

## Исследование кирального метаматериала СВЧ-диапазона на основе равномерной совокупности С-образных проводящих элементов

И.Ю. Бучнев, Д.С. Кушнир, О.В. Осипов, М.А. Фролова

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

*Аннотация* – В работе рассмотрен искусственный киральный метаматериал, созданный на основе однородного контейнера из вспененного диэлектрика, в котором равномерно размещены и произвольно ориентированы плоские проводящие микроэлементы S-образной формы. Для описания исследуемого метаматериала построена частная математическая модель, учитывающая киральность, дисперсию и гетерогенность структуры. Для учета гетерогенности использовалась модель Максвелла Гарнетта. Для учета дисперсии параметра киральности была использована модель Кондона, известная из теории оптически активных сред. Методом частичных областей была решена задача о падении плоской электромагнитной волны линейной поляризации на планарный слой, созданный на основе исследуемого кирального метаматериала. Решение задачи было сведено к неоднородной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов отражения и прохождения с учетом кросс-поляризации электромагнитного поля. Анализ численных результатов показал, что структура обладает ярко выраженными частотно селективными свойствами, в частности, как и в случае кирального метаматериала на основе трехмерных проводящих элементов, были определены дискретные частоты, на которых структура концентрирует падающее СВЧ-излучение внутри себя, в то время как на других частотах она является прозрачной для СВЧ-излучения. Киральный метаматериал на основе С-образных микроэлементов может быть использован для создания узкополосных частотно селективных концентраторов СВЧ-энергии планарного типа.

*Ключевые слова* – киральная среда; киральный метаматериал; метаматериал; метаструктура; С-элемент; пространственная дисперсия; частотная селективность; модель Максвелла Гарнетта; модель Кондона; СВЧ-энергия.

### Введение

Интерес к метаматериалам с каждым годом все более возрастает, что связано в первую очередь с получением все новых свойств взаимодействия электромагнитного поля с искусственным веществом. Известно большое количество научных публикаций по электродинамике метаматериалов [1–5], в которых рассмотрены различные структуры и их электромагнитные свойства. Любой метаматериал состоит из электромагнитных резонансных частиц (включений), которые размещаются различным образом в веществе другого типа (среды-контейнера). Включения образуют некоторую двух- или трехмерную матрицу, которая изменяет значения диэлектрической и (или) магнитной проницаемости метаматериала в целом. В результате появляется возможность на этапе разработки метаматериала для получения заданных электромагнитных свойств широкого варьирования геометрических и материальных параметров включений и среды-контейнера. В научных работах большое внимание уделяется разработке метаматериалов для получения свойств отрицательного преломления (среды Веселаго) [6–8]; частотно селективной

«невидимости» объектов, покрытых метаматериалом [9]; частотно селективной концентрации энергии СВЧ [10–12]; преобразованию поляризации и т. п. В настоящее время синтезированы метаматериалы в диапазоне от 1 до 100 ГГц. Применение метаматериалов в СВЧ-технике также весьма разнообразно: СВЧ-фильтры, фазовращатели, поляризацияльные устройства, ответвители, линии передачи и т. п. [13–15]. Значительное число работ посвящено исследованию метаматериалов в антенной технике, в т. ч. в ММО-устройствах [16–18].

Особым типом метаматериалов являются киральные среды [19–23], особенность которых заключается в том, что используемые в них проводящие композиты обладают зеркально асимметричной формой. Примерами киральных (зеркально асимметричных) включений являются элементы Телледжена, тонкопроволочные трехмерные и плоские спирали, S-элементы, гаммадионы, многозаходные спиральные элементы, одиночные и двойные разомкнутые кольца и т. п. В таких структурах нормальными волнами являются волны с право- и левокруговыми поляризациями, обладающими различными фазовыми скоростями. Другим свойством киральных метаматериалом стала

кросс-поляризация отраженного и прошедшего полей.

Для описания электромагнитных свойств киральных метаматериалов и учета свойств киральности вводится третий материальный параметр, называемый параметром киральности, который имеет смысл некоторого коэффициента связи между электрическими и магнитными процессами в искусственной среде. Это связано с тем, что любой зеркально асимметричный элемент в силу его своеобразной формы представляется неразрывной композицией элементарного электрического (тонкопроволочный и полосковый проводник с током) и магнитного (разомкнутый виток с током) диполей.

В связи с вышесказанным для описания КММ в большинстве случаев применяются материальные уравнения следующего вида (формализм Линделла – Сиволы) [19]:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \mp i\chi \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi \vec{E}, \quad (1)$$

где  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  – комплексные амплитуды векторов напряженностей и индукций электрического и магнитного полей;  $i$  – мнимая единица. В соотношениях (1) верхние знаки соответствуют КММ на основе зеркально асимметричных компонентов с правой закруткой (правых форм компонентов), а нижние знаки – КММ на основе зеркально асимметричных компонентов с левой закруткой (левых форм компонентов). Соотношения (1) записаны в Гауссовой системе единиц. Уравнения (1) – в предположении гармонической зависимости векторов электромагнитного поля от времени.

Заметим, что для описания взаимодействия электромагнитного поля с киральной средой наряду с относительной диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостями вводится безразмерный параметр киральности  $\chi$ . Для реальных случаев все функции являются частотно зависимыми, то есть  $\epsilon = \epsilon(\omega)$ ;  $\mu = \mu(\omega)$ ;  $\chi = \chi(\omega)$ .

В работах [12; 24] показана возможность использования киральных метаматериалов на основе тонкопроволочных проводящих одиночных и многозаходных спиралей для частотно-селективной концентрации СВЧ-энергии. В [10; 11] аналогичные эффекты были теоретически предсказаны для планарного слоя киральной среды на основе составных тонкопроволочных спиральных элементов и гаммадионов. Некоторые математические модели КММ описаны в [32–34].

В данной работе предлагается вариант построения математической модели кирального метаматериала на основе С-элементов, которые размещены в объемном контейнере из вспененного

диэлектрика. При построении математической модели исследуемого КММ будут учтены основные свойства материала – киральность, дисперсия материальных параметров и гетерогенность. В качестве примера использования построенной математической модели рассмотрено решение задачи об отражении плоской электромагнитной модели линейной поляризации от планарного слоя КММ на основе проводящих С-образных включений, равномерно размещенных и произвольно ориентированных в диэлектрическом контейнере.

## 1. Разработка частной математической модели КММ

Используемые в настоящее время математические модели КММ в большинстве случаев являются недостаточно общими, так как не учитывают всех основных свойств метаматериалов. В частности, известно достаточно мало публикаций, в которых учитывается гетерогенность метаматериала в целом. Здесь речь идет о том, что в большинстве случаев метаматериал описывается некоторой частотно-зависимой эффективной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon(\omega)$ .

Рассмотрим обобщенную структуру произвольного метаматериала, показанную на рис. 1. КММ состоит из диэлектрического контейнера (А) с относительными проницаемостями  $\epsilon_c$ ,  $\mu_c$ , в котором размещены киральные металлические включения (Б). Области, в которых расположены зеркально асимметричные элементы, обладают относительными проницаемостями  $\epsilon_s$ ,  $\mu_s$ . Линейные размеры областей –  $d$ , расстояние между соседними элементами –  $l$ .

Очевидно, что эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости КММ в общем случае будут зависеть от соответствующих параметров контейнера и областей, в которых размещены проводящие зеркально асимметричные микроэлементы, то есть  $\epsilon = \epsilon(\epsilon_c, \epsilon_s)$ ;  $\mu = \mu(\mu_c, \mu_s)$ . В дальнейшем в работе в качестве среды-контейнера будет использоваться вспененный диэлектрик, у которого  $\mu = 1$ .

