

## Четырехволновое взаимодействие на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны

А.А. Акимов, В.В. Ивахник, К.Г. Казакова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
443086, Россия, г. Самара,  
Московское шоссе, 34

**Аннотация – Обоснование.** Необходимость создания высокоэффективных четырехволновых преобразователей излучения с целью использования их в системах адаптивной оптики для обработки в реальном времени сложных пространственно-временных полей, в интерферометрии, квантовой криптографии и т. д. требует наряду с применением традиционных методов повышения эффективности таких преобразователей за счет увеличения длины взаимодействия, плотности мощности излучения, эффективного значения нелинейной восприимчивости разработки новых методов. В качестве одного из таких методов выступает метод, основанный на наложении обратной связи на одну или несколько взаимодействующих волн. **Цель.** Рассмотрено влияние обратной связи на амплитудный коэффициент отражения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на тепловой и резонансной нелинейностях. **Методы.** Амплитудный коэффициент отражения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны анализировался численным методом на основе многократного прохождения сигнальной и объектной волн нелинейного слоя в кольцевом резонаторе. **Результаты.** Показано, что в приближении малого коэффициента отражения отличие в коэффициентах отражения при наличии и отсутствии обратной связи на объектную и сигнальную волны монотонно увеличивается с ростом интенсивности волн накачки и не зависит от параметра, характеризующего соотношение между тепловой и резонансной нелинейностями. **Заключение.** Установлена область значений коэффициента поглощения, в пределах которой наложение обратной связи на объектную и сигнальную волны приводит к повышению эффективности четырехволнового преобразователя излучения.

**Ключевые слова** – четырехволновой преобразователь; обратная связь; тепловая нелинейность; резонансная нелинейность.

### Введение

Необходимость создания высокоэффективных четырехволновых преобразователей излучения с целью использования их в системах адаптивной оптики для обработки в реальном времени сложных пространственно-временных полей, в интерферометрии, квантовой криптографии и т. д. [1–7] требует наряду с применением традиционных методов повышения эффективности таких преобразователей за счет увеличения длины взаимодействия, плотности мощности излучения, эффективного значения нелинейной восприимчивости разработки новых методов. В качестве одного из таких методов выступает метод, основанный на наложении обратной связи на одну или несколько взаимодействующих волн [8–11].

В нелинейных средах, используемых для реализации четырехволновых взаимодействий, проявляется, как правило, не одна, а несколько видов нелинейности [12–20]. Наиболее типичной является ситуация, когда на тот или иной вид нелинейности накладывается тепловая нелинейность,

обусловленная нагревом среды вследствие поглощения излучения. Так, например, в поглощающих средах, моделируемых системой энергетических уровней (красители, газы, пары и т. д.), одновременно реализуются тепловая и резонансная нелинейности [21–29]. Тепловая нелинейность оказывает существенное влияние на коэффициент отражения при четырехволновом взаимодействии в полупроводниках [14], в многокомпонентных средах [30]. При учете нескольких видов нелинейности в общем случае амплитуда объектной волны не является суммой амплитуд волн, возникающих при многоволновом взаимодействии на отдельных видах нелинейности, что существенно усложняет анализ характеристик таких многоволновых преобразователей излучения.

В настоящей работе анализируется амплитудный коэффициент отражения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны.

## 1. Вывод уравнений, позволяющих численными методами проанализировать коэффициент отражения, пространственную селективность четырехволнового преобразователя излучения

Пусть имеется нелинейная среда, в которой распространяются четыре монохроматические волны: две волны накачки с комплексными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ , сигнальная и объектная волны с комплексными амплитудами  $A_3$  и  $A_4$ . Волновой фронт объектной волны обращен по отношению к волновому фронту сигнальной волны.

Уравнение Гельмгольца, описывающее вырожденное четырехволновое взаимодействие ( $\omega + \omega - \omega = \omega$ ) в среде с тепловой и резонансной нелинейностями, имеет вид [31]

$$\left( \nabla^2 + k^2 + \frac{2k^2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T - \frac{2ik\alpha_0}{1+bI} \right) (A + A^*) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $A = \sum_{j=1}^4 A_j$ ,  $I = AA^*$ ;  $\alpha_0$  – коэффициент поглощения;  $k = \omega n_0 / c$  – волновое число,  $\omega$  – циклическая частота;  $n_0$  – среднее значение показателя преломления;  $\delta T$  – изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения;  $b$  – параметр, характеризующий резонансную нелинейность.

Уравнение (1) дополняется уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{2\alpha_0 I}{\Lambda c_p v (1+bI)} = 0, \quad (2)$$

где  $\Lambda$  – коэффициент температуропроводности,  $c_p$  – удельная теплоемкость,  $v$  – объемная плотность вещества.

При рассмотрении четырехволнового взаимодействия будем использовать следующие приближения: 1) будем считать волны накачки плоскими и распространяющимися навстречу друг другу вдоль оси  $Z$  ( $A_{1,2} = \tilde{A}_{1,2}(z) \exp(\mp ikz)$ ); 2) выполняется приближение заданного поля по волнам накачки ( $|A_{1,2}| \gg |A_{3,4}|$ ); 3) справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд.

В соответствии с выражением для интенсивности волн

$$I = I_0 + A_1 A_3^* + A_3 A_1^* + A_2 A_4^* + A_4 A_2^* \quad (3)$$

изменение температуры представим в виде суммы медленно ( $\delta T_0$ ) и быстро ( $\delta T_{31}$ ,  $\delta T_{42}$ ) меняющихся в зависимости от поперечных координат составляющих:

$$\delta T(\vec{\rho}, z) = \delta T_0(z) + \delta T_{31}(\vec{\rho}, z) + \quad (4)$$

$$+ \delta T_{31}^*(\vec{\rho}, z) + \delta T_{42}(\vec{\rho}, z) + \delta T_{42}^*(\vec{\rho}, z).$$

Здесь  $I_0 = A_1 A_1^* + A_2 A_2^*$ ;  $\vec{\rho}$  – поперечная составляющая радиуса-вектора.

