

Возникновение флуктуаций амплитуды и фазы радиосигнала в турбулентной атмосфере

Д.С. Ключев¹ , А.Н. Волобуев² , С.В. Краснов² ,
К.А. Адыширин-Заде² , Т.А. Антипова² , Н.Н. Александрова² 

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

² Самарский государственный медицинский университет
443099, Россия, г. Самара,
ул. Чапаевская, 89

Аннотация – Рассмотрено взаимодействие электромагнитной волны, как детерминированного волнового процесса, распространяющегося в атмосфере и атмосферной турбулентности, как стационарного стохастического волнового процесса. Получено дифференциальное уравнение для флуктуаций эйконала электромагнитной волны. На основе этого уравнения исследовано возникновение флуктуаций амплитуды и фазы электромагнитной волны при распространении радиосигнала в турбулентной атмосфере. В частности, получены и решены дифференциальные уравнения для флуктуаций амплитуды и фазы электромагнитной волны, вызванных турбулентными пульсациями показателя преломления атмосферы. Рассмотрены Фурье-спектры двухточечных корреляций показателя преломления атмосферы, амплитуды и фазы электромагнитной волны. Получены и методом введения функции Грина решены дифференциальные уравнения для этих корреляций. На основе анализа различных волновых диапазонов энергетического спектра атмосферной турбулентности найдены зависимости Фурье-спектров амплитуды и фазы радиосигнала от параметров электромагнитной волны и турбулентности атмосферы.

Ключевые слова – турбулентность атмосферы; радиоволны; флуктуации амплитуды и фазы; двухточечные турбулентные корреляции; спектр турбулентности.

Введение

Случайные изменения параметров атмосферы оказывают существенное влияние на работу радиолиний [1]. Свойства радиолиний в тропосфере, стратосфере и ионосфере определяются многими параметрами: солнечной активностью, тепловыми режимами [2; 3], влажностью воздуха [4; 5], плотностью среды и т. д. Качественная передача радиосигнала является главной целью развития сетей связи в Российской Федерации [6]. Не последнюю роль в качественной передаче радиосигнала играют случайные турбулентные флуктуации воздуха.

В настоящей работе на основе модели взаимодействия детерминированного волнового процесса распространения передающей информационной сигнал радиоволны в турбулентной атмосфере и стохастического волнового процесса турбулентности атмосферы [7] рассмотрим флуктуации (или пульсации) амплитуды и фазы электромагнитной волны, влияющие на качество принимаемого радиосигнала. В радиофизике обычно используется термин «флуктуации», в теории турбулентности чаще используют термин «пульсации». В данной работе будем считать, что флуктуации параме-

тров радиоволн возникают за счет турбулентности атмосферы.

1. Флуктуации эйконала электромагнитной волны

В [7] было использовано уравнение для электрического поля в электромагнитной волне в виде

$$k^2 \mathbf{D} = \text{rot rot } \mathbf{E}, \quad (1)$$

где $\mathbf{D} = (1 + 2n^l) \mathbf{E}$ – индукция электрического поля [7]; \mathbf{E} – напряженность электрического поля, n^l – турбулентные пульсации показателя преломления атмосферы; \mathbf{k} – волновой вектор электромагнитной волны.

Подставляя в (1) величину $\mathbf{D} = (1 + 2n^l) \mathbf{E}$ и используя известную формулу векторного анализа, находим $k^2 \mathbf{E} + 2k^2 n^l \mathbf{E} \approx -\Delta \mathbf{E} + \text{grad div } \mathbf{E}$. Пренебрегая вторым слагаемым в правой части в соответствии с уравнением $\text{div } \mathbf{D} = 0$, имеем:

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} \approx -2k^2 n^l \mathbf{E}. \quad (2)$$

Для любых декартовых компонент E вектора \mathbf{E} уравнение (2) можно записать в скалярном виде:

$$\Delta E + k^2 E \approx -2k^2 n^l E. \quad (3)$$

Исходя из системы уравнений (12) и (13), находя лапласиан Δ от левой и правой частей этих уравнений, получим отдельно уравнения для χ' и для S' :

$$\left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) \chi' = -2k^2 \left(\Delta n_1 + 2k \frac{\partial n_2}{\partial X} \right), \quad (14)$$

$$\left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) S' = -2k^2 \left(\Delta n_2 - 2k \frac{\partial n_1}{\partial X} \right). \quad (15)$$