Для описания гетерогенных свойств в физике используется достаточно много различных моделей (модель Максвелла Гарнетта, модель Бруггемана, модель Одоевского и т. п.) [25–27]. В данной работе рассмотрим модель Максвелла Гарнетта, которая приводит к следующему соотношению для эффективной диэлектрической проницаемости КММ:

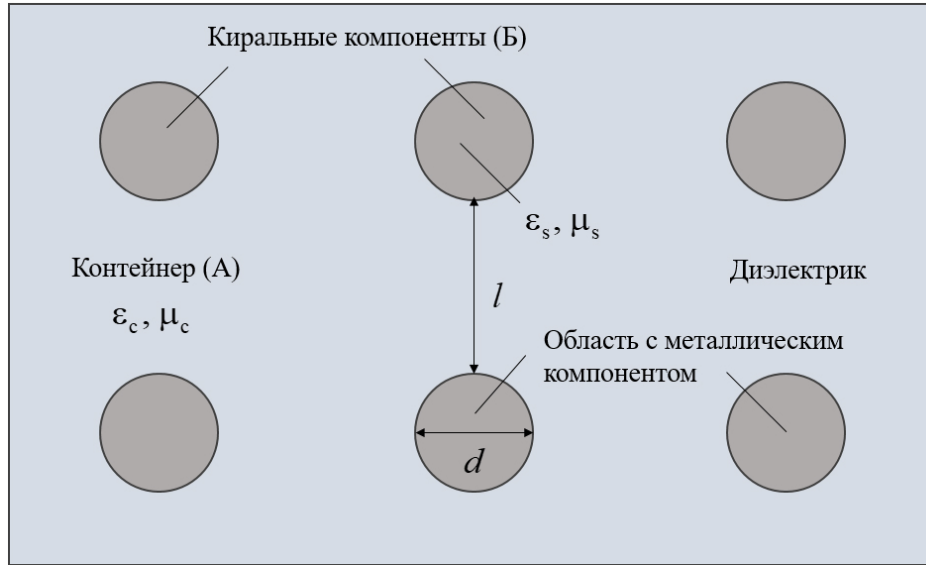


Рис. 1. Обобщенная структура произвольного КММ  
 Fig. 1. Generalized structure of an arbitrary CMM

$$\varepsilon = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x}{1 - \alpha\varepsilon_x}; \quad \varepsilon_x = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{\varepsilon_s + 2\varepsilon_c}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость КММ;  $\varepsilon_c$  – относительная диэлектрическая проницаемость контейнера А;  $\varepsilon_s$  – относительная диэлектрическая проницаемость областей, занятых киральными включениями (Б);  $\alpha$  – их объемная концентрация.

Как показали исследования других авторов [28], использование моделей Максвелла Гарнетта и Бруггемана эквивалентно при малых концентрациях включений.

Для учета дисперсии диэлектрической проницаемости областей Б воспользуемся моделью Друде – Лоренца:

$$\varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega_p^2}{\omega_0^2 + 2i\delta_e\omega - \omega^2}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_\infty$  – асимптотическое значение диэлектрической проницаемости при  $\omega \rightarrow \infty$ ;  $\delta_e$  – коэффициент демпфирования;  $\omega_p^2$  – резонансная частота поглощения;  $\omega_0^2$  – резонансная частота микроэлемента, которая затем вычисляется для конкретного кирального микроэлемента в квазистационарном приближении.

Для описания частотной зависимости параметра киральности в работе используется модель Кондона, которая изначально нашла применение в теории оптически активных сред [29; 30]:

$$\chi(\omega) = \frac{\omega_0^2\beta_0\omega}{\omega_0^2 + 2i\delta_x\omega_0\omega - \omega^2}, \quad (4)$$

где  $\beta_0$  – постоянная, имеющая обратную времени размерность и описывающая степень зеркальной асимметрии микроэлемента;  $\delta_x$  – коэффициент демпфирования параметра киральности.

Подставляя соотношение (3) в формулу (2), находим выражение для частотно зависимой эффективной диэлектрической проницаемости в модели Максвелла Гарнетта:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega)}; \quad (5)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega_p^2}{\omega_0^2 + 2i\delta_e\omega - \omega^2} - \varepsilon_c}{\varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega_p^2}{\omega_0^2 + 2i\delta_e\omega - \omega^2} + 2\varepsilon_c}.$$

При записи (5) учтено, что относительная диэлектрическая проницаемость среды-контейнера является частотно-независимой.

Таким образом, обобщенная математическая модель кирального метаматериала в рассматриваемом формализме с учетом (1), (5) и (6) имеет следующий вид:

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega)\vec{E} \mp i\chi(\omega)\vec{H}, \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \pm i\chi(\omega)\vec{E}; \quad (6)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega)}; \quad \chi(\omega) = \frac{\omega_0^2\beta_0\omega}{\omega_0^2 + 2i\delta_x\omega_0\omega - \omega^2};$$

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_s(\omega) - \varepsilon_c}{\varepsilon_s(\omega) + 2\varepsilon_c}; \quad \varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega_p^2}{\omega_0^2 + 2i\delta_e\omega - \omega^2}.$$

Математическая модель (6) справедлива для случая, когда все киральные микроэлементы име-

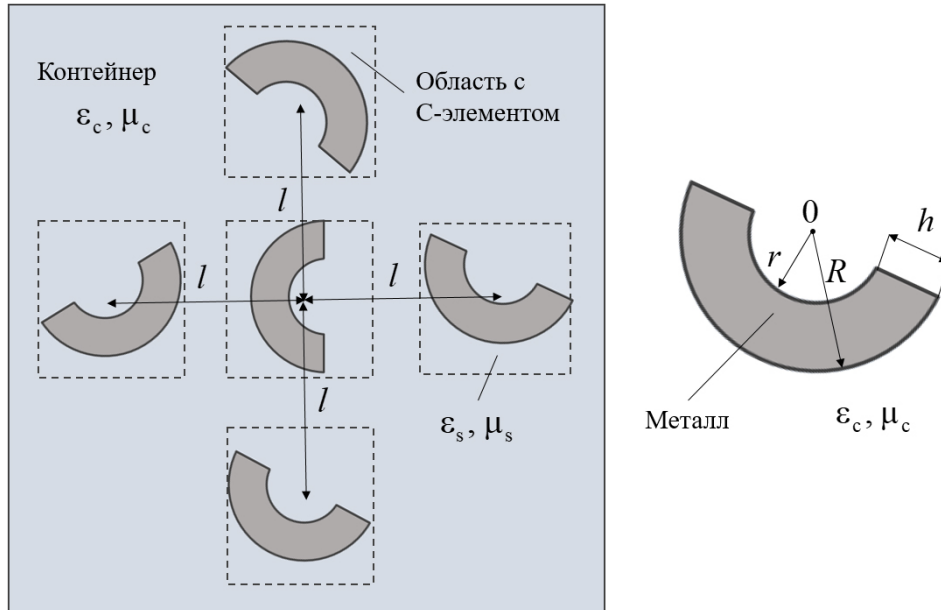


Рис. 2. Структура ячейки КММ на основе С-образного элемента  
Fig. 2. Structure of a CMM cell based on a C-shaped element

ют тождественную форму и линейные размеры; расположены эквидистантно и хаотически ориентированы; магнитная проницаемость КММ является частотно-независимой.

На базе соотношений (6) строится частная математическая модель для КММ на основе конкретного типа зеркально асимметричного элемента.

Рассмотрим расчет резонансной частоты С-образного элемента в квазистационарном приближении.

Структура ячейки КММ на основе С-образного элемента показана на рис. 2. С-элемент описывается внешним радиусом  $R$  и внутренним радиусом  $r$  проводящей полоски. Все элементы расположены на одинаковых расстояниях  $l$  друг от друга. При этом С-элементы могут быть повернуты относительно своих геометрических центров как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскостях.

В квазистатическом приближении киральный элемент заменяется индуктивно-емкостной схемой. Для расчета резонансной частоты воспользуемся в этом случае формулой Томсона:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (7)$$

где  $L$  – общая индуктивность кирального компонента;  $C$  – емкость кирального компонента.

Емкость С-образного элемента с учетом его связи с четырьмя соседними включениями определяется следующим образом:

$$C = C_3 + C_{мэ}, \quad (8)$$

то есть в виде суперпозиции емкостей самого элемента  $C_3$  и межэлементной емкости  $C_{мэ}$ .

Собственная емкость С-элемента определяется как

$$C_3 = \epsilon_c \frac{\pi(R^2 - r^2)}{2h}, \quad (9)$$

где  $h$  – толщина контейнера метаматериала. При записи считалось, что базовой линией С-элемента является средняя линия с радиусом полуокружности  $R' = (R+r)/2$  и ширина полоски  $h = R - r$ .

