модели применяются в достаточной степени независимо друг от друга. В частности, необходима унификация зависимостей материальных параметров от концентрации зеркально-асимметричных включений различного типа. Во-первых, в диэлектрической проницаемости дисперсия должна учитываться не в среде-контейнере, а только в областях, в которых расположены проводящие включения. Во-вторых, необходимо использование безразмерной объемной концентрации микроэлементов (входящей в модели Максвелла Гарнетта и Бруггемана) как в соотношениях для диэлектрической проницаемости, так и для параметра киральности метаматериала.

Данная работа посвящена разработке математической модели кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов, расположенных в однородной изотропной среде-контейнере. Предлагаемая модель кирального метаматериала одновременно учитывает зависимости эффективной диэлектрической проницаемости и параметра киральности от частоты и концентрации спиральных микровключений. При этом показана возможность некоторой унификации указанных зависимостей для различных типов зеркально-асимметричных включений.

1. Постановка задачи

Рассмотрим киральный метаматериал (КММ), представляющий собой равномерную матрицу из тонкопроволочных проводящих однозаходных спиральных элементов, расположенных в однородном диэлектрическом контейнере с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_c . Будем считать, что спиральные элементы намотаны вокруг цилиндров с относительной диэлектри-

ческой проницаемостью ϵ_c и их высота равна высоте кирального метаматериала h . Метаматериал имеет геометрические размеры вдоль трех координатных осей l_x , l_y и h соответственно. Период матрицы из спиральных элементов определяется радиусом витка спирали (цилиндра) R и расстоянием между центрами цилиндров d ; $d_1 = 2R + d$. При постановке задачи считается, что периоды вдоль осей Ox и Oy равны между собой.

Безразмерная концентрация спиральных элементов определяется следующим образом:

$$\alpha = \frac{NV_1}{V}, \quad (1)$$

где N – общее количество спиральных элементов в метаматериале; V – объем метаматериала (объем параллелепипеда: $V = l_x l_y h$); V_1 – объем трехмерной фигуры, в которую вписан киральный элемент (для спиралей – объем цилиндра: $V_1 = \pi R^2 h$).

Количество спиральных элементов определяется пространственным периодом матрицы элементов $d_1 = 2R + d$ и линейными размерами l_x , l_y контейнера кирального метаматериала.

Геометрия задачи приведена на рис. 1.

2. Связь концентрации киральных элементов и расстояния между ними

На первом этапе построения математической модели необходимо связать безразмерную концентрацию спиральных элементов α с расстоянием между соседними элементами d .

Назовем элементарной ячейкой КММ область, содержащую одну спираль и промежуток до соседнего спирального элемента. Пространственный период элементарной ячейки $d_1 = 2R + d$.

Количество элементарных ячеек вдоль оси Ox будет определяться следующим образом:

$$N_x = \frac{l_x}{d_1} = \frac{l_x}{2R + d}. \quad (2)$$

Количество элементарных ячеек вдоль оси Oy будет рассчитываться как

$$N_y = \frac{l_y}{d_1} = \frac{l_y}{2R + d}. \quad (3)$$

Общее количество элементарных ячеек находится как

$$N = N_x N_y = \frac{l_x l_y}{(2R + d)^2} = \frac{S}{(2R + d)^2}, \quad (4)$$

где S – площадь поверхности метаматериала.

Из формулы (1) получаем:

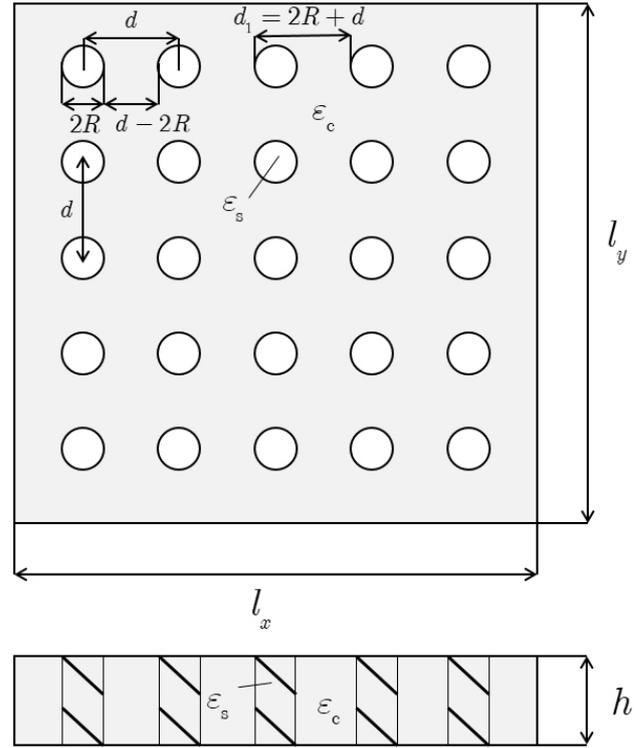


Рис. 1. Геометрия метаматериала
Fig. 1. Geometry of the metamaterial

$$\alpha = \frac{SV_1}{(2R + d)^2 Sh} = \frac{V_1}{(2R + d)^2 h}, \quad (5)$$

где $V_1 = \pi R^2 h$.