Будем считать турбулентные пульсации показателя преломления действительной величиной, так что $n_2 = 0$. Поэтому предыдущие уравнения упростятся:

$$\left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) \chi' = -2k^2 \Delta n_1, \quad (16)$$

$$\left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) S' = 4k^3 \frac{\partial n_1}{\partial X}. \quad (17)$$

2. Двухточечные турбулентные корреляции

Рассмотрим двухточечные корреляционные соотношения амплитудных пульсаций электромагнитной волны и турбулентных пульсаций показателя преломления атмосферы для двух точек X_1 и X_2 по оси X , рис. 1. Для этого запишем уравнение (16) для точек X_1 и X_2 и перемножим эти уравнения:

$$\left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (18)$$

$$\times \langle \chi'(X_1) \chi'(X_2) \rangle = 4k^4 \Delta^2 \langle n_1(X_1) n_1(X_2) \rangle,$$

где угловые скобки, как обычно, означают пространственное осреднение.

Для решения уравнения (18) двухточечные корреляционные функции $B_{nn} = \langle n_1(X_1) n_1(X_2) \rangle$ и $B_{\chi\chi} = \langle \chi'(X_1) \chi'(X_2) \rangle$ с помощью Фурье-преобразования запишем через Фурье-спектры турбулентных флуктуаций $F_{nn}(\zeta, X_1, X_2)$ и флуктуаций амплитуды электромагнитной волны $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2)$:

$$B_{nn} = \int e^{-i\zeta\rho} F_{nn}(\zeta, X_1, X_2) d\zeta, \quad (19)$$

$$B_{\chi\chi} = \int e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}', \quad (20)$$

где \mathbf{k}' – волновой вектор электромагнитных флуктуаций; ζ – волновой вектор турбулентных пульсаций; ρ – радиусы-векторы с началом в точ-

ках на оси X в плоскостях (Y, Z) , модули которых вычисляются по формулам $\rho = \sqrt{Y^2 + Z^2}$, рис. 1.

Подставив (19) и (20) в уравнение (18), имеем:

$$\int \left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(\Delta^2 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (21)$$

$$\times e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}' =$$

$$= \int 4k^4 \Delta^2 e^{-i\zeta\rho} F_{nn}(\zeta, X_1, X_2) d\zeta.$$

Операторы, не зависящие от параметров интегрирования \mathbf{k}' и ζ , вносим под знак интегрирования.

Используя $\Delta^2 e^{-i\zeta\rho} = \zeta^4 e^{-i\zeta\rho}$ в правой части (21) и $\Delta^2 e^{-i\mathbf{k}'\rho} = k'^4 e^{-i\mathbf{k}'\rho}$ в левой части, найдем:

$$\int \left(k'^4 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(k'^4 + 4k^2 \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (22)$$

$$\times e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}' =$$

$$= \int 4k^4 \zeta^4 e^{-i\zeta\rho} F_{nn}(\zeta, X_1, X_2) d\zeta.$$

На данном этапе анализа необходимо задать физический закон влияния турбулентных пульсаций на электромагнитную волну. При дальнейших преобразованиях будем считать, что корреляции турбулентных пульсаций подобны корреляциям пульсаций параметров электромагнитной волны, которые возникают за счет турбулентных пульсаций. В частности:

$$B_{nn} = \mu B_{\chi\chi}, \quad (23)$$

т. е.

$$\int e^{-i\zeta\rho} F_{nn}(\zeta, X_1, X_2) d\zeta =$$

$$= \mu \int e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}',$$

где μ – постоянный масштабный коэффициент пропорциональности.