Межэлементная емкость определяется по формуле

$$C_{мэ} = \epsilon_c \frac{\pi(R^2 - r^2)}{8l}, \quad (10)$$

где  $l$  – расстояние между центрами соседних областей, в которые вписаны С-образные элементы.

В результате выражение для общей емкости N-заходного гаммадиона имеет вид

$$C = \frac{\epsilon_c \pi(R^2 - r^2)}{2h} \left[ 1 + \frac{h}{4l} \right]. \quad (11)$$

Индуктивность С-образного элемента определяется следующим соотношением:

$$L = \mu_c \frac{\sqrt{2} \left( \frac{R+r}{2} \right)^2}{R-r} = \mu_c \frac{\sqrt{2} (R+r)^2}{4(R-r)}. \quad (12)$$

Выражение с использованием формулы Томсона (7) для резонансной частоты С-образного элемента находится с учетом соотношений (11) и (12):

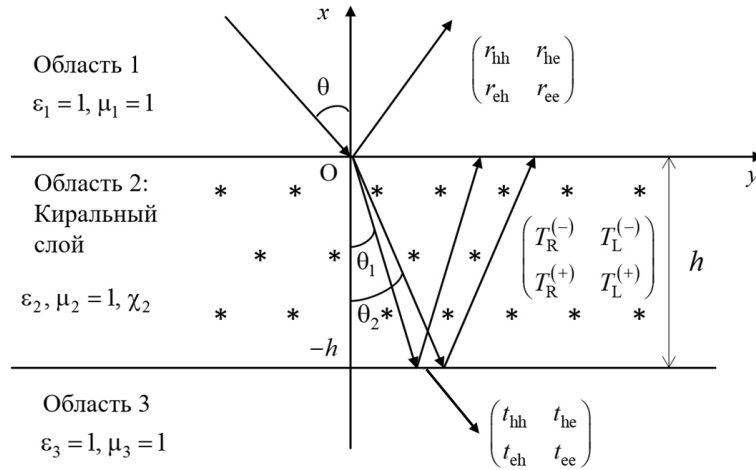


Рис. 3. Геометрия задачи  
 Fig. 3. Geometry of the problem

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\sqrt{2\pi}}{8h} \left[ 1 + \frac{h}{4l} \right] (R+r)^3}}. \quad (13)$$

Формула (13) получена в квазистатическом приближении, и ее использование возможно только в диапазоне  $\omega \in (0; \omega_{\max})$ , где  $\omega_{\max}$  – максимальная частота, при которой элементы можно считать квазистационарными:  $cT \gg 1$  (где  $c$  – скорость света;  $T$  – период колебаний электромагнитного поля).

Таким образом, частная математическая модель кирального метаматериала на основе равномерной совокупности С-образных элементов с учетом (1), (6) и (13) имеет следующий вид:

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega) \vec{E} \mp i\chi(\omega) \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi(\omega) \vec{E}; \quad (14)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega)}; \quad \chi(\omega) = \frac{\omega_0^2 \beta_0 \omega}{\omega_0^2 + 2i\delta_x \omega_0 \omega - \omega^2};$$

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_s(\omega) - \varepsilon_c}{\varepsilon_s(\omega) + 2\varepsilon_c}; \quad \varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \omega_p^2}{\omega_0^2 + 2i\delta_e \omega - \omega^2};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\sqrt{2\pi}}{8h} \left[ 1 + \frac{h}{4l} \right] (R+r)^3}}.$$

## 2. Задача о падении плоской электромагнитной волны на планарный слой КММ на основе равномерной совокупности С-образных элементов

Рассмотрим задачу о падении плоской электромагнитной волны линейной (Е- или Н-поляризации) на планарный слой из КММ на основе

равномерной совокупности С-образных элементов. Геометрия задачи показана на рис. 3.

Плоская электромагнитная волна падает на слой метаматериала под углом  $\theta$ . Область 1 является диэлектриком с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\mu_1$ . Киральный слой (область 2) описывается материальными параметрами:  $\varepsilon_2$ ,  $\mu_2$  и  $\chi_2$  в рамках предложенной математической модели (14). Концентрация киральных включений в области 2 равна  $\alpha_2$ . Толщина слоя метаматериала  $h$ . Область 3 является диэлектриком с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\varepsilon_3$  и  $\mu_3$ . При решении будем полагать, что планарный слой является неограниченно протяженным вдоль оси Oz. При решении задачи будем учитывать явление кросс-поляризации, возникающее при отражении (прохождении) электромагнитной волны от слоя из кирального метаматериала, а именно при падении волны с Е-поляризацией будут возникать компоненты отраженного и прошедшего электромагнитного поля с Н-поляризацией и наоборот.

Коэффициенты отражения от планарного слоя метаматериала можно записать в виде матрицы размерности  $2 \times 2$ :

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} r_{hh} & r_{he} \\ r_{eh} & r_{ee} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $r_{hh}$  – коэффициент отражения поля волны с Н-поляризацией при падении волны с Н-поляризацией;  $r_{he}$  – коэффициент отражения поля волны с Н-поляризацией при падении с Е-поляризацией;  $r_{ee}$  – коэффициент отражения поля волны с Е-поляризацией при падении волны с Е-поляризацией;  $r_{eh}$  – коэффициент отражения поля волны с Е-поляризацией при падении волны с Н-поляризацией.

Аналогично коэффициенты прохождения в области 3 описываются следующей матрицей:

$$\hat{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} t_{hh} & t_{he} \\ t_{eh} & t_{ee} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $t_{hh}$  – коэффициент прохождения поля волны с Н-поляризацией при падении волны с Н-поляризацией;  $t_{he}$  – коэффициент прохождения поля волны с Н-поляризацией при падении с Е-поляризацией;  $t_{eh}$  – коэффициент прохождения поля волны с Е-поляризацией при падении волны с Е-поляризацией;  $t_{ee}$  – коэффициент прохождения поля волны с Е-поляризацией при падении волны с Н-поляризацией.

Внутри области 2, согласно общим свойствам киральной среды, распространяются электромагнитные волны с право (ПКП) и левокруговыми (ЛКП) поляризациями – две преломленные из области 1 и 2, отраженные от границы раздела с областью 3.

Коэффициенты отражения и прохождения ПКП-и ЛКП-волн в области 2 описываются следующей матрицей:

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} T_R^{(-)} & T_L^{(-)} \\ T_R^{(+)} & T_L^{(+)} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Таким образом, требуется определить матрицы коэффициентов отражения и прохождения основной и кросс-поляризованной компонент поля (15)–(17).

При решении задачи воспользуемся методом частичных областей.

Слой из кирального метаматериала на основе С-образных элементов описывается материальными уравнениями (1) [19]:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{D}}^{(2)} &= \varepsilon_2(\omega) \vec{\mathbf{E}}^{(2)} \mp i\chi_2(\omega) \vec{\mathbf{H}}^{(2)}; \\ \vec{\mathbf{B}}^{(2)} &= \mu_2 \vec{\mathbf{H}}^{(2)} \pm i\chi_2(\omega) \vec{\mathbf{E}}^{(2)}, \end{aligned} \quad (18)$$

где верхние и нижние знаки определяют правую или левую форму зеркально асимметричных компонентов. Соотношения (18) записаны в Гауссовой системе единиц.

Для описания электромагнитных свойств исследуемого метаматериала используется частная математическая модель (14).

Векторы напряженностей электрического и магнитного полей в киральной среде определяются из системы дифференциальных уравнений 2-го порядка следующего вида [19]:

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{E}}^{(2)} + k_0^2 \left[ \varepsilon_2(\omega) \mu_2 + \chi_2^2(\omega) \right] \vec{\mathbf{E}}^{(2)} -$$

$$\begin{aligned} -2ik_0^2 \mu_2 \chi_2(\omega) \vec{\mathbf{H}}^{(2)} &= 0; \\ \nabla^2 \vec{\mathbf{H}}^{(2)} + k_0^2 \left[ \varepsilon_2(\omega) \mu_2 + \chi_2^2(\omega) \right] \vec{\mathbf{H}}^{(2)} + \\ + 2ik_0^2 \varepsilon_2(\omega) \chi_2(\omega) \vec{\mathbf{E}}^{(2)} &= 0, \end{aligned}$$

где  $k_0$  – волновое число для плоской однородной волны в свободном пространстве.