Окончательно из соотношения (5) имеем:

$$\alpha = \frac{\pi R^2}{(2R + d)^2}. \quad (6)$$

Из формулы (6) получим квадратное уравнение относительно расстояния между спиральными элементами d :

$$d^2 + 4Rd + 4R^2 \left(1 - \frac{\pi}{4\alpha}\right) = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) имеет вид

$$d = d(\alpha) = R \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha} - 2} \right]. \quad (8)$$

Из соотношения (8) можно получить и обратное выражение:

$$\alpha = \frac{\pi R^2}{(2R + d)^2}. \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует обобщение зависимости на случай произвольных киральных элементов:

$$\alpha = \frac{S_{elem}}{d_1^2}, \quad (10)$$

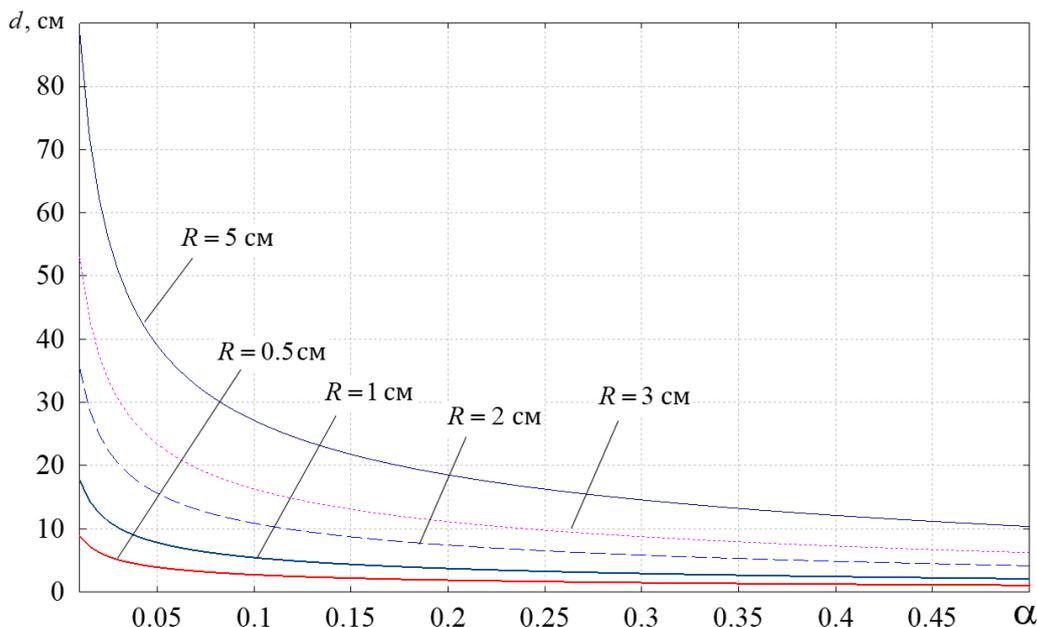


Рис. 2. Зависимость $d = d(\alpha)$ при различных значениях радиуса витка спирали
 Fig. 2. Dependence $d = d(\alpha)$ at different values of the radius of the spiral turn

то есть безразмерная концентрация киральных элементов в КММ равна отношению площади, занятой киральным элементом S_{elem} , к квадрату периода пространственной ячейки.

На рис. 2 представлена зависимость $d = d(\alpha)$ при различных значениях радиуса витка спирали.

3. Дисперсионная модель параметра киральности

Для описания частотной зависимости параметра киральности будем использовать обобщенную модель Кондона [1]:

$$\chi(\omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (11)$$

где ω_0 – резонансная частота кирального элемента (определяется из квазистатической модели для конкретного типа элемента); γ – частота демпфирования; Ω_χ – «сила» резонанса параметра киральности.