Используя (23), равенство (22) можно записать в виде

$$\int \left(\left(\frac{k/2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(\left(\frac{k/2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (24)$$

$$\times e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}' =$$

$$= \frac{\mu}{4} \int \zeta^4 e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{nn}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}'.$$

Приравнивая подынтегральные выражения, имеем:

$$\left(\left(\frac{k'^2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(\left(\frac{k'^2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (25)$$

$$\times F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) = \frac{\mu}{4} \zeta^4 F_{nn}(\mathbf{k}', X_1, X_2).$$

Решение уравнения (25) с начальным условием $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', 0, 0) = 0$, рис. 1, найдем методом функции Грина G :

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) = \quad (26)$$

$$= \frac{\mu}{4} \zeta^4 \int_0^{X_1} \int_0^{X_2} G(\mathbf{k}, \mathbf{k}', X_1, X_2, \nu, \xi) F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi,$$

где X_1 и X_2 – координаты наблюдения двухточечных корреляций на оси X , а ν и ξ – координаты источника воздействия турбулентности на электромагнитную волну, рис. 1, с помощью т. н. функции влияния $G(\mathbf{k}, \mathbf{k}', X_1, X_2, \nu, \xi)$.

Воспользуемся свойством δ -функции Дирака:

$$F_{nn}(\mathbf{k}', X_1, X_2) = \quad (27)$$

$$= \int_0^{X_1} \int_0^{X_2} \delta(X_1 - \nu) \delta(X_2 - \xi) F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi.$$

Подставив (26) и (27) в уравнение (25), найдем:

$$\int_0^{X_1} \int_0^{X_2} \left(\left(\frac{k'^2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(\left(\frac{k'^2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (28)$$

$$\times G(\mathbf{k}, \mathbf{k}', X_1, X_2, \nu, \xi) F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi =$$

$$= \int_0^{X_1} \int_0^{X_2} \delta(X_1 - \nu) \delta(X_2 - \xi) F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi.$$

Из (28) получим вспомогательное уравнение

$$\left(\left(\frac{k'^2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \left(\left(\frac{k'^2}{2k} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial X_2^2} \right) \times \quad (29)$$

$$\times G(\mathbf{k}, \mathbf{k}', X_1, X_2, \nu, \xi) = \delta(X_1 - \nu) \delta(X_2 - \xi).$$

Если $X_1 \neq \nu$ и $X_2 \neq \xi$, т. е. вне точек воздействия и, следовательно, $\delta(X_1 - \nu) \delta(X_2 - \xi) = 0$, то частное решение уравнения (29) можно записать в виде

$$G(\mathbf{k}, \mathbf{k}', X_1, X_2, \nu, \xi) = \quad (30)$$

$$= B \sin \frac{k'^2 (X_1 - \nu)}{2k} \sin \frac{k'^2 (X_2 - \xi)}{2k},$$

где B – постоянная интегрирования.

Таким образом, решение уравнения (25), согласно формуле (26), имеет вид

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) = \frac{\mu}{4} B \zeta^4 \int_0^{X_1} \int_0^{X_2} \sin \frac{k'^2 (X_1 - \nu)}{2k} \times \quad (31)$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (X_2 - \xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi,$$

Учитывая, что χ и n – величины безразмерные, а $F_{\chi\chi}$ и F_{nn} имеют одинаковую размерность, можно выбрать постоянную интегрирования B из условия $B = 4$.

Если на фронте волны $X_1 = X_2 = L$, рис. 1, то решение (31) приобретает вид

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') = \mu \zeta^4 \int_0^L \int_0^L \sin \frac{k'^2 (X_1 - \nu)}{2k} \times \quad (32)$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (X_2 - \xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi,$$

где обозначено $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', L, L) = F_{\chi\chi}(\mathbf{k}')$. Фактически рассматривается единая точка по оси X наблюдения воздействия турбулентных пульсаций на электромагнитную волну.

Для двухточечной корреляции $B_{SS} = \langle S'(X_1) \times S'(X_2) \rangle$, характеризующей флуктуации фазы электромагнитной волны, в правой части уравнения (17) имеется производная $\partial n_1 / \partial X$. Поэтому в формуле (30) в точке $X_1 = X_2 = L$ синусы для Фурье-спектра флуктуаций фазы заменяются на косинусы:

$$F_{SS}(\mathbf{k}') = \mu \zeta^4 \int_0^L \int_0^L \cos \frac{k'^2 (L - \nu)}{2k} \times \quad (33)$$

$$\times \cos \frac{k'^2 (L - \xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi,$$

где также обозначено $F_{SS}(\mathbf{k}', L, L) = F_{SS}(\mathbf{k}')$.