Векторы напряженностей электрического и магнитного полей в киральной среде записываются в виде суперпозиции полей волн с круговыми поляризациями [19]:

$$\vec{\mathbf{E}}^{(2)} = \vec{\mathbf{E}}_R + \vec{\mathbf{E}}_L; \quad \vec{\mathbf{H}}^{(2)} = i\sqrt{\frac{\varepsilon_2(\omega)}{\mu_2}} (\vec{\mathbf{E}}_R - \vec{\mathbf{E}}_L), \quad (20)$$

в результате чего относительно  $\vec{\mathbf{E}}_R$ ,  $\vec{\mathbf{E}}_L$  можно записать однородные уравнения Гельмгольца [19]:

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{E}}_{R,L} \pm k_{R,L}^2 \vec{\mathbf{E}}_{R,L} = 0, \quad (21)$$

где  $\vec{\mathbf{E}}_R$  – напряженность электрического поля волны с правой круговой поляризацией;  $\vec{\mathbf{E}}_L$  – напряженность электрического поля волны с левой круговой поляризацией;

$$k_{R,L} = k_0 \left[ \sqrt{\varepsilon_2(\omega) \mu_2} \pm \chi_2(\omega) \right]$$

– волновые числа для волн ПКП и ЛКП в неограниченной киральной среде.

Решения уравнений (21) имеют следующий вид и определяют поля 4 волн с ПКП и ЛКП, распространяющихся в области 2 [31]:

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} &= T_R^{(-)} e^{-ik_R^-(\vec{s}_R^-, \vec{r})} + T_R^{(+)} e^{-ik_R^+(\vec{s}_R^+, \vec{r})} + \\ &+ T_L^{(-)} e^{-ik_L^-(\vec{s}_L^-, \vec{r})} + T_L^{(+)} e^{-ik_L^+(\vec{s}_L^+, \vec{r})}; \\ H_z^{(2)} &= \frac{i}{\eta_2} \left[ T_R^{(-)} e^{-ik_R^-(\vec{s}_R^-, \vec{r})} + T_R^{(+)} e^{-ik_R^+(\vec{s}_R^+, \vec{r})} - \right. \\ &\left. - T_L^{(-)} e^{-ik_L^-(\vec{s}_L^-, \vec{r})} - T_L^{(+)} e^{-ik_L^+(\vec{s}_L^+, \vec{r})} \right], \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\vec{s}_{R,L}^- = \{-\cos\theta_{R,L}, \sin\theta_{R,L}\}$  – орты, вдоль которых распространяются волны, прошедшие в область 2 из области 1;  $\vec{s}_{R,L}^+ = \{\cos\theta_{R,L}, \sin\theta_{R,L}\}$  – орты, вдоль которых распространяются волны, отраженные от области 3 в область 2;  $\theta_{R,L}$  – углы преломления волн ПКП и ЛКП соответственно;  $\eta_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}$  – импеданс слоя КММ;  $k_{R,L} = k_0(n_2 \pm \chi_2)$  – постоянные распространения волн ПКП и ЛКП в киральной области 2;  $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$  – относительный показатель преломления для области 2.

В работе были рассмотрены случаи падения плоской электромагнитной волны с Е-поляризацией [31]:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} &= e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ind}}, \bar{r})} + r_{\text{ee}} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \\ H_y^{(1)} &= \frac{\cos\theta}{\eta_1} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ind}}, \bar{r})} - r_{\text{ee}} \frac{\cos\theta}{\eta_1} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \\ H_z^{(1)} &= r_{\text{eh}} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \\ E_y^{(1)} &= r_{\text{eh}} \eta_1 \cos\theta e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \end{aligned} \quad (23)$$

и плоской электромагнитной волны с Н-поляризацией:

$$\begin{aligned} H_z^{(1)} &= e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ind}}, \bar{r})} + r_{\text{hh}} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \\ E_y^{(1)} &= -\eta_1 \cos\theta e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ind}}, \bar{r})} + r_{\text{hh}} \cos\theta e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \\ E_z^{(1)} &= r_{\text{he}} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}, \\ H_y^{(1)} &= -r_{\text{he}} \frac{\cos\theta}{\eta_1} e^{-ik_1(\bar{s}_{\text{ref}}, \bar{r})}. \end{aligned} \quad (24)$$

В формулах (16) и (17) введены следующие обозначения:  $k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$  – волновое число для плоской однородной волны в области 1;  $\bar{s}_{\text{ref}} = \{\cos\theta, \sin\theta\}$  – орт, определяющий направление распространения падающей волны;  $\eta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$  – импеданс области 3;  $\bar{s}_{\text{ind}} = \{-\cos\theta, \sin\theta\}$  – орт, определяющий направление распространения падающей волны.

Электромагнитное поле в области 3 имеет следующий вид для случая падения волны с Е-поляризацией [31]:

$$\begin{aligned} E_z^{(3)} &= t_{\text{ee}} e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}, \\ H_y^{(3)} &= -t_{\text{ee}} \frac{\cos\theta_3}{\eta_3} e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}, \\ H_z^{(3)} &= t_{\text{eh}} e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}, \\ E_y^{(3)} &= t_{\text{eh}} \eta_3 \cos\theta_3 e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})} \end{aligned} \quad (25)$$

и для случая падения плоской электромагнитной волны с Н-поляризацией:

$$\begin{aligned} H_z^{(3)} &= r_{\text{hh}} e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}, \\ E_y^{(3)} &= r_{\text{hh}} \cos\theta_3 e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}, \\ E_z^{(3)} &= r_{\text{he}} e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}, \\ H_y^{(3)} &= -r_{\text{he}} \frac{\cos\theta_3}{\eta_3} e^{-ik_3(\bar{s}_{\text{tr}}, \bar{r})}. \end{aligned} \quad (26)$$

В формулах (18) и (19) введены следующие обозначения:  $k_3 = k_0 \sqrt{\varepsilon_3 \mu_3}$  – волновое число для плоской однородной волны в области 3;  $\bar{s}_{\text{tr}} = \{-\cos\theta_3, \sin\theta_3\}$  – орт, определяющий направ-

ление распространения прошедшей волны;  $\eta_3 = \sqrt{\mu_3/\varepsilon_3}$  – импеданс области 3;  $\theta_3$  – угол прохождения волны в область 3.

На границах раздела выполняются следующие граничные условия для тангенциальных составляющих векторов:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}_{\tau}^{(1)}(y=0) &= \bar{\mathbf{E}}_{\tau}^{(2)}(y=0); \\ \bar{\mathbf{H}}_{\tau}^{(1)}(y=0) &= \bar{\mathbf{H}}_{\tau}^{(1)}(y=0); \\ \bar{\mathbf{E}}_{\tau}^{(2)}(y=-h) &= \bar{\mathbf{E}}_{\tau}^{(3)}(y=-h); \\ \bar{\mathbf{H}}_{\tau}^{(2)}(y=-h) &= \bar{\mathbf{H}}_{\tau}^{(3)}(y=-h). \end{aligned} \quad (27)$$

После подстановки формул (22)–(26) в граничные условия (27) решение задачи сводится к неоднородным системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для случаев Е- и Н-поляризаций падающей волны:

$$\mathbf{B}_{\text{H,E}} \bar{\mathbf{R}}_{\text{H,E}} = \bar{\mathbf{A}}_{\text{H,E}}; \quad (28)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{E}} = \left[ T_{\text{R}}^{(-)}, T_{\text{R}}^{(+)}, T_{\text{L}}^{(-)}, T_{\text{L}}^{(+)}, r_{\text{ee}}, r_{\text{eh}}, t_{\text{ee}}, t_{\text{eh}} \right]^T;$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\text{E}} = \left[ 1, 0, 0, \frac{\cos\theta}{\eta_1}, 0, 0, 0, 0 \right]^T;$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{H}} = \left[ T_{\text{R}}^{(-)}, T_{\text{R}}^{(+)}, T_{\text{L}}^{(-)}, T_{\text{L}}^{(+)}, r_{\text{hh}}, r_{\text{he}}, t_{\text{hh}}, t_{\text{he}} \right]^T;$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\text{H}} = \left[ 0, 1, -\eta_1 \cos\theta, 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T,$$