4. Расчет резонансной частоты спирального элемента

Зеркально-асимметричный элемент представляет собой тонкопроволочную проводящую однозаходную спираль, состоящую из N витков радиуса R , расположенных друг от друга на расстоянии s (шаг спирали). Обозначим через l длину спирали в развернутом состоянии, а через r – радиус тонкой проволоки. На рис. 3 показано поперечное сечение спирального элемента. На рис. 3 введены

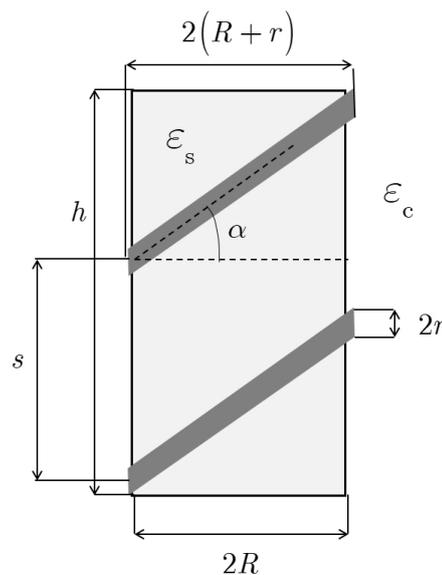


Рис. 3. Поперечное сечение спирального элемента
 Fig. 3. Cross section of the spiral element

следующие обозначения: h – высота контейнера; s – расстояние между витками спирали; R – внутренний радиус спирали; r – радиус проволоки; α – угол накрутки спирали; N – число витков спирали.

Для расчета резонансной частоты спирали использовалось квазистатическое приближение, расчет производился по формуле Томсона:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (12)$$

где L – индуктивность спирали; C – емкость спирали, учитывающая межвитковую и межэлемент-

ную емкости, а также емкость самого проводника (проволаки).

Методика расчета резонансной частоты спирального элемента приведена в [15].

Резонансная частота спирали, показанной на рис. 3, вычисляется по следующей формуле:

$$\omega_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K}}; \quad (13)$$

$$K = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl} + \frac{\pi R^2 r (R+r) N^3}{l d \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]},$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ – скорость электромагнитной волны в вакууме.

Подставляя в формулу (13) выражение для расстояния между элементами через концентрацию (8), получаем выражение для резонансной частоты спирального элемента в следующем виде:

$$\omega_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K}}; \quad K = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}; \quad (14)$$

$$K_{\text{self}} = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl};$$

$$K_{\text{int}} = \frac{\pi R r (R+r) N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.$$

Используя соотношения (11) и (14), получаем дисперсионную модель параметра киральности:

$$\chi(\omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}; \quad \omega_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K}}; \quad (15)$$

$$K = K_{\text{self}} + K_{\text{int}};$$

$$K_{\text{self}} = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl};$$

$$K_{\text{int}} = \frac{\pi R r (R+r) N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.$$

5. Учет гетерогенности метаматериала

Гетерогенность учитываем по закону Максвелла Гарнетта [2]:

$$\varepsilon = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha \varepsilon_x}{1 - \alpha \varepsilon_x}; \quad \varepsilon_x = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{\varepsilon_s + 2\varepsilon_c}, \quad (16)$$

где ε – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость метаматериала (как пространственной структуры, состоящей из контейнера и компонентов); ε_c – относительная диэлектрическая проницаемость контейнера; ε_s – относительная диэлектрическая проницаемость области, занятой компонентом; α – объемная безразмерная концентрация компонентов.

6. Дисперсионная модель диэлектрической проницаемости

Для описания частотной зависимости диэлектрической проницаемости области, занятой киральным элементом, будем использовать модель Лоренца [1]:

$$\varepsilon_s(\omega) = \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (17)$$

где ω_0 – резонансная частота кирального элемента (определяется из квазистатической модели для конкретного типа элемента); γ – частота демпфирования; Ω_ε – «сила» резонанса диэлектрической проницаемости.

Подставляя выражение (17) в (16), получаем дисперсионную модель диэлектрической проницаемости КММ с учетом гетерогенности:

$$\varepsilon = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha \varepsilon_x}{1 - \alpha \varepsilon_x}; \quad \varepsilon_x = \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2 - \varepsilon_c (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2 + 2\varepsilon_c (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}. \quad (18)$$

7. Материальные параметры кирального метаматериала на основе тонкопроволочных однозаходных спиральных элементов с учетом дисперсии и гетерогенности

Для описания КММ будем использовать следующий набор материальных параметров, определяемый из (15), (16) и (18):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(\omega; \alpha) &= \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}; \\
 \chi(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega}; \\
 \varepsilon_x(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) - \varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}; \\
 \omega_0(\alpha) &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K(\alpha)}}; \quad K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \\
 K_{\text{self}} &= \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln\left(\frac{2l}{r}\right) - 1} + \\
 &+ \frac{\pi^2 N^2 R^2 [(R + 2r)^2 - R^2] (N^2 - 1)}{hl}; \\
 K_{\text{int}}(\alpha) &= \frac{\pi Rr(R+r)N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos\left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Математическая модель, определяемая соотношениями (21) и (22), описывает киральный метаматериал, созданный на основе равномерно размещенных тонкопроволочных проводящих однозаходных спиральных элементов (рис. 1).