Амплитуды сигнальной и объектной волн разложим по плоским волнам

$$A_j(\vec{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\vec{k}_j, z) \exp\{-i\vec{k}_j \vec{\rho} - ik_{jz} z\} d\vec{k}_j, \quad (5)$$

$$j = 3, 4,$$

а быстро меняющиеся составляющие изменения температуры – по гармоническим решеткам

$$\delta T_{31}(\vec{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{31}(\vec{k}_{T1}, z) \exp\{-i\vec{k}_{T1} \vec{\rho}\} d\vec{k}_{T1}, \quad (6)$$

$$\delta T_{42}(\vec{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{42}(\vec{k}_{T2}, z) \exp\{-i\vec{k}_{T2} \vec{\rho}\} d\vec{k}_{T2}.$$

Здесь  $\tilde{A}_{3,4}(\vec{k}_{3,4}, z)$  – пространственные спектры сигнальной и объектной волн;  $\delta \tilde{T}_{31,42}(\vec{k}_{T1,2}, z)$  – пространственные спектры температурных решеток;  $\vec{k}_j$  и  $k_{jz}$  – поперечная и продольная составляющие волнового вектора  $\vec{k}_j$ ,  $|\vec{k}_j| = k$ ;  $\vec{k}_{T1,2}$  – волновой вектор решетки.

С учетом (3)-(6) уравнение Гельмгольца распадается на четыре уравнения:

– для амплитуд волн накачки

$$\frac{d\tilde{A}_1}{dz} + \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \tilde{A}_1 + \frac{\alpha_0}{(1+bI_0)} \tilde{A}_1 = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d\tilde{A}_2}{dz} - \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \tilde{A}_2 - \frac{\alpha_0}{(1+bI_0)} \tilde{A}_2 = 0;$$

– для пространственных спектров сигнальной и объектной волн

$$\frac{d\tilde{A}'_3}{dz} = -\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \tilde{A}_{10} (\delta \tilde{T}_{42} + \delta \tilde{T}_{31}^*) \times \quad (8)$$

$$\times \exp[-i(k_{1z} - k_{3z})z] +$$

$$+ \frac{\alpha_0 b}{(1+bI_0)^2} \{\tilde{A}_{10}^2 \tilde{A}'_3 \exp[-2C_0(z)] +$$

$$+ \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20} \tilde{A}'_4 \exp[-i\Delta z - 2C_0(\ell) + 2C_0(z)]\},$$

$$\frac{d\tilde{A}'_4}{dz} = \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \tilde{A}_{20} (\delta \tilde{T}_{31} + \delta \tilde{T}_{42}^*) \times$$

$$\times \exp[-i(k_{2z} - k_{4z})z] -$$

$$- \frac{\alpha_0 b}{(1+bI_0)^2} \{\tilde{A}_{20}^2 \tilde{A}'_4 \exp[-2C_0(\ell) + 2C_0(z)] +$$

$$+ \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20} \tilde{A}'_3 \exp[-i\Delta z - 2C_0(z)]\}.$$

Уравнение Пуассона распадается на три уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta T_0}{dz^2} + \frac{2\alpha_0 I_0}{\Lambda c_p \nu (1 + bI_0)} &= 0, \\ \left( \frac{d^2}{dz^2} - \kappa_{T1}^2 \right) \delta \tilde{T}_{31} + \\ + \frac{2\alpha_0 \tilde{A}_{10} \tilde{A}_3^* \exp[-i(k_{1z} - k_{3z})z - 2C_0(z)]}{\Lambda c_p \nu (1 + bI_0)^2} &= 0, \\ \left( \frac{d^2}{dz^2} - \kappa_{T2}^2 \right) \delta \tilde{T}_{42} + \\ + \frac{2\alpha_0 \tilde{A}_{20} \tilde{A}_4^* \exp[-i(k_{2z} - k_{4z})z - 2C_0(\ell) + 2C_0(z)]}{\Lambda c_p \nu (1 + bI_0)^2} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\tilde{A}_3 = \tilde{A}'_3 \exp[-C(z)], \quad \tilde{A}_4 = \tilde{A}'_4 \exp[-C(\ell) + C(z)],$$

$$C(z) = C_0(z) + C_1(z), \quad C_0(z) = \alpha_0 \int_0^z \frac{dz_1}{[1 + bI_0(z_1)]},$$

$$C_1(z) = \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \int_0^z \delta T_0(z_1) dz_1, \quad \Delta = -(\bar{k}_3 + \bar{k}_4)_z,$$

$$\tilde{A}_{10} = \tilde{A}_1(z=0), \quad \tilde{A}_{20} = \tilde{A}_2(z=\ell).$$

Системы уравнений (8), (9) дополняются граничными условиями на изменение температуры (условие отвода тепла от граней нелинейного слоя):

$$\delta T_0(z=0) = \delta T_0(z=\ell) = 0, \quad (10)$$

$$\delta T_{31}(z=0) = \delta T_{31}(z=\ell) = 0,$$

$$\delta T_{42}(z=0) = \delta T_{42}(z=\ell) = 0.$$

При расположении четырехволнового преобразователя внутри кольцевого резонатора граничные условия на пространственные спектры сигнальной и объектной волн есть [11]:

$$\tilde{A}'_3(z=0) = \sqrt{1-r_1} \tilde{A}_{30} + \quad (11)$$

$$+ \sqrt{r_1 r_2} \exp\left(-i\Delta_0 + i\frac{\kappa^2}{2k}L\right) \times$$

$$\times \exp\{-\alpha\ell - iC(\ell)\} \tilde{A}'_3(z=\ell),$$

$$\tilde{A}'_4(z=0) \sqrt{r_1 r_2} \exp\left(-i\Delta_0 + i\frac{\kappa^2}{2k}L\right) \times$$

$$\times \exp\{-\alpha\ell - iC(\ell)\} = \tilde{A}'_4(z=\ell).$$

Здесь  $\tilde{A}_{30}$  – пространственный спектр сигнальной волны на передней грани нелинейного слоя в отсутствие кольцевого резонатора;  $r_1$  – коэффициент