где

$$\varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_{c2} \frac{1 + 2\alpha_2 \varepsilon_{x2}(\omega)}{1 - \alpha_2 \varepsilon_{x2}(\omega)};$$

$$\chi_2(\omega) = \frac{\omega_0^2 \beta_0 \omega}{\omega_0^2 + 2i \delta_x \omega_0 \omega - \omega^2};$$

$$\varepsilon_{x2} = \frac{\varepsilon_{s2}(\omega) - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{s2}(\omega) + 2\varepsilon_{c2}};$$

$$\varepsilon_{s2}(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{(\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{\infty}) \omega_p^2}{\omega_0^2 + 2i \delta_e \omega - \omega^2};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{c2} \mu_{c2}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi}{8h} \left[ 1 + \frac{h}{4l} \right] (R+r)^3}};$$

$$\eta_2(\omega) = \sqrt{\varepsilon_2(\omega)/\mu_2};$$

$$\alpha_{\text{R,L}}(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta}{\left( \sqrt{\varepsilon_2(\omega) \mu_2} \pm \chi_2(\omega) \right)^2}};$$

$$\eta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1};$$

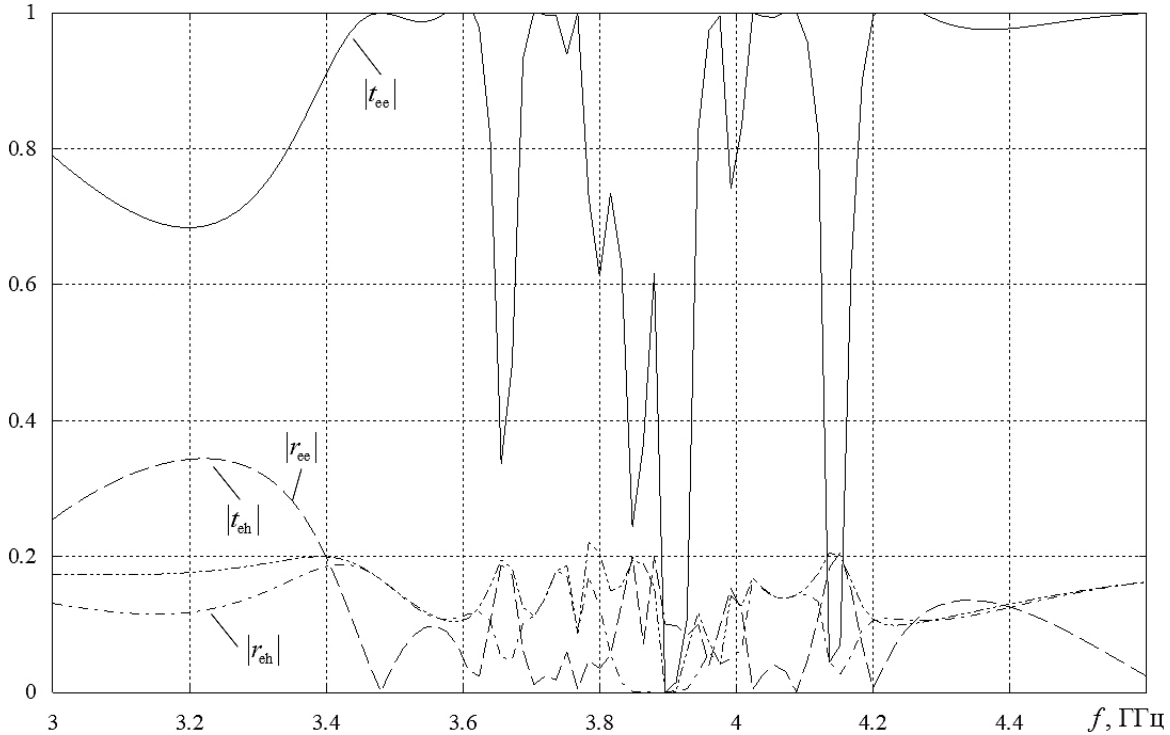


Рис. 4. Частотные зависимости модулей коэффициентов прохождения и отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля

Fig. 4. Frequency dependences of the factors of transmission and reflection coefficients of the main and cross-polarized component components

$$k_{R,L}(\omega) = k_0 \left( \sqrt{\varepsilon_2(\omega)} \mu_2 \pm \chi_2(\omega) \right);$$

$$k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon^{(1)} \mu^{(1)}}; \quad k_3 = k_0 \sqrt{\varepsilon^{(3)} \mu^{(3)}};$$

$$\eta_3 = \sqrt{\mu_3 / \varepsilon_3}; \quad \beta_{R,L}(\omega) = k_{R,L}(\omega) h \cos \theta_{R,L};$$

$$\beta_3 = k_3 h \cos \theta_3;$$

$$\varepsilon_{s2}(\omega) = \varepsilon_{s2} + \frac{\beta_{02}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad \chi_2(\omega) = \frac{A_2 k_0 \beta_{02}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Явный вид матриц  $\mathbf{B}_{H,E}$  не приводится в статье, в связи с их значительным объемом.

Из численного решения СЛАУ (28) находятся неизвестные элементы матриц коэффициентов отражения и прохождения (15)–(17).

### 3. Численные результаты

При численном моделировании путем решения СЛАУ (28) для случая падения плоской электромагнитной волны Е-поляризации были рассчитаны частотные зависимости модулей коэффициентов прохождения и отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля.

В качестве примера была рассмотрена структура на основе совокупности полосковых С-образных элементов с шириной полоска 2 см. Все элементы

были произвольно ориентированы и равномерно размещены на расстоянии 10 см. Толщина слоя метаматериала 10 см. Материал контейнера имеет относительную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_{c2} = 1,5$ ;  $\mu_{c2} = 1$  (пенополистирол). Параметры элемента:  $R = 0,02$  м,  $R - r = 0,02$  м,  $H = 0,1$  м. Области 1 и 3 представляли собой вакуум с  $\varepsilon_{1,3} = \mu_{1,3} = 1$ . Падение волны на метаструктуру происходило по нормали:  $\theta = 0$ .

На рис. 4–6 представлены частотные зависимости модулей коэффициентов отражения основной ( $|r_{ee}|$  – пунктирная линия) и кросс-поляризованной компонент ( $|r_{eh}|$  – штрихпунктирная линия), а также коэффициентов прохождения основной ( $|t_{ee}|$  – сплошная линия) и кросс-поляризованной компонент ( $|t_{eh}|$  – штрихпунктирная линия с двумя точками) для метаматериала на основе С-образных элементов с указанными значениями геометрических размеров.

Как видно из рис. 4, структура проявляет ярко выраженные частотно-селективные свойства. В диапазоне частот от 3,6 до 4,2 ГГц наблюдается ряд резонансных минимумов модуля коэффициента прохождения. В этом же диапазоне частот модули коэффициента отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля, а также модуль коэффициента прохождения кросс-