Кроме того, т. к. предположили $X_1 = X_2 = L$, логично также предположить единую координату источника воздействия турбулентности на электромагнитную волну с помощью функции влияния G , т. е. $\nu = \xi$. Следовательно, $F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) = F_{nn}(\mathbf{k}', \xi)$.

Формулы (32) и (33) характеризуют связь турбулентных пульсаций показателя преломления атмосферы и флуктуаций амплитуды и фазы электромагнитной волны.

Проведем в (32) некоторые преобразования. Найдем интеграл по ν :

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') = -\mu \zeta^4 \frac{2k}{k'^2} \int_0^L \int_0^L \sin \frac{k'^2 (L - \xi)}{2k} d \frac{k'^2 (L - \xi)}{2k} \times \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \times \sin \frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi = \\ & = 2\mu \frac{\zeta^4 k}{k^{1/2}} \int_0^L \left(\sin \frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k} - \cos \frac{k^{1/2}L}{2k} \sin \frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k} \right) \times \\ & \times F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi = 2\mu \frac{\zeta^4 k}{k^{1/2}} \int_0^L \left(\sin \frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left(-\sin \frac{k^{1/2}\xi}{2k} + \sin \frac{k^{1/2}(2L-\xi)}{2k} \right) \right) F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi. \end{aligned}$$

Учитывая, что L близко к ξ , но не равно ξ , можно заменить

$$\sin \frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k} \approx \frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k}.$$

Полагаем, что основное воздействие на электромагнитную волну осуществляется сразу после ее поступления в турбулентную область объема V , рис. 1. Поэтому используем условие $\xi \rightarrow 0$, следовательно,

$$\sin \frac{k^{1/2}\xi}{2k} \approx \frac{k^{1/2}\xi}{2k} \text{ и } \cos \frac{k^{1/2}\xi}{2k} \approx 1.$$

Таким образом, формула (34) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') &= 2\mu \frac{\zeta^4 k}{k^{1/2}} \int_0^L \left(\frac{k^{1/2}(L-\xi)}{2k} - \right. & (35) \\ & \left. - \frac{1}{2} \left(-\frac{k^{1/2}\xi}{2k} + \sin \frac{k^{1/2}(2L-\xi)}{2k} \right) \right) F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi = \\ & = \mu \frac{\zeta^4 k}{k^{1/2}} \int_0^L \left(\frac{k^{1/2}}{k}(L-\xi) + \frac{k^{1/2}\xi}{2k} - \sin \frac{k^{1/2}}{k}L + \right. \\ & \left. + \frac{k^{1/2}\xi}{2k} \cos \frac{k^{1/2}}{k}L \right) F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi = \\ & = \mu \zeta^4 L \int_0^L \left(1 - \frac{\sin \frac{k^{1/2}}{k}L}{\frac{k^{1/2}}{k}L} - \frac{\xi}{2L} \left(1 - \cos \frac{k^{1/2}}{k}L \right) \right) \times \\ & \times F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi. \end{aligned}$$

Аналогично для для Фурье-спектра флуктуаций фазы из (33) найдем:

$$\begin{aligned} F_{SS}(\mathbf{k}') &= & (36) \\ & = \mu \zeta^4 L \int_0^L \left(1 + \frac{\sin \frac{k^{1/2}}{k}L}{\frac{k^{1/2}}{k}L} - \frac{\xi}{2L} \left(3 + \cos \frac{k^{1/2}}{k}L \right) \right) \times \end{aligned}$$

$$\times F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi.$$

Условие $\xi \rightarrow 0$ позволяет упростить формулы (35) и (36) далее:

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') = \mu \zeta^4 L \left(1 - \frac{\sin \frac{k^{1/2}}{k}L}{\frac{k^{1/2}}{k}L} \right) \int_0^L F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi, \quad (37)$$

$$F_{SS}(\mathbf{k}') = \mu \zeta^4 L \left(1 + \frac{\sin \frac{k^{1/2}}{k}L}{\frac{k^{1/2}}{k}L} \right) \int_0^L F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi. \quad (38)$$

Анализ, проведенный в [8], дает возможность сделать вывод, что

$$\int_0^L F_{nn}(\mathbf{k}', \xi) d\xi = \pi F_{nn}(\mathbf{k}').$$

Следовательно:

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') = \pi \mu \zeta^4 L \left(1 - \frac{\sin \frac{k^{1/2}}{k}L}{\frac{k^{1/2}}{k}L} \right) F_{nn}(\mathbf{k}'), \quad (39)$$

$$F_{SS}(\mathbf{k}') = \pi \mu \zeta^4 L \left(1 + \frac{\sin \frac{k^{1/2}}{k}L}{\frac{k^{1/2}}{k}L} \right) F_{nn}(\mathbf{k}'). \quad (40)$$

Если $\frac{k^{1/2}}{k}L \ll 1$, то, разлагая в ряд Тейлора

$$\sin \frac{k^{1/2}}{k}L \approx \frac{k^{1/2}}{k}L - \left(\frac{k^{1/2}}{k} \right)^3 \frac{L^3}{6},$$

получим:

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') = \pi \mu \zeta^4 L \left(1 - \frac{1}{\frac{k^{1/2}}{k}L} \left(\frac{k^{1/2}}{k}L - \left(\frac{k^{1/2}}{k} \right)^3 \frac{L^3}{6} \right) \right) \times \quad (41)$$

$$\times F_{nn}(\mathbf{k}') = \frac{1}{6} \pi \mu L^3 \left(\frac{k^{1/2}}{k} \right)^2 \zeta^4 F_{nn}(\mathbf{k}'),$$

$$F_{SS}(\mathbf{k}') = \pi \mu \zeta^4 L \left(1 + \frac{1}{\frac{k^{1/2}}{k}L} \left(\frac{k^{1/2}}{k}L - \left(\frac{k^{1/2}}{k} \right)^3 \frac{L^3}{6} \right) \right) \times \quad (42)$$

$$\times F_{nn}(\mathbf{k}') = 2\pi \mu L \zeta^4 F_{nn}(\mathbf{k}').$$

Таким образом, Фурье-спектр флуктуаций амплитуды электромагнитной волны пропорциона-

лен кубу расстояния, пройденного волной в турбулентной среде, четвертой степени волнового числа флуктуаций волны и обратно пропорционален квадрату волнового числа волны. Фурье-спектр флуктуаций фазы электромагнитной волны пропорционален первой степени пройденного волной расстояния. Зависимость флуктуационных параметров электромагнитной волны от волнового числа турбулентности будет уточнена ниже.

3. Влияние энергетического спектра турбулентности на радиосигнал

Чем более короткие электромагнитные волны используются для радиосигнала, тем большее влияние на них оказывает турбулентность. Это логично, т. к. при более коротких волнах их размер приближается к размеру турбулентных флуктуаций, что искажает сигнал.

В формулы (41) и (42) входит спектральная функция пульсаций волнового числа электромагнитной волны: $F_{nn}(\mathbf{k}^l) \sim F(\zeta)$. Заметим, что первоначально, формула (19), в спектральной функции F_{nn} использовалась зависимость от волнового числа турбулентности. Предполагаем, что волновые числа турбулентных пульсаций подобны флуктуациям волнового числа электромагнитной волны $\zeta \sim \mathbf{k}^l$, которые возникают за счет турбулентных пульсаций.