отражения полупрозрачного зеркала связи;  $r_2$  – коэффициент отражения сферических зеркал резонатора, осуществляющих перенос пространственного распределения поля из плоскости  $z=0$  на плоскость, расположенную на расстоянии  $L$  – от плоскости  $z=\ell$ ;  $\Delta_0$  – постоянный фазовый набег;  $\kappa = |\bar{k}_3| = |\bar{k}_4| = |\bar{k}_{T1}| = |\bar{k}_{T2}|$  – пространственная частота. В параксиальном приближении  $(k_{1z} - k_{3z}) = -(k_{2z} - k_{4z}) = \kappa^2/2k$ . Постоянный набег фазы  $\Delta_0$  может быть реализован внутри резонатора, например, с помощью фазового модулятора света и предназначен для компенсации фазового набега, обусловленного распространением в нелинейной среде волн накачки.

## 2. Анализ полученных результатов

В качестве сигнальной волны будем использовать волну от точечного источника, расположенного на передней грани нелинейного слоя на оси  $Z$ :  $A_3(\bar{\rho}, z=0) = \delta(\bar{\rho})$ . Численный анализ уравнений (7)–(9) с учетом (10), (11) путем рассмотрения многократного прохождения сигнальной и объектной волн через нелинейный слой в кольцевом резонаторе [10] показывает, что с увеличением пространственной частоты модуль пространственного спектра объектной волны монотонно уменьшается.

Для характеристики четырехволнового преобразователя излучения введем амплитудный коэффициент отражения ( $R$ ) и полуширину полосы пространственных частот ( $\Delta\kappa$ ), определяемые следующим образом:

$$R = \sqrt{1-r_1} \left| \frac{A_4(\kappa=0, z=0)}{A_{30}^*} \right|, \quad (12)$$

$$\left| \tilde{A}_4(\kappa=\Delta\kappa, z=0) \right| = \frac{1}{2} \left| \tilde{A}_4(\kappa=0, z=0) \right|. \quad (13)$$

Коэффициент отражения и полуширина полосы пространственных частот характеризуют эффективность и разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения. Анализ коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны [10; 11] показывает, что максимальное значение  $R$  наблюдается при компенсации фазового набега, возникающего вследствие распространения в нелинейной среде волн накачки ( $C_1(\ell) + \Delta_0 = 0$ ). Характеристики четырехволнового преобразователя на тепловой и резонансной нелинейностях также будем рассматривать

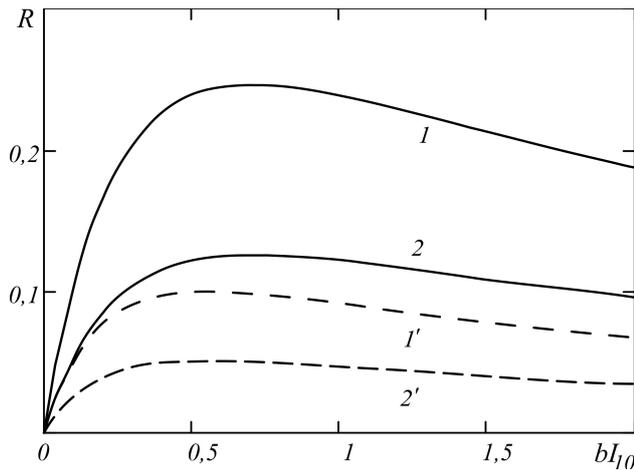


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения от интенсивности волн накачки при  $\alpha_0\ell=0,1$ ,  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$  (1, 2),  $r_2=0,7$  (1, 2),  $r_1=r_2=0$  (1', 2'),  $P=0,02$  (1, 1'); 0,01 (2, 2')

Fig. 1. Dependence of the reflection coefficient of a four-wave radiation converter on the pumping waves intensity at  $\alpha_0\ell=0,1$ ,  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$  (1, 2),  $r_2=0,7$  (1, 2),  $r_1=r_2=0$  (1', 2'),  $P=0,02$  (1, 1'); 0,01 (2, 2')

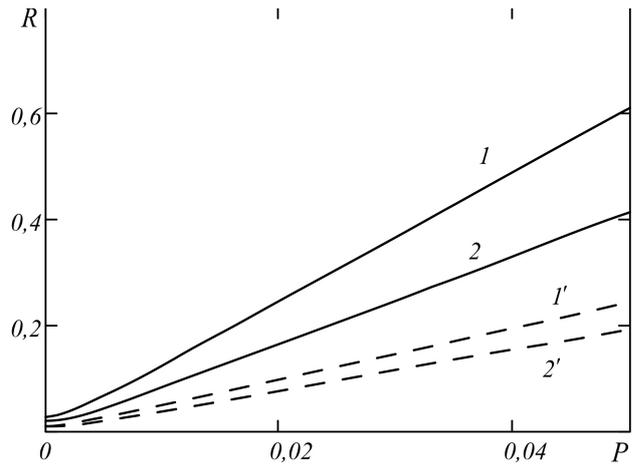


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения от параметра  $P$  при  $\alpha_0\ell=0,1$ ,  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$  (1, 2),  $r_2=0,7$  (1, 2),  $r_1=r_2=0$  (1', 2'),  $bI_{10}=0,72$  (1, 1'); 0,2 (2, 2')

Fig. 2. Dependence of the reflection coefficient of a four-wave radiation converter on the parameter  $P$  at  $\alpha_0\ell=0,1$ ,  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$  (1, 2),  $r_2=0,7$  (1, 2),  $r_1=r_2=0$  (1', 2'),  $bI_{10}=0,72$  (1, 1'); 0,2 (2, 2')

при условии компенсации фазового набега, возникающего вследствие распространения в нелинейной среде волн накачки.