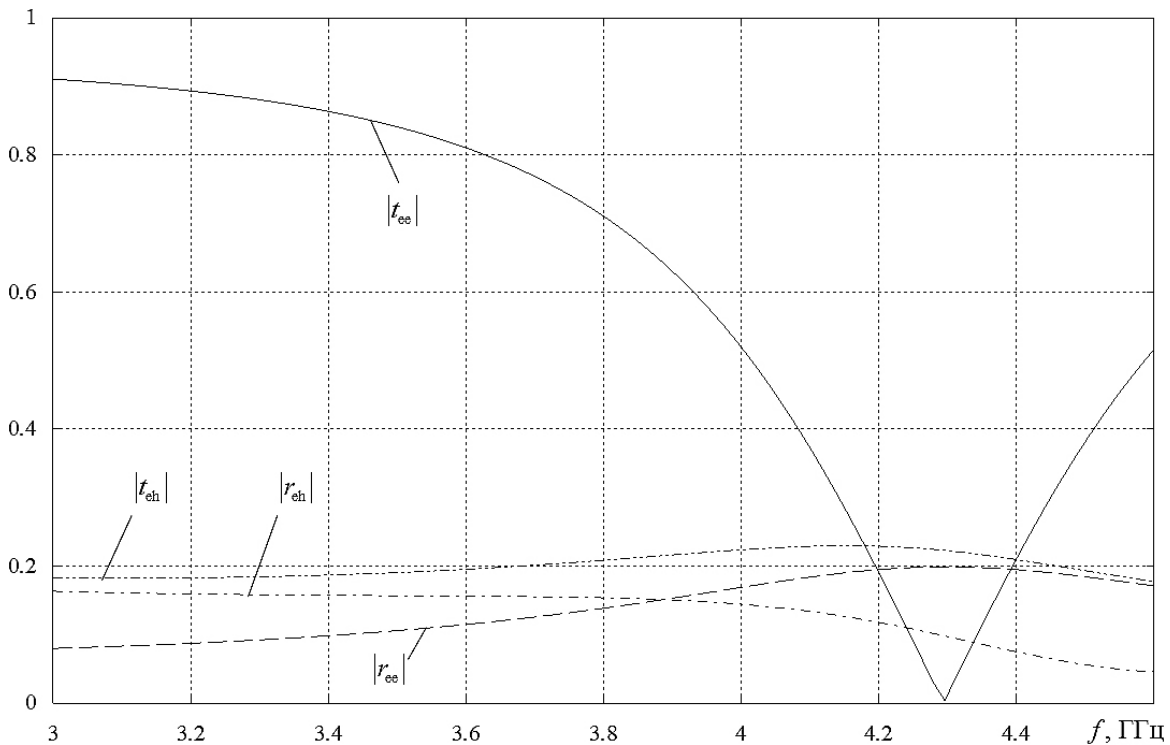


Рис. 5. Частотные зависимости модулей коэффициентов прохождения и отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля  
 Fig. 5. Frequency dependences of the moduli of the transmission and reflection coefficients of the main and cross-polarized field components

поляризованной компоненты не превосходят 0,2. Самые глубокие резонансные минимумы наблюдаются на частотах 3,9 и 4,17 ГГц. Вблизи этих частот электромагнитное поле концентрируется в слое из КММ на основе совокупности С-образных элементов и структура выполняет роль частотно-селективного концентратора СВЧ-энергии. Как уже отмечалось, подобные эффекты были обнаружены в киральных метаматериалах на основе совокупностей одиночных, многозаходных, составных тонкопроволочных спиральных элементов и полосковых гаммадионов с произвольным числом заходов. Также следует заметить, что даже при нормальном падении плоской электромагнитной волны на слой КММ наблюдается достаточно сильная кросс-поляризация поля как в структуре отраженной, так и в структуре прошедшей волны.

Далее в работе был рассмотрен метаматериал на основе равномерной совокупности хаотически ориентированных С-элементов с увеличенным в два раза радиусом по сравнению с предыдущим случаем. Параметры элемента:  $R=0,04$  м,  $R-r=0,02$  м,  $H=0,1$  м.

Как видно из рис. 5, в исследуемом диапазоне частот наблюдается один резонансный минимум на частоте 4,3 ГГц, на которой модуль коэффициента прохождения основной компоненты

поля стремится к нулю. Вблизи этой же частоты модули коэффициента отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля, а также модуль коэффициента прохождения кросс-поляризованной компоненты не превосходят 0,2, что соответствует режиму концентрации СВЧ-энергии в слое КММ. Заметим, что по сравнению с предыдущим случаем резонансный минимум вблизи частоты 4,3 ГГц не является очень узким, поэтому концентрация энергии происходит в некотором диапазоне от 4,2 до 4,4 ГГц.

В качестве следующего примера была рассмотрена структура на основе совокупности полосковых С-образных элементов с шириной полоска 2 см. Все элементы были произвольно ориентированы и равномерно размещены на расстоянии 20 см. Толщина слоя метаматериала 10 см. Материал контейнера имеет относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_{c2} = 1,5$ ;  $\mu_{c2} = 1$  (пенополистирол). Параметры элемента:  $R=0,02$  м,  $R-r=0,02$  м,  $H=0,1$  м. Как следует из приведенных значений, в этом метаматериале расстояние между соседними киральными включениями увеличено вдвое по сравнению с первым рассмотренным метаматериалом.

Как видно из рис. 6, структура проявляет ярко выраженные частотно-селективные свойства.

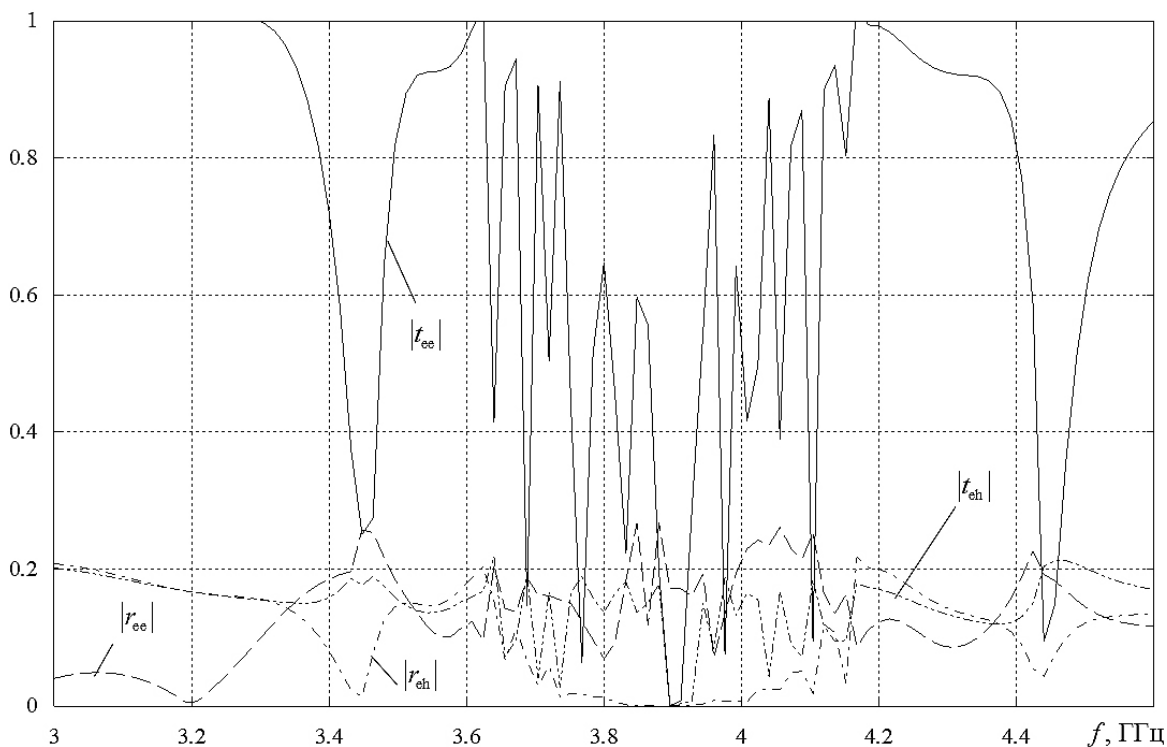


Рис. 6. Частотные зависимости модулей коэффициентов прохождения и отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля

Fig. 6. Frequency dependences of the moduli of the transmission and reflection coefficients of the main and cross-polarized field components

В диапазоне частот от 3,45 до 4,15 ГГц наблюдается значительный ряд резонансных минимумов модуля коэффициента прохождения. В этом же диапазоне частот модули коэффициента отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля, а также модуль коэффициента прохождения кросс-поляризованной компоненты не превосходят 0,2. Самые глубокие резонансные минимумы наблюдаются на частотах 3,78 и 3,9 ГГц. Вблизи этих частот электромагнитное поле концентрируется в слое из КММ на основе совокупности С-образных элементов и структура выполняет роль частотно селективного концентратора СВЧ-энергии.