Определение спектральной функции турбулентных пульсаций представляет довольно сложную и неоднозначную задачу. Прежде всего заметим, что пульсации показателя преломления n^l определяются пульсациями давления воздуха $p^l = \rho u^l/2$ [9], где ρ – средняя плотность воздуха, $u^l/2 \sim E$ – квадрат пульсаций продольной скорости воздуха, пропорциональный энергии турбулентности [9]. Следовательно, $B_{nn} = \langle n_1(X_1)n_1(X_2) \rangle \sim E(\zeta)$. Связь между функцией $F(\zeta)$ и $E(\zeta)$ исследовалась многими известными учеными: Гейзенбергом [10], Карманом [11], Коважным [12], Обуховым [9]. Эти ученые предлагали различные формулы связи. Стюарт и Таунсенд [13] показали, что функция $\int_0^\zeta F(\zeta)d\zeta$ представляет собой произведение двух сомножителей, первый – интеграл от ζ до ∞ , второй – интеграл от 0 до ζ , безотносительно точной формулы этих сомножителей.

Для изотропной турбулентности мы ограничимся относительно простой формулой Коважного:

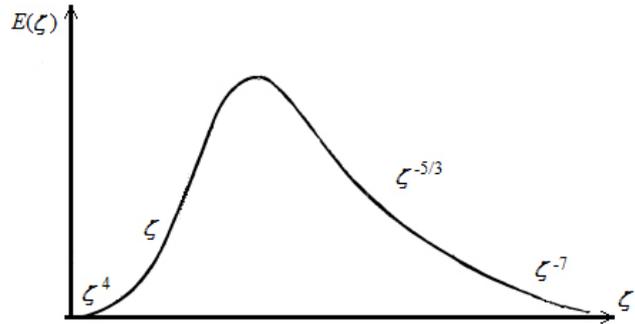


Рис. 2. Спектр турбулентности. Зависимость энергии турбулентности от волнового числа турбулентных пульсаций
 Fig. 2. Spectrum of turbulence. Dependence of the turbulence energy on the wave number of turbulent pulsations

$$\int_0^\zeta F(\zeta)d\zeta = -2\alpha \left(\int_\zeta^\infty E^2(\zeta)d\zeta \right)^{\frac{2}{3}} \zeta^{\frac{3}{2}}, \quad (43)$$

где α – постоянная величина.

В спектре турбулентности, рис. 2, при увеличении волнового числа турбулентности ζ размер турбулентных вихрей уменьшается. На максимуме спектра турбулентности находится область т. н. энергосодержащих турбулентных вихрей. Далее по спектру турбулентных волновых чисел ζ , т. е. более мелких вихрей, находится т. н. инерционная область спектра. Для энергии турбулентности в инерционной области спектра турбулентности, рис. 2, примем формулу, полученную независимо друг от друга Колмогоровым [14], Онзагером [15], Вейцзекером [16]:

$$E(\zeta) = C\zeta^{\frac{5}{3}}, \quad (44)$$

где C – величина, не зависящая от волнового числа турбулентности ζ .

Инерционная область волновых чисел характеризуется тем, что турбулентность в этой области находится в статистическом равновесии: поток энергии от более крупных турбулентных вихрей к более мелким определяется вязкой диссипацией самых мелких вихрей. Эти самые мелкие вихри лежат уже за пределами инерционной области – в области, описываемой законом Гейзенберга $\sim \zeta^{-7}$. Вязкая диссипация турбулентных вихрей в самой инерционной области незначительна. Турбулентность в инерционной области не зависит от внешних условий.

Если подставить (44) в (43), то получаем $\int_0^\zeta F(\zeta)d\zeta = \text{const}$, и, следовательно, $F(\zeta) = 0$, что, естественно, не отражает общих свойств спектра для любых волновых чисел турбулентности.

В качестве более полного описания спектральной функции турбулентности по сравнению с (44) используем результат, полученный Коважным:

$$E(\zeta) = C_1 \zeta^{-\frac{5}{3}} \left(1 - \eta_1 \zeta^{\frac{4}{3}} \right)^2, \quad (45)$$

где C_1 и η – величины, не зависящие от волнового числа турбулентных пульсаций.