Введем безразмерный параметр

$$P = \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \frac{\ell}{b\Lambda c_p v},$$

характеризующий соотношение между параметрами, описывающими тепловую и резонансную нелинейности.

На рис. 1 в приближении малого коэффициента отражения (не учитываются перекачка энергии из объектной волны в сигнальную, самодифракция второй волны накачки) при условии равных интенсивностей волн накачки на гранях нелинейного слоя ( $I_{10} = I_{20}$ , где  $I_{10} = |\tilde{A}_{10}|^2$ ,  $I_{20} = |\tilde{A}_{20}|^2$ ) приведены характерные зависимости коэффициента отражения от нормированной интенсивности волн накачки ( $bI_{10}$ ) как при наличии (кривые 1, 2), так и при отсутствии (кривые 1', 2') обратной связи на объектную и сигнальную волны. С увеличением интенсивности волн накачки коэффициент отражения увеличивается, достигает наибольшего значения, а затем медленно уменьшается. Существует оптимальное значение интенсивности волн накачки  $I_{10}^m$ , при котором коэффициент отражения принимает максимальное значение.

Характер зависимости коэффициента отражения от  $bI_{10}$  типичен для четырехволновых преобразователей в средах с нелинейным коэффициентом поглощения [15]. Наличие обратной связи по объектной и сигнальной волнам смещает  $I_{10}^m$  в

сторону больших значений интенсивности. Изменение параметра  $P$  не меняет значения нормированной интенсивности волн накачки, при котором коэффициент отражения достигает максимального значения.

При фиксированной интенсивности волн накачки увеличение составляющей тепловой нелинейности приводит к монотонному увеличению коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения как при наличии, так и при отсутствии обратной связи на объектную и сигнальную волны (рис. 2). При этом отличие в коэффициентах отражения при наличии и отсутствии обратной связи на объектную и сигнальную волны

$$\xi = R(r_1 \neq 0) / R(r_1 = 0) \quad (14)$$

не меняется при изменении соотношения между параметрами, характеризующими тепловую и резонансную нелинейности в диапазоне  $0 < P \leq 0,2$ .

Отличие в коэффициентах отражения при наличии и отсутствии обратной связи по объектной и сигнальной волнам возрастает с увеличением интенсивности волн накачки (рис. 3).

При фиксированной интенсивности волн накачки, параметрах тепловой и резонансной нелинейностей с увеличением значения коэффициента поглощения  $\alpha_0$  коэффициент отражения четырехволнового преобразователя излучения вначале увеличивается, достигает максимального значения, а затем уменьшается, при этом выигрыш в коэффициенте отражения монотонно

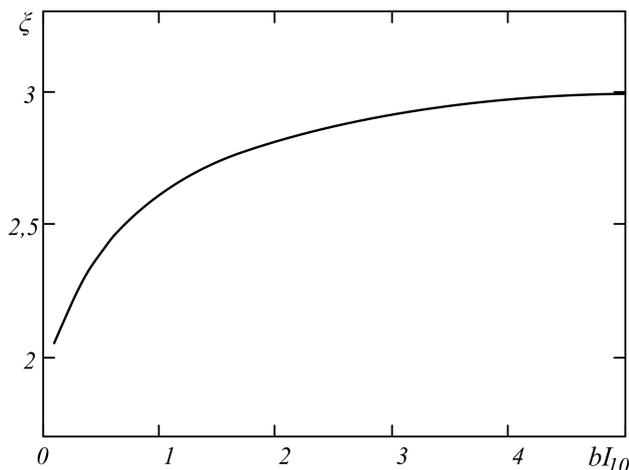


Рис. 3. Зависимость отклонения в коэффициентах отражения от интенсивности волн накачки при  $\alpha_0\ell=0,1$ ,  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$ ,  $r_2=0,7$ ,  $P=0,01$   
Fig. 3. Dependence of the difference in the reflection coefficients on the pumping waves intensity at  $\alpha_0\ell=0,1$ ,  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$ ,  $r_2=0,7$ ,  $P=0,01$

уменьшается (рис. 4). Наличие обратной связи на объектную и сигнальную волны смещает значение коэффициента поглощения, при котором коэффициент отражения принимает максимальное значение, по сравнению со случаем, когда обратная связь отсутствует, в сторону меньших значений. Существует коэффициент поглощения  $\alpha_0^m$ , начиная с которого выигрыш в коэффициенте отражения за счет использования обратной связи на объектную и сигнальную волны отсутствует ( $\xi \leq 1$ ). Значение коэффициента поглощения  $\alpha_0^m$  существенным образом зависит от интенсивности волн накачки, параметров кольцевого резонатора, соотношения между параметрами, описывающими тепловую и резонансную нелинейности. Увеличение интенсивности волн накачки приводит к увеличению  $\alpha_0^m$ . При рассмотренных параметрах нелинейной среды ( $P=0,02$ ), резонатора ( $r_1=0,8$ ,  $r_2=0,7$ ), характеристиках взаимодействующих волн ( $k\ell=5\cdot 10^3$ ), нормированной интенсивности волн накачки ( $bI_{10}=0,72$ ) увеличение нормированного коэффициента поглощения  $\alpha_0\ell$  от 0,01 до 0,2 уменьшает выигрыш в коэффициенте отражения от 3,08 до 2,04. Таким образом, использование для повышения эффективности четырехволнового преобразователя излучения обратной связи на объектную и сигнальную волны целесообразно лишь при малом коэффициенте поглощения.