### Заключение

В работе рассмотрен пример построения частной математической модели кирального метаматериала на основе равномерной совокупности С-образных элементов, которая учитывает основные свойства: киральность, гетерогенность и дисперсию диэлектрической проницаемости и киральности. В качестве примера использования разработанной модели было проведено решение задачи о падении плоской электромагнит-

ной волны линейной поляризации на планарный слой из исследуемого метаматериала. Показано, что киральный метаматериал на основе совокупности С-образных элементов обладает частотно-селективными свойствами. Доказано, что вблизи ряда дискретных частот метаструктура является непрозрачной и неотражающей для падающего СВЧ-излучения линейной поляризации. В этих частотных диапазонах в метаматериале возникает частотно-селективный эффект, заключающийся в том, что нормально (радиально) падающее СВЧ-поле концентрируется в планарном слое кирального метаматериала. Ранее подобные эффекты были обнаружены в киральных метаматериалах на основе совокупностей одиночных, многозаходных, составных тонкопроволочных спиральных элементов и полосковых гаммадионов с произвольным числом заходов. Также доказано, что эффект частотно-селективной концентрации более выразительно протекает в киральных метаматериалах на основе трехмерных микроэлементов по сравнению с использованием плоских двумерных киральных включений.

Подобный эффект может быть использован для создания частотно-селективных концентраторов (хабов) СВЧ-энергии.

## Список литературы

1. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press, 2009. 992 p.
2. Engheta N., Ziolkowski R.W. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations. Hoboken: Wiley, 2006. 414 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and Metasurfaces – Historical Context, Recent Advances, and Future Directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020. Vol. 68, no. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>
4. Pendry J. A chiral route to negative refraction // Science. 2004. Vol. 306, no. 5700. P. 1353–1355. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>
5. Zheludev N.I. A Roadmap for metamaterials // Opt. Photonics News. 2011. Vol. 22, no. 3. P. 30–35. DOI: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>
6. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D.R. Smith [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, no. 18. P. 4184–4187. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>
7. Veselago V.G. The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  // Soviet Physics Uspekhi. 1968. Vol. 10, no. 4. P. 509–512. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>
8. Pendry J.B. Negative refraction makes a perfect lens // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85, no. 18. P. 3966–3969. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.3966>
9. Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency / N. Papasimakis [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 253903.
10. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Математические модели киральных метаматериалов на основе многозаходных проводящих элементов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 1. С. 8–19. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.8-19>
11. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Исследование электромагнитных характеристик планарных киральных метаструктур на основе составных спиральных компонентов с учетом гетерогенной модели Бруггемана // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 3. С. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>
12. Осипов О.В., Плотников А.М., Салимова Н.Р. Использование эффекта азимутального рассеяния электромагнитных волн метаструктурой на основе элементов Телледжена в прикладных задачах электродинамики // Инфокоммуникационные технологии. 2012. Т. 10, № 1. С. 8–15.
13. Слюсар В.И. Метаматериалы в антенной технике: история и основные принципы // Электроника: НТБ. 2009. № 7. С. 10–19. URL: [https://www.electronics.ru/files/article\\_pdf/0/article\\_287\\_909.pdf](https://www.electronics.ru/files/article_pdf/0/article_287_909.pdf)
14. Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, № 1. С. 3–28. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>
15. Pozar D.M. Microstrip antennas and arrays on chiral substrates // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1992. Vol. 40, no. 10. P. 1260–1263. DOI: <https://doi.org/10.1109/8.182462>
16. Решение электродинамической задачи для микрополосковой излучающей структуры с киральной подложкой / М.А. Бузова [и др.] // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44, № 11. С. 80–86. DOI: <https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.11.46200.17147>
17. Перспективы использования метаматериалов в антеннах нового поколения / А.Л. Бузов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 3. С. 15–20. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>
18. Импедансные характеристики двухэлементной антенной решетки с киральной подложкой / А.Л. Бузов [и др.] // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44, № 23. С. 37–45. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>
19. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
20. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 121 p.
21. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [electromagnetic perspectives] // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2020. Vol. 62, no. 1. P. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>
22. Третьяков С.А. Электродинамика сложных сред: киральные, би-изотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39, № 10. С. 1457–1470.
23. Киральные электродинамические объекты / Б.З. Каценеленбаум [и др.] // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 11. С. 1201–1212. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199711c.1201>
24. Осипов О.В., Юрасов В.И., Почепцов А.О. Киральный метаматериал для частотно селективной концентрации энергии сверхвысококачественного излучения // Инфокоммуникационные технологии. 2014. Т. 12, № 4. С. 76–82.
25. Сушко М.Я., Кризькив С.К. Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем // Журнал технической физики. 2009. Т. 79, № 3. С. 97–101. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>
26. Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von eterogenen Substanzen, I. Dielektrizitatskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkorper aus isotropen Substanzen // Ann. Phys. 1935. Vol. 416, no. 7. P. 636–664. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>
27. Garnett J.C. Maxwell. Colours in metal glasses and in metallic films // Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A. 1904. Vol. 203. P. 385–420.
28. Нещерет А.М. Разработка теоретических основ и методов исследований излучающих и переизлучающих структур на основе киральных метаматериалов: дис. ... д-ра. физ.-мат. наук. Самара, 2012. 379 с.
29. Semchenko I.V., Tretyakov S.A., Serdyukov A.N. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years // Progress in Electromagnetics Research. 1996. Vol. 12. P. 335–370.

30. Condon E.U. Theories of optical rotatory power // *Rev. Mod. Phys.* 1937. Vol. 9, no. 4. P. 432–457. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.9.432>
31. Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. 280 с.
32. Исследование антенных комплексов с использованием киральных метаматериалов и фрактальной геометрии излучателей для систем МИМО / А.Н. Беспалов [и др.] // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2020. Т. 23, № 4. С. 97–110. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.97-110>
33. Неганов В.А., Градинарь И.М. Электродинамические свойства упорядоченных метаматериалов // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2012. Т. 15, № 1. С. 18–24.
34. Зайцев В.В., Панин Д.Н., Яровой Г.П. Численный анализ отражений от неоднородного кирального слоя // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2001. Т. 4, № 2. С. 78.

## References

1. Capolino F. *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press, 2009, 992 p.
2. Engheta N., Ziolkowski R.W. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Hoboken: Wiley, 2006, 414 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – historical context, recent advances, and future directions. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>
4. Pendry J. A chiral route to negative refraction. *Science*, 2004, vol. 306, no. 5700, pp. 1353–1355. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>
5. Zheludev N.I. A Roadmap for metamaterials. *Opt. Photonics News*, 2011, vol. 22, no. 3, pp. 30–35. DOI: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>
6. Smith D.R. et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, no. 18, pp. 4184–4187. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>
7. Veselago V.G. The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet Physics Uspekhi*, 1968, vol. 10, no. 4, pp. 509–512. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>
8. Pendry J.B. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 85, no. 18, pp. 3966–3969. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.3966>
9. Papasimakis N. et al. Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 101, p. 253903.
10. Aralkin M.V., Dement'ev A.N., Osipov O.V. Mathematical models of chiral metamaterials based on multi-pass conducting elements. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2020, vol. 23, no. 1, pp. 8–19. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.8-19> (In Russ.)
11. Aralkin M.V., Dement'ev A.N., Osipov O.V. Investigation of the electromagnetic characteristics of planar chiral metastructures based on compound helical components, taking into account the heterogeneous Bruggeman model. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2020, vol. 23, no. 3, pp. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55> (In Russ.)
12. Osipov O.V., Plotnikov A.M., Salimova N.R. Using the effect of azimuthal scattering of electromagnetic waves by a metastructure based on Tellegen elements in applied problems of electrodynamics. *Infokommunikacionnye tehnologii*, 2012, vol. 10, no. 1, pp. 8–15. (In Russ.)
13. Slyusar V.I. Metamaterials in antenna technology: history and basic principles. *Elektronika: NTB*, 2009, no. 7, pp. 10–19. URL: [https://www.electronics.ru/files/article\\_pdf/0/article\\_287\\_909.pdf](https://www.electronics.ru/files/article_pdf/0/article_287_909.pdf) (In Russ.)
14. Vendik I.B., Vendik O.G. Metamaterials and their application in microwave technology (Review). *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2013, vol. 83, no. 1, pp. 3–28. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403> (In Russ.)
15. Pozar D.M. Microstrip antennas and arrays on chiral substrates. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1992, vol. 40, no. 10, pp. 1260–1263. DOI: <https://doi.org/10.1109/8.182462>
16. Buzova M.A. et al. Solution of an electrodynamic problem for a microstrip radiating structure with a chiral substrate. *Pis'ma v ZhTF*, 2018, vol. 44, no. 11, pp. 80–86. DOI: <https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.11.46200.17147> (In Russ.)
17. Buzov A.L. et al. Prospects for the use of metamaterials in new generation antennas. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2017, vol. 20, no. 3, pp. 15–20. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078> (In Russ.)
18. Buzov A.L. et al. Impedance characteristics of a two-element antenna array with a chiral substrate. *Pis'ma v ZhTF*, 2018, vol. 44, no. 23, pp. 37–45. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078> (In Russ.)
19. Lindell I.V. et al. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994, 291 p.
20. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Lecture Notes in Physics*. Berlin: Springer-Verlag, 1989, 121 p.
21. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [electromagnetic perspectives]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2020, vol. 62, no. 1, pp. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>
22. Tret'yakov S.A. Electrodynamics of complex media: chiral, bi-isotropic and some bianisotropic materials. *Radiotekhnika i elektronika*, 1994, vol. 39, no. 10, pp. 1457–1470. (In Russ.)
23. Katsenelenbaum B.Z. et al. Chiral electrodynamic objects. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1997, vol. 167, no. 11, pp. 1201–1212. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199711c.1201> (In Russ.)
24. Osipov O.V., Yurasov V.I., Pocheptsov A.O. Chiral metamaterial for frequency selective energy concentration of microwave radiation. *Infokommunikacionnye tehnologii*, 2014, vol. 12, no. 4, pp. 76–82. (In Russ.)