9. Дисперсионные уравнения для нормальных волн кирального метаматериала на основе тонкопроволочных однозаходных спиральных элементов с учетом дисперсии и гетерогенности

Расчет дисперсионных характеристик (постоянных распространения) нормальных волн кирального метаматериала с право- и левокруговыми поляризациями осуществляется по следующим формулам:

$$k_{R,L}(\omega; \alpha) = \frac{\omega}{c} \left[\sqrt{\varepsilon(\omega; \alpha) \mu \pm \chi(\omega; \alpha)} \right], \tag{23}$$

где

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(\omega; \alpha) &= \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}; \\
 \chi(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega}; \\
 \varepsilon_x(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) - \varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}; \\
 \omega_0(\alpha) &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K(\alpha)}}; \quad K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \\
 K_{\text{self}} &= \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln\left(\frac{2l}{r}\right) - 1} + \\
 &+ \frac{\pi^2 N^2 R^2 [(R + 2r)^2 - R^2] (N^2 - 1)}{hl};
 \end{aligned}$$

8. Материальные уравнения для кирального метаматериала на основе тонкопроволочных однозаходных спиральных элементов с учетом дисперсии и гетерогенности

Материальные уравнения для киральной среды имеют вид [3]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \mp i\chi \vec{H}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi \vec{E}, \tag{20}$$

где ε – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость; μ – относительная магнитная проницаемость; χ – относительный параметр киральности метаматериала.

Материальные уравнения (20) являются частотно-зависимыми, а также материальные параметры КММ в них зависят от объемной безразмерной концентрации киральных микроэлементов α :

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega; \alpha) \vec{E} \mp i\chi(\omega; \alpha) \vec{H}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi(\omega; \alpha) \vec{E}, \tag{21}$$

где

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(\omega; \alpha) &= \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}; \\
 \chi(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega}; \\
 \varepsilon_x(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) - \varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}; \\
 \omega_0(\alpha) &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K(\alpha)}}; \quad K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \\
 K_{\text{self}} &= \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln\left(\frac{2l}{r}\right) - 1} + \\
 &+ \frac{\pi^2 N^2 R^2 [(R + 2r)^2 - R^2] (N^2 - 1)}{hl};
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

$$K_{\text{int}}(\alpha) = \frac{\pi R r (R+r) N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.$$

10. Обобщение модели КММ при одновременном учете дисперсии и гетерогенности

Представим емкостной коэффициент $K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha)$ в виде

$$K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \quad (24)$$

$$K_{\text{self}} = k_1 = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl};$$

$$K_{\text{int}}(\alpha) = \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}};$$

$$k_2 = \frac{\pi R r (R+r) N^3}{2l \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha}} \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}; \quad \zeta = \frac{2}{\sqrt{\pi}}.$$

Формулу для резонансной частоты в зависимости от безразмерной объемной концентрации можно обобщить следующим образом:

$$\omega_0(\alpha) = \frac{v}{\sqrt{k_1 + \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}}}}, \quad (25)$$

где $v = c / (\sqrt{\epsilon_c \mu_c})$ – фазовая скорость электромагнитной волны в среде-контейнере; коэффициенты k_j ($j = 1, 2$) имеют размерность квадрата длины и определяются геометрическими размерами киральных элементов и их типом; ζ – безразмерная константа.

С использованием формулы (25) можно получить обобщенную зависимость относительного параметра киральности от безразмерной объемной концентрации:

$$\chi(\omega; \alpha) = \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i \gamma \omega}; \quad (26)$$

$$\omega_0(\alpha) = \frac{v}{\sqrt{k_1 + \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}}}.$$

Аналогично с использованием формулы (26) можно получить обобщенную зависимость эффективной диэлектрической проницаемости от безразмерной объемной концентрации:

$$\epsilon(\omega; \alpha) = \epsilon_c \frac{1 + 2\alpha \epsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha \epsilon_x(\omega; \alpha)}; \quad (27)$$

$$\epsilon_x(\omega; \alpha) = \frac{\Omega_\epsilon \omega_0^2(\alpha) - \epsilon_c \left[\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i \gamma \omega \right]}{\Omega_\epsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\epsilon_c \left[\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i \gamma \omega \right]};$$

$$\omega_0(\alpha) = \frac{v}{\sqrt{k_1 + \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}}}.$$

Формулы (26) и (27) описывают обобщенные зависимости материальных параметров кирального метаматериала от частоты ω и безразмерной объемной концентрации киральных элементов α .