В приближении малого коэффициента отражения наличие положительной обратной связи на объектную и сигнальную волны не влияет на ширину полосы пространственных частот четырех-

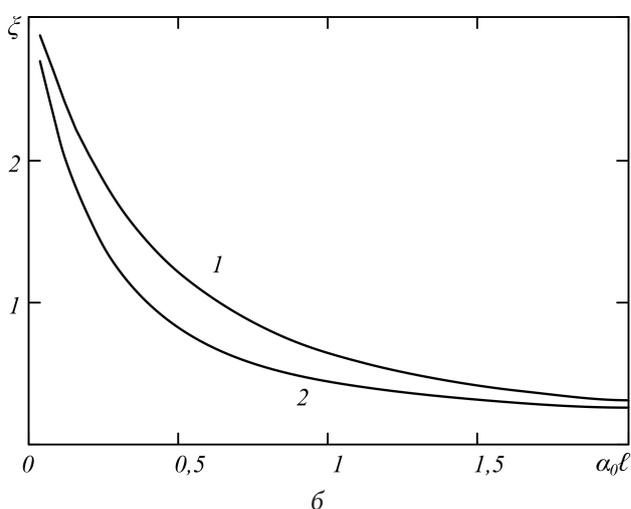
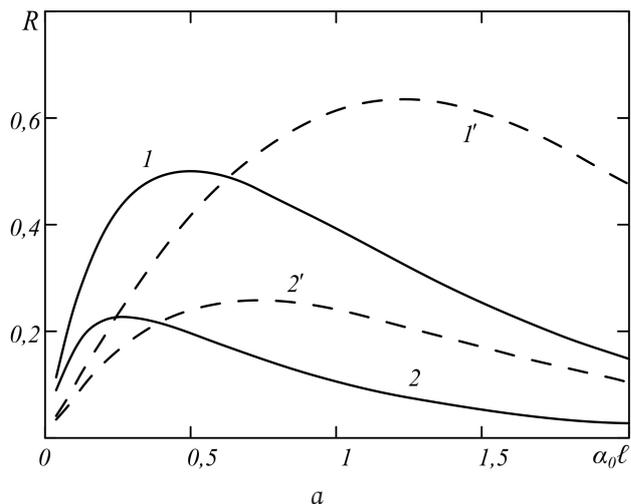


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения (а), отклонения в коэффициентах отражения (б) от коэффициента поглощения при  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$  (1, 2),  $r_2=0,7$  (1, 2),  $r_1=r_2=0$  (1', 2'),  $P=0,02$ ,  $bI_{10}=0,72$  (1, 1'); 0,2 (2, 2')  
Fig. 4. Dependence of the reflection coefficient (а), difference in the reflection coefficients (б) on the absorption coefficient at  $k\ell=5\cdot 10^3$ ,  $r_1=0,8$  (1, 2),  $r_2=0,7$  (1, 2),  $r_1=r_2=0$  (1', 2'),  $P=0,02$ ,  $bI_{10}=0,72$  (1, 1'); 0,2 (2, 2')

волнового преобразователя излучения в среде с тепловой и резонансной нелинейностями.

### Заключение

В приближении малого коэффициента отражения при условии равных интенсивностей волн накачки на гранях нелинейного слоя проанализирован коэффициент отражения четырехволнового преобразователя излучения в среде с тепловой и резонансной нелинейностями при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны в зависимости от интенсивности волн накачки, коэффициента поглощения, соотношения между параметрами, характеризующими тепловую и резонансную нелинейности. Показано увеличение

выигрыша в коэффициенте отражения четырехволнового преобразователя излучения при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны с ростом интенсивности волны накачки. Значение коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения с увеличением соотношения между тепловой и резонансной

нелинейностями возрастает, при этом выигрыш в коэффициенте отражения не меняется. Существует критическое значение коэффициента поглощения, при превышении которого выигрыш в коэффициенте отражения за счет использования обратной связи на объектную и сигнальную волны отсутствует.