25. Sushko M.Ya., Kris'kiv S.K. Compact group method in the theory of permittivity of heterogeneous systems. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2009, vol. 79, no. 3, pp. 97–101. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645> (In Russ.)
26. Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von eterogenen Substanzen, I. Dielektrizitatskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkorper aus isotropen Substanzen. *Ann. Phys.*, 1935, vol. 416, no. 7, pp. 636–664. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>
27. Garnett J.C. Maxwell. Colours in metal glasses and in metallic films. *Phylos. Trans. R. Soc. London. Ser. A*, 1904, vol. 203, pp. 385–420.
28. Neshcheret A.M. Development of theoretical foundations and methods for studying radiating and reradiating structures based on chiral metamaterials: dis. ... dok. fiz.-mat. nauk. Samara, 2012, 379 p.
29. Semchenko I.V., Tretyakov S.A., Serdyukov A.N. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years. *Progress in Electromagnetics Research*, 1996, vol. 12, pp. 335–370.
30. Condon E.U. Theories of optical rotatory power. *Rev. Mod. Phys.*, 1937, vol. 9, no. 4, pp. 432–457. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.9.432>
31. Neganov V.A., Osipov O.V. *Reflective, Waveguide and Radiating Structures with Chiral Elements*. Moscow: Radio i svyaz', 2006, 280 p. (In Russ.)
32. Bepalov A.N. et al. Study of antenna complexes using chiral metamaterials and fractal geometry of emitters for MIMO systems. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2020, vol. 23, no. 4, pp. 97–110. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.97-110> (In Russ.)
33. Neganov V.A., Gradinar' I.M. Electrodynamic properties of ordered metamaterials. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2012, vol. 15, no. 1, pp. 18–24. (In Russ.)
34. Zaytsev V.V., Panin D.N., Yarovoy G.P. Numerical analysis of reflections from an inhomogeneous chiral layer. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2001, vol. 4, no. 2, pp. 78. (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 1, pp. 79–92

DOI 10.18469/1810-3189.2023.26.1.79-92

Received 7 December 2022  
Accepted 9 January 2023

### Investigation of the microwave chiral metamaterial based on a uniform set of C-shaped conductive inclusions

*Ivan Yu. Buchnev, Dmitry S. Kushnir, Oleg V. Osipov, Margarita A. Frolova*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

*Abstract* – The paper considers an artificial chiral metamaterial created on a homogeneous container base from foamed dielectric, in which flat conducting S-shaped microelements are evenly placed and arbitrarily oriented. To describe the metamaterial, a particular mathematical model was constructed that takes into account chirality, dispersion, and heterogeneity of the structure. The Maxwell Garnett model was used to account for heterogeneity. To take into account the dispersion of the chirality parameter, the Condon model known from the theory of optically active media was used. The partial domain method was used to solve the problem of the incidence of a plane electromagnetic wave of linear polarization on a planar layer created on the base of the investigated chiral metamaterial. The solution of the problem was reduced to an inhomogeneous system of linear algebraic equations for unknown reflection and transmission coefficients, taking into account the cross-polarization of the electromagnetic field. An analysis of the numerical results showed that the structure has pronounced frequency selective properties, in particular, as in the case of chiral metamaterial based on three-dimensional conductive elements, discrete frequencies were determined at which the structure is transparent to microwave radiation. Chiral metamaterial based on C-shaped microelements can be used to create narrow-band frequency-selective microwave energy concentrators of planar type.

*Keywords* – chiral media; chiral metamaterial; metamaterial; metastructure; C-element; spatial dispersion; frequency selectivity; Maxwell Garnett model; Condon model; microwave energy.

---

### Информация об авторах

**Бучнев Иван Юрьевич**, 1995 г. р., аспирант кафедры высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов.  
*E-mail:* v.buchnev@psuti.ru

**Кушнир Дмитрий Сергеевич**, 1990 г. р., ассистент кафедры информационных систем и технологий Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов.  
*E-mail:* d.kushnir@psuti.ru

**Осипов Олег Владимирович**, 1975 г. р., доктор физико-математических наук, и.о. заведующего кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов, устройства СВЧ и антенны, нелинейная оптика.

*E-mail:* o.osipov@psuti.ru

**Фролова Маргарита Александровна**, 1983 г. р., аспирант кафедры прикладной информатики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика метаматериалов.

*E-mail:* m.frolova@psuti.ru

### Information about the Authors

**Ivan Yu. Buchnev**, born in 1995, post-graduate student of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* electrodynamics of metamaterials.

*E-mail:* v.buchnev@psuti.ru

**Dmitry S. Kushnir**, born in 1990, assistant of the Department of Information Systems and Technologies, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* electrodynamics of metamaterials.

*E-mail:* d.kushnir@psuti.ru

**Oleg V. Osipov**, born in 1975, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, acting head of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* electrodynamics of metamaterials, microwave devices and antennas, nonlinear optics.

*E-mail:* o.osipov@psuti.ru

**Margarita A. Frolova**, born in 1983, post-graduate student of the Department of Applied Informatics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

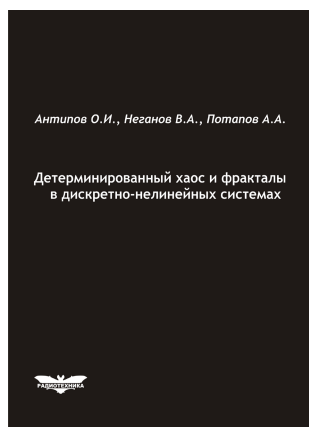
*Research interests:* electrodynamics of metamaterials.

*E-mail:* m.frolova@psuti.ru

#### РЕКЛАМА

**Антипов, О.И.**

**Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах** / О.И. Антипов, В.А. Неганов, А.А. Потапов. – М.: Радиотехника, 2009. – 235 с., ил.



ISBN 978-5-88070-237-4

УДК 530.1:621.372+621.396

ББК 32.96

В монографии рассмотрены явления детерминированного хаоса и фрактальности в дискретно-нелинейных системах на примере устройств импульсной силовой электроники, приведены некоторые основные определения современной нелинейной динамики и некоторые математические методы целочисленных и дробных мер.

Представленные явления стохастической работы могут наблюдаться в широком классе систем с переменной структурой, действие которых может быть описано системами дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, скачкообразно меняющими свои значения с течением времени в зависимости от состояния системы. Объектами исследования явились импульсные стабилизаторы напряжения различных типов и структур. Научной новизной является применение как фрактальных, так и мультифрактальных мер детерминированного хаоса к анализу стохастической работы импульсных стабилизаторов.

*Для специалистов, интересующихся проблемами детерминированного хаоса, численным моделированием дискретно-нелинейных систем.*