Заключение

В работе рассмотрены принципы построения математической модели кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов, расположенных в однородной изотропной среде-контейнере.

Построенная математическая модель кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов учитывает гетерогенность кирального метаматериала, дисперсию диэлектрической проницаемости, дисперсию параметра киральности, а также зависимость материальных параметров от концентрации спиральных включений.

Предложенная методика построения математической модели может быть применена для киральных метаматериалов на основе периодических матриц проводящих элементов произвольной зеркально-асимметричной пространственной конфигурации.

Список литературы

1. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press, 2009. 992 p.
2. Engheta N., Ziolkowski R.W. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations. Hoboken: Wiley, 2006. 414 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and Metasurfaces – Historical Context, Recent Advances, and Future Directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020. Vol. 68, no. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>

4. A review on metamaterials for device applications / S.N. Kumar [et al.] // *Crystals*. 2021. Vol. 11, no. 5. P. 518. DOI: <https://doi.org/10.3390/cryst11050518>
5. Zheludev N.I. A Roadmap for metamaterials // *Opt. Photonics News*. 2011. Vol. 22, no. 3. P. 30–35. DOI: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>
6. Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency / N. Papasimakis [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101. P. 253903.
7. Zheludev N.I. The road ahead for metamaterials // *Science*. 2010. Vol. 328, no. 5978. P. 582–583. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1186756>
8. Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // *Журнал технической физики*. 2013. Т. 83, № 1. С. 3–28. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>
9. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D.R. Smith [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84, no. 18. P. 4184–4187. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>
10. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction // *Science*. 2001. Vol. 292, no. 5514. P. 77–79. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1058847>
11. Pendry J. A chiral route to negative refraction // *Science*. 2004. Vol. 306, no. 5700. P. 1353–1355. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>
12. Veselago V.G. The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ // *Soviet Physics Uspekhi*. 1968. Vol. 10, no. 4. P. 509–512. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>
13. Слюсар В.И. Метаматериалы в антенной технике: история и основные принципы // *Электроника: НТБ*. 2009. № 7. С. 10–19. URL: https://www.electronics.ru/files/article_pdf/0/article_287_909.pdf
14. Pozar D.M. Microstrip antennas and arrays on chiral substrates // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1992. Vol. 40, no. 10. P. 1260–1263. DOI: <https://doi.org/10.1109/8.182462>
15. Импедансные характеристики двухэлементной антенной решетки с киральной подложкой / А.Л. Бузов [и др.] // *Письма в ЖТФ*. 2018. Т. 44, № 23. С. 37–45. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>
16. Перспективы использования метаматериалов в антеннах нового поколения / А.Л. Бузов [и др.] // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2017. Т. 20, № 3. С. 15–20. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>
17. Investigation of circularly polarized patch antenna with chiral metamaterial / Y. Liu [et al.] // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2013. Vol. 12. P. 1359–1362. DOI: <https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2286191>
18. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies / D. Schurig [et al.] // *Science*. 2006. Vol. 314, no. 5801. P. 977–980. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1133628>
19. Tunable electromagnetically induced transparency from a superconducting terahertz metamaterial / C. Zhang [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* 2017. Vol. 110, no. 24. P. 241105. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4985618>
20. Wide band fractal-based perfect energy absorber and power harvester / M. Ваğманçı [et al.] // *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*. 2019. Vol. 29, no. 7. P. e21597. DOI: <https://doi.org/10.1002/mmmce.21597>
21. Осипов О.В., Юрасов В.И., Почепцов А.О. Киральный метаматериал для частотно-селективной концентрации энергии сверхвысокочастотного излучения // *Инфокоммуникационные технологии*. 2014. Т. 12, № 4. С. 76–82.
22. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media* / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
23. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media*. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 121 p.
24. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [electromagnetic perspectives] // *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 2020. Vol. 62, no. 1. P. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>
25. Третьяков С.А. Электродинамика сложных сред: киральные, би-изотропные и некоторые бианизотропные материалы // *Радиотехника и электроника*. 1994. Т. 39, № 10. С. 1457–1470.
26. Киральные электродинамические объекты / Б.З. Каценеленбаум [и др.] // *Успехи физических наук*. 1997. Т. 167, № 11. С. 1201–1212. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199711c.1201>
27. Sochava A.A., Simovski C.R., Tretyakov S.A. Chiral effects and eigenwaves in bi-anisotropic omega structures // *Advances in Complex Electromagnetic Materials*. Dordrecht: Springer, 1997. P. 85–102.
28. Resonant features of planar Faraday metamaterial with high structural symmetry / S.Y. Polevoy [et al.] // *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 2013. Vol. 61, no. 3. P. 030501. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjap/2013120320>
29. Tretyakov S.A., Mariotte F. Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions // *Journal of electromagnetic waves and applications*. 1995. Vol. 9, no. 7-8. P. 1011–1025. DOI: <https://doi.org/10.1163/156939395X00695>
30. Осипов О.В., Плотников А.М., Салимова Н.Р. Использование эффекта азимутального рассеяния электромагнитных волн метаструктурой на основе элементов Телледжена в прикладных задачах электродинамики // *Инфокоммуникационные технологии*. 2012. Т. 10, № 1. С. 8–15.
31. Просвирнин С.Л. Преобразование поляризации при отражении волн микрополосковой решеткой из элементов сложной формы // *Радиотехника и электроника*. 1999. Т. 44, № 6. С. 681–686.
32. Васильева Т.Ц., Просвирнин С.Л. Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 1998. Т. 1, № 4. С. 5–9.
33. Prosvirnin S.L. Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements // *Proceedings of 7th International Conference on Complex Media «Bianisotropic '98»*. 1998. P. 185–188.
34. Zhao R.L., Zhang J., Soukoulis C.M. Conjugated gammadion chiral metamaterial with uniaxial optical activity and negative refractive index // *Phys. Rev. B*. 2011. Vol. 83, no. 3. P. 035105. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.035105>