### Список литературы

1. Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre / S.K. Turitsyn [et al.] // *Nature Photonics*. 2015. Vol. 9, no. 9. P. 608–615. DOI: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.150>
2. All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers / Y. Weng [et al.] // *Optics Communications*. 2015. Vol. 348, P. 7–12. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.03.018>
3. Nazemosadat E., Pourbeyram H., Mafi A. Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers // *Journal of the Optical Society of America B*. 2016. Vol. 33, no. 2. P. 144–150. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.33.000144>
4. Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers / O.F. Anjum [et al.] // *Journal of Lightwave Technology*. 2018. Vol. 36, no. 17. P. 3678–3683. DOI: <https://doi.org/10.1109/JLT.2018.2834148>
5. Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber / H. Zhang [et al.] // *Optics Express*. 2019. Vol. 27, no. 11. P. 15413–15425. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.27.015413>
6. Gupta R., Kaler R.S. Nonlinear Kerr and intermodal four-wave mixing effect in mode-division multiplexed multimode fiber link // *Optical Engineering*. 2019. Vol. 58, no. 3. P. 036108. DOI: <https://doi.org/10.1117/1.OE.58.3.036108>
7. Spatially multiplexed picosecond pulse-train generation in a 6 LP mode fiber based on multiple four-wave mixings / H. Zhang [et al.] // *Applied Optics*. 2019. Vol. 58, no. 31. P. 8570–8576. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.58.008570>
8. Ивахник В.В., Петникова В.М., Шувалов В.В. Повышение эффективности систем обращения волнового фронта при использовании кольцевых резонаторов // *Квантовая электроника*. 1981. Т. 8, № 2. С. 445–448. URL: <http://mi.mathnet.ru/qs5924>
9. Formation of holographic gratings and dynamics of four-wave mixing in nonlinear microresonators / O.G. Romanov [et al.] // *Proceedings of SPIE*. 2006. Vol. 6255. P. 625507. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.676523>
10. Акимов А.А., Гузаиров С.А., Ивахник В.В. Четырехволновое взаимодействие на тепловой нелинейности в схеме с положительной обратной связью // *Компьютерная оптика*. 2018. Т. 42, № 4. С. 534–541. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-4-534-541>
11. Акимов А.А., Гузаиров С.А., Ивахник В.В. Качество преобразования излучения при четырехволновом взаимодействии на тепловой нелинейности с учетом обратной связи // *Компьютерная оптика*. 2021. Т. 45, № 5. С. 667–672. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-888>
12. Туморин В.В., Ильичев Н.Н. О роли тепловой нелинейности при вырожденных взаимодействиях в насыщенных лазерных средах // *Квантовая электроника*. 2007. Т. 37, № 9. С. 821–826. URL: <http://mi.mathnet.ru/qe13476>
13. Ивахник В.В., Никонов В.И. Дифракционная эффективность динамической голограммы в обратимой фотохромной среде с учетом диффузии фотохромных частиц // *Оптика и спектроскопия*. 2003. Т. 94, № 1. С. 134–138.
14. Ковалев В.И., Мусаев М.А., Файзулов Ф.С. Вклад теплового механизма в отражение при вырожденном четырехволновом взаимодействии в полупроводниках // *Квантовая электроника*. 1984. Т. 11, № 1. С. 85–90. URL: <http://mi.mathnet.ru/qe4634>
15. Kabanov V.V., Rubanov A.S. Dynamic gratings and four-wave phase conjugation in dye solutions // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1990. Vol. 26, no. 11. P. 1990–1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/3.62118>
16. Ивахник В.В., Савельев М.В. Пространственная селективность четырехволнового преобразователя излучения с учетом термодиффузионного и электрострикционного механизмов нелинейности // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2013. Т. 16, № 1. С. 6–11. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7377>
17. Diels J. C., McMichael I. C., Vanherzeele H. Degenerate four-wave mixing of picosecond pulses in the saturable amplification of a dye laser // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1984. Vol. QE-20, no. 6. P. 630–636. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1984.1072436>
18. Caro R.G., Gower M.C. Phase conjugation by degenerate four-wave mixing in absorbing media // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1982. Vol. QE-18, no. 9. P. 1376–1380. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1982.1071705>
19. Wavelength dependence of phase conjugate reflectivity in absorbing media and thermal grating studies by four wave mixing / R. Krishna Mohan [et al.] // *Pramana – Journal of Physics*. 1990. Vol. 34, no. 6. P. 461–471. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02846425>
20. Савельев М.В., Ивахник В.В. Пространственная селективность четырехволнового преобразователя излучения с учетом силы тяжести, действующей на растворенные в прозрачной жидкости наночастицы // *Известия вузов. Радиофизика*. 2020. Т. 63, № 8. С. 694–703. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2020/8/694>
21. Жердиенко В.В., Лесник С.А., Хижняк А.И. Попутное четырехпучковое взаимодействие в резонансных средах с тепловой нелинейностью // *Украинский физический журнал*. 1985. Т. 30, № 12. С. 1788–1792.
22. Ораевский А.Н., Галушкин М.Г., Никитин В.Ю. Обращение волнового фронта при резонансном четырехволновом взаимодействии на фазовых тепловых решетках в усиливающей среде импульсных HF(DF)-химических лазеров на цепных реакциях // *Препринт ФИАН*. 1989. № 196. 8 с. URL: <http://preprints.lebedev.ru/?p=786>

23. Галушкин М.Г., Оношко Р.Н. Четырехволновое взаимодействие в поглощающих резонансных средах в условиях теплового «взрыва» // Обращение волнового фронта лазерного излучения в нелинейных средах (ОВФ-89): сб. мат. II Всесоюзной конференции. 1990. С. 53–57.
24. Акимов А.А., Ивахник В.В., Никонов В.И. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии на резонансной и тепловой нелинейностях при больших коэффициентах отражения // Оптика и спектроскопия. 2013. Т. 115, № 3. С. 438–445.
25. Кучеренко М.Г., Русинов А.П. Запись и распад нестационарных решеток в системе насыщаемых трехуровневых центров // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 97, № 6. С. 1026–1033.
26. Формирование динамических волноводных структур в средах с тепловой и резонансной нелинейностью / Д.В. Горбач [и др.] // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75, № 12. С. 1733–1736.
27. Акимов А.А., Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Четырехволновое взаимодействие на резонансной и тепловой нелинейностях при больших коэффициентах отражения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 1. С. 46–51.
28. Бельдюгин И.М., Степанов А.А., Щеглов В.А. К теории встречного ВЧВ в полях произвольной интенсивности в средах с резонансным и тепловым механизмами нелинейности // Квантовая электроника. 1989. Т. 16, № 1. С. 84–90. URL: <http://mi.mathnet.ru/qe7710>
29. Акимов А.А., Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Временная зависимость амплитуды объектной волны при четырехволновом взаимодействии с учетом резонансной и тепловой нелинейностей // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16, № 4. С. 7–13. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7334>
30. Ивахник В.В., Савельев М.В. Пространственная селективность четырехволнового преобразователя излучения в поглощающей двухкомпонентной среде при больших коэффициентах отражения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 2. С. 5–13. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7029>
31. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков О.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.