35. Semchenko I.V., Tretyakov S.A., Serdyukov A.N. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years // *Progress in Electromagnetics Research*. 1996. Vol. 12. P. 335–370.
36. Prudêncio F.R., Silveirinha M.G. Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect // *Phys. Rev. A*. 2016. Vol. 93, no. 4. P. 043846. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.043846>
37. Sihvola A.H. Temporal dispersion in chiral composite materials: A theoretical study // *Journal of electromagnetic waves and applications*. 1992. Vol. 6, no. 7. P. 1177–1196. DOI: <https://doi.org/10.1163/156939392X01705>
38. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. On the Maxwell Garnett model of chiral composites // *Journal of Materials Research*. 1992. Vol. 8, no. 4. P. 917–922. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.1993.0917>
39. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Математические модели киральных метаматериалов на основе многозаходных проводящих элементов // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2020. Т. 23, № 1. С. 8–19. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.8-19>
40. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Исследование электромагнитных характеристик планарных киральных метаструктур на основе составных спиральных компонентов с учетом гетерогенной модели Бруггемана // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2020. Т. 23, № 3. С. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>
41. Сушко М.Я., Криськив С.К. Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем // *Журнал технической физики*. 2009. Т. 79, № 3. С. 97–101. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>
42. Garnett J.C. Maxwell. Colours in metal glasses and in metallic films // *Phylos. Trans. R. Soc. London. Ser. A*. 1904. Vol. 203. P. 385–420.
43. Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von eterogenen Substanzen, I. Dielektrizitatskonstanten und Leitfaehigkeiten der Mischkorper aus isotropen Substanzen // *Ann. Phys.* 1935. Vol. 416, no. 7. P. 636–664. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>

Информация об авторах

Бучнев Иван Юрьевич, 1995 г. р., аспирант кафедры высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов.

E-mail: v.buchnev@psuti.ru

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 250 научных работ.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Мамошина Юлия Сергеевна, 1998 г. р., аспирант кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: инфокоммуникационные сети, электродинамика метаматериалов, теория электрических цепей.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

Осипов Олег Владимирович, 1975 г. р., доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, устройства СВЧ и антенны, нелинейная оптика.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

Панин Дмитрий Николаевич, 1977 г. р., кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, электродинамика плазмы, теория электрических цепей.

E-mail: d.panin@psuti.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 2, pp. 36–47

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47)

UDC 537.876.46

Original Research

Received 11 January 2023

Accepted 13 February 2023

Published 30 June 2023

Development of a mathematical model of a chiral metamaterial based on a cylindrical helical elements accounting for the dispersion and concentration of elements

Ivan Yu. Buchnev, Dmitriy S. Klyuev ,
Yuliya S. Mamoshina, Oleg V. Osipov, Dmitriy N. Panin