### Информация об авторах

**Акимов Александр Александрович**, 1988 г. р., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* нелинейная оптика, динамическая голография.

*E-mail:* alexakimov50@mail.ru

**Ивахник Валерий Владимирович**, 1951 г. р., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* нелинейная оптика, динамическая голография.

*E-mail:* ivakhnik@ssau.ru

**Казакова Ксения Геннадьевна**, 1996 г. р., аспирант кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* нелинейная оптика, динамическая голография.

*E-mail:* kazakova.cen@yandex.ru

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 2, pp. 18–26

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.18-26](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.18-26)

UDC 621.373.826

Original Research

Received 19 January 2023

Accepted 20 February 2023

Published 30 June 2023

### Four-wave mixing on thermal and resonant nonlinearities with feedback for object and signal waves

*Aleksandr A. Akimov, Valery V. Ivakhnik, Kseniya G. Kazakova*

Samara National Research University

34, Moskovskoye shosse,

Samara, 443086, Russia

**Abstract – Background.** The need to create highly efficient four-wave radiation converters in order to use them in adaptive optics systems, for real-time processing of complex spatio-temporal fields, in interferometry, quantum cryptography, etc. requires along with the use of traditional methods to increase the efficiency of such converters by increasing the interaction length, radiation power density, effective value of the nonlinear susceptibility of the development of new methods. One of these methods is a method based on the imposition of feedback on one or more interacting waves. **Aim.** The influence of feedback on the amplitude reflection coefficient of the degenerate four-wave radiation converter on thermal and resonant nonlinearities has been considered. **Methods.** The amplitude reflection coefficient of a degenerate four-wave radiation converter on thermal and resonant nonlinearities in the presence of feedback for both object and signal waves has been analyzed by a numerical method based on the multiple passage of the signal and object waves of the nonlinear layer in the ring resonator. **Results.** It was

shown, that the difference in the reflection coefficients in the presence and absence of feedback for both object and signal waves increase monotonically with a growth in the pumping waves intensity and does not depend on the parameter characterizing the relationship between thermal and resonant nonlinearities at the approximation of a small reflection coefficient. **Conclusion.** The range of values of the absorption coefficient in which the imposition of feedback for both object and signal waves leads to an increase in the efficiency of the four-wave radiation converter has been established.

*Keywords* – four-wave converter; feedback; thermal nonlinearity; resonant nonlinearity.

✉ ivakhnik@ssau.ru (Valery V. Ivakhnik)

 © Aleksandr A. Akimov et al., 2023

## References

1. S. K. Turitsyn et al., “Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre,” *Nature Photonics*, vol. 9, no. 9, pp. 608–615, 2015, doi: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.150>.
2. Y. Weng et al., “All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers,” *Optics Communications*, vol. 348, pp. 7–12, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.03.018>.
3. E. Nazemosadat, H. Poubeyram, and A. Mafi, “Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 33, no. 2, pp. 144–150, 2016, doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.33.000144>.
4. O. F. Anjum et al., “Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 36, no. 17, pp. 3678–3683, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/JLT.2018.2834148>.
5. H. Zhang et al., “Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber,” *Optics Express*, vol. 27, no. 11, pp. 15413–15425, 2019, doi: <https://doi.org/10.1364/OE.27.015413>.
6. R. Gupta and R. S. Kaler, “Nonlinear Kerr and intermodal four-wave mixing effect in mode-division multiplexed multimode fiber link,” *Optical Engineering*, vol. 58, no. 3, p. 036108, 2019, doi: <https://doi.org/10.1117/1.OE.58.3.036108>.
7. H. Zhang et al., “Spatially multiplexed picosecond pulse-train generation in a 6 LP mode fiber based on multiple four-wave mixings,” *Applied Optics*, vol. 58, no. 31, pp. 8570–8576, 2019, doi: <https://doi.org/10.1364/AO.58.008570>.
8. V. V. Ivakhnik, V. M. Petnikova, and V. V. Shuvalov, “Increasing the efficiency of wavefront conjugation systems using ring resonators,” *Kvantovaya elektronika*, vol. 8, no. 2, pp. 445–448, 1981, url: <http://mi.mathnet.ru/qe5924>. (In Russ.)
9. O. G. Romanov et al., “Formation of holographic gratings and dynamics of four-wave mixing in nonlinear microresonators,” *Proceedings of SPIE*, vol. 6255, p. 625507, 2006, doi: <https://doi.org/10.1117/12.676523>.
10. A. A. Akimov, S. A. Guzairov, and V. V. Ivakhnik, “Four-wave interaction on thermal nonlinearity in a scheme with positive feedback,” *Komp’yuternaya optika*, vol. 42, no. 4, pp. 534–541, 2018, doi: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-4-534-541>. (In Russ.)
11. A. A. Akimov, S. A. Guzairov, and V. V. Ivakhnik, “The quality of radiation conversion during four-wave interaction on thermal nonlinearity, taking into account feedback,” *Komp’yuternaya optika*, vol. 45, no. 5, pp. 667–672, 2021, doi: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-888>. (In Russ.)
12. V. V. Tumorin and N. N. Il’ichev, “On the role of thermal nonlinearity in degenerate interactions in saturated laser media,” *Kvantovaya elektronika*, vol. 37, no. 9, pp. 821–826, 2007, url: <http://mi.mathnet.ru/qe13476>. (In Russ.)
13. V. V. Ivakhnik and V. I. Nikonov, “Diffraction efficiency of a dynamic hologram in a reversible photochromic medium taking into account the diffusion of photochromic particles,” *Optika i spektroskopiya*, vol. 94, no. 1, pp. 134–138, 2003. (In Russ.)
14. V. I. Kovalev, M. A. Musaev, and F. S. Fayzulov, “The contribution of the thermal mechanism to reflection in the case of degenerate four-wave interaction in semiconductors,” *Kvantovaya elektronika*, vol. 11, no. 1, pp. 85–90, 1984, url: <http://mi.mathnet.ru/qe4634>. (In Russ.)
15. V. V. Kabanov and A. S. Rubanov, “Dynamic gratings and four-wave phase conjugation in dye solutions,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 26, no. 11, pp. 1990–1998, 1990, doi: <https://doi.org/10.1109/3.62118>.
16. V. V. Ivakhnik and M. V. Savel’ev, “Spatial selectivity of a four-wave radiation converter taking into account the thermal diffusion and electrostrictive mechanisms of nonlinearity,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 6–11, 2013, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7377>. (In Russ.)
17. J. Diels, I. McMichael, and H. Vanherzeele, “Degenerate four-wave mixing of picosecond pulses in the saturable amplification of a dye laser,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-20, no. 6, pp. 630–636, 1984, doi: <https://doi.org/10.1109/JQE.1984.1072436>.
18. R. G. Caro and M. C. Gower, “Phase conjugation by degenerate four-wave mixing in absorbing media,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-18, no. 9, pp. 1376–1380, 1982, doi: <https://doi.org/10.1109/JQE.1982.1071705>.
19. R. Krishna et al., “Wavelength dependence of phase conjugate reflectivity in absorbing media and thermal grating studies by four wave mixing,” *Pramana – Journal of Physics*, vol. 34, no. 6, pp. 461–471, 1990, doi: <https://doi.org/10.1007/BF02846425>.
20. M. V. Savel’ev and V. V. Ivakhnik, “Spatial selectivity of a four-wave radiation converter taking into account the force of gravity acting on nanoparticles dissolved in a transparent liquid,” *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 63, no. 8, pp. 694–703, 2020, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2020/8/694>. (In Russ.)
21. V. V. Zherdienko, S. A. Lesnik, and A. I. Khizhnyak, “Co-current four-beam interaction in resonant media with thermal nonlinearity,” *Ukrainskiy fizicheskiy zhurnal*, vol. 30, no. 12, pp. 1788–1792, 1985. (In Russ.)
22. A. N. Oraevskiy, M. G. Galushkin, and V. Yu. Nikitin, “Wavefront Reversal in resonant four-wave interaction on phase thermal gratings in the amplifying medium of pulsed HF(DF)-chemical chain reaction lasers,” *Preprint FIAN*, no. 196, 8 p., 1989, url: <http://preprints.lebedev.ru/?p=786>. (In Russ.)