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – Background. Interest in the study of microwave metamaterials is associated with the possibility of using them to achieve the required frequency and polarization selective properties of interaction with electromagnetic radiation, which can't be obtained for structures based on homogeneous media. **Aim.** The mathematical model of a chiral metamaterial based on a periodic matrix of arbitrarily oriented conducting thin-wire cylindrical helices located in a homogeneous isotropic container creation is considered. Unlike known models, it takes into account the explicit form of the dependence of the effective permittivity and the relative chirality parameter on the helices concentration. **Methods.** The heterogeneity of a chiral metamaterial based on the Maxwell Garnett formula, which makes it possible to determine the effective dielectric permittivity from the permeabilities of the container and the region occupied by conducting mirror asymmetric inclusions is taken into account when creating a mathematical model. The dispersion of permittivity using the quadratic Lorentz formula and the dispersion of the chirality parameter based on the Condon model are taken into account. **Results.** Analytical frequency-dependent expressions for the effective permittivity and the chirality parameter taking into account the concentration of helices and their geometric parameters, were obtained in the work. The expression for the relationship between the dimensionless volume concentration of inclusions and the distance between adjacent elements is obtained. The quasi-static approach is used to calculate the resonant frequency of conducting thin-wire cylindrical helices. **Conclusion.** The proposed method for constructing a mathematical model can be applied to chiral metamaterials based on periodic matrices of conductive elements of an arbitrary mirror asymmetric spatial configuration.

Keywords – chiral media; chiral metamaterial; metamaterial; helix; spatial dispersion; Maxwell Garnett model; Condon model; Lorentz model; elements concentration; chirality parameter; effective dielectric permittivity.

✉ klyuevd@yandex.ru (Dmitriy S. Klyuev)

 © Ivan Yu. Buchnev et al., 2023

References

1. F. Capolino, *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press, 2009.
2. N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Hoboken: Wiley, 2006.
3. A. K. Iyer, A. Alù, and A. Epstein, “Metamaterials and Metasurfaces – Historical Context, Recent Advances, and Future Directions,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
4. S. N. Kumar et al., “A review on metamaterials for device applications,” *Crystals*, vol. 11, no. 5, p. 518, 2021, doi: <https://doi.org/10.3390/cryst11050518>.
5. N. I. Zheludev, “A Roadmap for metamaterials,” *Opt. Photonics News*, vol. 22, no. 3, pp. 30–35, 2011, doi: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>.
6. N. Papasimakis et al., “Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 253903, 2008.
7. N. I. Zheludev, “The road ahead for metamaterials,” *Science*, vol. 328, no. 5978, pp. 582–583, 2010, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1186756>.
8. I. B. Vendik and O. G. Vendik, “Metamaterials and their application in microwave technology (Review),” *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 83, no. 1, pp. 3–28, 2013, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>. (In Russ.)
9. D. R. Smith et al., “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, pp. 4184–4187, 2000, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
10. R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, “Experimental verification of a negative index of refraction,” *Science*, vol. 292, no. 5514, pp. 77–79, 2001, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1058847>.
11. J. Pendry, “A chiral route to negative refraction,” *Science*, vol. 306, no. 5700, pp. 1353–1355, 2004, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>.
12. V. G. Veselago, “The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ,” *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509–512, 1968, doi: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>.
13. V. I. Slyusar, “Metamaterials in antenna technology: history and basic principles,” *Elektronika: NTB*, no. 7, pp. 10–19, 2009, url: https://www.electronics.ru/files/article_pdf/0/article_287_909.pdf. (In Russ.)
14. D. M. Pozar, “Microstrip antennas and arrays on chiral substrates,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 10, pp. 1260–1263, 1992, doi: <https://doi.org/10.1109/8.182462>.
15. A. L. Buzov et al., “Impedance characteristics of a two-element antenna array with a chiral substrate,” *Pis'ma v ZhTF*, vol. 44, no. 23, pp. 37–45, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>. (In Russ.)
16. A. L. Buzov et al., “Prospects for the use of metamaterials in new generation antennas,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 15–20, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>. (In Russ.)
17. Y. Liu et al., “Investigation of circularly polarized patch antenna with chiral metamaterial,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 12, pp. 1359–1362, 2013, doi: <https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2286191>.
18. D. Schurig et al., “Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies,” *Science*, vol. 314, no. 5801, pp. 977–980, 2006, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1133628>.
19. C. Zhang et al., “Tunable electromagnetically induced transparency from a superconducting terahertz metamaterial,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 110, no. 24, p. 241105, 2017, doi: <https://doi.org/10.1063/1.4985618>.