23. M. G. Galushkin and R. N. Onoshko, "Four-wave interaction in absorbing resonant media under conditions of a thermal «explosion»," *Obrashchenie volnogo fronta lazernogo izlucheniya v nelineynykh sredakh (OVF-89): sb. mat. II Vsesoyuznoy konferentsii*, pp. 53–57, 1990. (In Russ.)
24. A. A. Akimov, V. V. Ivakhnik, and V. I. Nikonov, "Wavefront reversal in four-wave interaction on resonant and thermal nonlinearities at high reflection coefficients," *Optika i spektroskopiya*, vol. 115, no. 3, pp. 438–445, 2013. (In Russ.)
25. M. G. Kucherenko and A. P. Rusinov, "Recording and decay of nonstationary lattices in a system of saturable three-level centers," *Optika i spektroskopiya*, vol. 97, no. 6, pp. 1026–1033, 2004. (In Russ.)
26. D. V. Gorbach et al., "Formation of dynamic waveguide structures in media with thermal and resonant nonlinearity," *Izvestiya RAN. Seriya fizicheskaya*, vol. 75, no. 12, pp. 1733–1736, 2011. (In Russ.)
27. A. A. Akimov, E. V. Vorob'eva, and V. V. Ivakhnik, "Four-wave interaction on resonant and thermal nonlinearities at high reflection coefficients," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 46–51, 2012. (In Russ.)
28. I. M. Bel'dyugin, A. A. Stepanov, and V. A. Shcheglov, "On the theory of counter-current high frequency waves in fields of arbitrary intensity in media with resonant and thermal mechanisms of nonlinearity," *Kvantovaya elektronika*, vol. 16, no. 1, pp. 84–90, 1989, url: <http://mi.mathnet.ru/qe7710>. (In Russ.)
29. A. A. Akimov, E. V. Vorob'eva, and V. V. Ivakhnik, "Time dependence of the amplitude of the object wave in the four-wave interaction, taking into account the resonant and thermal nonlinearities," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 7–13, 2013, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7334>. (In Russ.)
30. V. V. Ivakhnik and M. V. Savel'ev, "Spatial selectivity of a four-wave radiation converter in an absorbing two-component medium at high reflection coefficients," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 5–13, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7029>. (In Russ.)
31. M. B. Vinogradova, O. V. Rudenko, and O. P. Sukhorukov, *Wave Theory*. Moscow: Nauka, 1979. (In Russ.)

### Information about the Authors

**Aleksandr A. Akimov** was born in 1988, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* nonlinear optics, dynamic holography.

*E-mail:* alexakimov50@mail.ru

**Valery V. Ivakhnik** was born in 1951, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, Head of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* nonlinear optics, dynamic holography.

*E-mail:* ivakhnik@ssau.ru

**Kseniya G. Kazakova** was born in 1996, a post-graduated student of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* nonlinear optics, dynamic holography.

*E-mail:* kazakova.cen@yandex.ru