20. M. Bağmancı et al., “Wide band fractal-based perfect energy absorber and power harvester,” *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 29, no. 7, p. e21597, 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/mmce.21597>.
21. O. V. Osipov, V. I. Yurasov, and A. O. Pocheptsov, “Chiral Metamaterial for Frequency Selective Energy Concentration of Microwave Radiation,” *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 12, no. 4, pp. 76–82, 2014. (In Russ.)
22. I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.
23. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Lecture Notes in Physics*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
24. C. Caloz and A. Sihvola, “Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [electromagnetic perspectives],” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 62, no. 1, pp. 58–71, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>.
25. S. A. Tretyakov, “Electrodynamics of complex media: chiral, bi-isotropic and some bianisotropic materials,” *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 39, no. 10, pp. 1457–1470, 1994. (In Russ.)
26. B. Z. Katsenelenbaum et al., “Chiral electrodynamic objects,” *Uspekhi fizicheskikh nauk*, vol. 167, no. 11, pp. 1201–1212, 1997, doi: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199711c.1201>. (In Russ.)
27. A. A. Sochava, C. R. Simovski, and S. A. Tretyakov, “Chiral effects and eigenwaves in bi-anisotropic omega structures,” *Advances in Complex Electromagnetic Materials*. Dordrecht: Springer, pp. 85–102, 1997.
28. S. Y. Polevoy et al., “Resonant features of planar Faraday metamaterial with high structural symmetry,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 61, no. 3, p. 030501, 2013, doi: <https://doi.org/10.1051/epjap/2013120320>.
29. S. A. Tretyakov and F. Mariotte, “Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions,” *Journal of electromagnetic waves and applications*, vol. 9, no. 7-8, pp. 1011–1025, 1995, doi: <https://doi.org/10.1163/156939395X00695>.
30. O. V. Osipov, A. M. Plotnikov, and N. R. Salimova, “Using the effect of azimuthal scattering of electromagnetic waves by a metastructure based on Tellegen elements in applied problems of electrodynamics,” *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 10, no. 1, pp. 8–15, 2012. (In Russ.)
31. S. L. Prosvirnin, “Polarization transformation upon reflection of waves by a microstrip grating of complex shape elements,” *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 44, no. 6, pp. 681–686, 1999. (In Russ.)
32. T. Ts. Vasil’eva and S. L. Prosvirnin, “Diffraction of electromagnetic waves on a flat grating of complex-shaped chiral strip elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 5–9, 1998. (In Russ.)
33. S. L. Prosvirnin, “Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements,” *Proceedings of 7th International Conference on Complex Media «Bianisotropic ’98»*, pp. 185–188, 1998.
34. R. L. Zhao, J. Zhang, and C. M. Soukoulis, “Conjugated gammadion chiral metamaterial with uniaxial optical activity and negative refractive index,” *Phys. Rev. B*, vol. 83, no. 3, p. 035105, 2011, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.035105>.
35. I. V. Semchenko, S. A. Tretyakov, and A. N. Serdyukov, “Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years,” *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 12, pp. 335–370, 1996.
36. F. R. Prudêncio and M. G. Silveirinha, “Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect,” *Phys. Rev. A*, vol. 93, no. 4, p. 043846, 2016, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.043846>.
37. A. H. Sihvola, “Temporal dispersion in chiral composite materials: A theoretical study,” *Journal of electromagnetic waves and applications*, vol. 6, no. 7, pp. 1177–1196, 1992, doi: <https://doi.org/10.1163/156939392X01705>.
38. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, “On the Maxwell Garnett model of chiral composites,” *Journal of Materials Research*, vol. 8, no. 4, pp. 917–922, 1992, doi: <https://doi.org/10.1557/JMR.1993.0917>.
39. M. V. Aralkin, A. N. Dement’ev, and O. V. Osipov, “Mathematical models of chiral metamaterials based on multi-pass conducting elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 1, pp. 8–19, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.8-19>. (In Russ.)
40. M. V. Aralkin, A. N. Dement’ev, and O. V. Osipov, “Investigation of the electromagnetic characteristics of planar chiral metastructures based on compound helical components, taking into account the heterogeneous Bruggeman model,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 44–55, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>. (In Russ.)
41. M. Ya. Sushko and S. K. Kris’kiv, “Compact group method in the theory of permittivity of heterogeneous systems,” *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 79, no. 3, pp. 97–101, 2009, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>. (In Russ.)
42. J. C. Garnett, “Maxwell. Colours in metal glasses and in metallic films,” *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A*, vol. 203, pp. 385–420, 1904.
43. D. A. G. Bruggeman, “Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von eterogenen Substanzen, I. Dielektrizitatskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen,” *Ann. Phys.*, vol. 416, no. 7, pp. 636–664, 1935, doi: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>.

Information about the Authors

Ivan Yu. Buchnev, born in 1995, postgraduate student of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials.

E-mail: v.buchnev@psuti.ru

Dmitriy S. Klyuev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of over 250 scientific papers.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Yuliya S. Mamoshina, born in 1998, postgraduate student of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: infocommunication networks, electrodynamics of metamaterials, theory of electrical circuits.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

Oleg V. Osipov, born in 1975, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, microwave devices and antennas, nonlinear optics.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

Dmitry N. Panin, born in 1977, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, plasma electrodynamics, theory of electrical circuits.

E-mail: d.panin@psuti.ru