Подставляя (45) в (43), найдем:

$$\begin{aligned} \int_0^{\zeta} F(\zeta) d\zeta &= -2\alpha \left(\int_{\zeta}^{\infty} E^2(\zeta) d\zeta \right) \frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} = \\ &= -2\alpha \left(\int_{\zeta}^{\infty} C_1 \zeta^{-\frac{5}{2}} \left(1 - 2\eta_1 \zeta^{\frac{4}{3}} \right)^3 d\zeta \right) \frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \approx \\ &\approx -2\alpha \left(\int_{\zeta}^{\infty} C_1 \zeta^{-\frac{5}{2}} \left(1 - 6\eta_1 \zeta^{\frac{4}{3}} \right) d\zeta \right) \frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} = \\ &= -2\alpha C_1 \left(\left(\frac{2}{3} \right) \zeta^{-\frac{3}{2}} - 36\eta_1 \zeta^{-\frac{1}{6}} \right) \frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} = \\ &= -\frac{8}{9} \alpha C_1 + 48\alpha C_1 \eta_1 \zeta^{\frac{4}{3}}. \end{aligned} \quad (46)$$

Следовательно:

$$F(\zeta) \approx 64\alpha C_1 \eta_1 \zeta^{\frac{4}{3}}. \quad (47)$$

Делаем вывод, что в (41) и (42) зависимость от волнового числа турбулентности имеет вид $\zeta^{4+\frac{1}{3}} = \zeta^{\frac{13}{3}}$. Детальное сравнение четырех различных спектральных формул для энергии турбулентности проведено в книге [17]. Обращает на себя внимание достаточно сильное влияние на электромагнитную волну турбулентной атмосферы, до более чем четвертой степени волнового числа турбулентности.

Заключение

На основе модели взаимодействия детерминированного волнового процесса распространения электромагнитных волн в атмосфере и случайного волнового процесса турбулентных пульсаций атмосферы исследовано возникновение флуктуаций эйконала электромагнитной волны, зависящего от амплитуды и фазы волны и влияющего на качество передаваемого радиосигнала. Влияние

турбулентных пульсаций давления в атмосфере приводит к пульсациям показателя преломления, которые в свою очередь приводят к пульсациям параметров электромагнитной волны, в частности к пульсациям эйконала.

Полученное дифференциальное уравнение для флуктуаций эйконала распадается на два взаимосвязанных уравнения. Первое уравнение – для флуктуаций амплитуды, второе уравнение – для флуктуаций фазы.

Найдены дифференциальные уравнения для двухточечных турбулентных корреляций показателя преломления, параметров, зависящих от флуктуаций амплитуды и флуктуаций фазы.

С использованием Фурье-преобразования методом функции Грина показано подробное решение дифференциального уравнения для параметра, связанного с двухточечной корреляцией турбулентных флуктуаций амплитуды электромагнитной волны. Представлено также решение уравнения для параметра, связанного с двухточечной корреляцией турбулентных флуктуаций фазы электромагнитной волны. При этом использовалось физическое предположение о подобии двухточечных корреляций турбулентных пульсаций и двухточечных корреляций флуктуаций параметров электромагнитной волны, которые возникают за счет турбулентных пульсаций.

Показано, что Фурье-спектр двухточечной корреляции пульсаций амплитуды электромагнитной волны пропорционален кубу расстояния, пройденного волной в турбулентной среде, четвертой степени волнового числа флуктуаций волны и обратно пропорционален квадрату волнового числа волны. Фурье-спектр двухточечной корреляции флуктуаций фазы электромагнитной волны пропорционален первой степени пройденного волной расстояния.

На основе проведенного анализа, а также использования спектра энергии турбулентности найдено, что зависимость Фурье-спектров двухточечных корреляций турбулентных пульсаций амплитуды и фазы электромагнитной волны пропорциональна волновому числу турбулентности в степени тринадцать третьих.

Сделан вывод о достаточно сильном влиянии турбулентной атмосферы на качество передающих сигнал радиоволн.

Список литературы

1. Электродинамика и распространение радиоволн / В.А. Неганов [и др.]. М.: Радиотехника, 2007. 476 с.
2. Нестеров В.И. Сравнительный анализ данных о внезапных ионосферных возмущениях // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 1. С. 17–22. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7061>
3. Нестеров В.И. Влияние солнечной активности на фазу принимаемого сигнала ОНЧ-диапазона // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 3. С. 21–26. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.3.21-26>
4. Панин Д.Н., Осипов О.В., Безлюдников К.О. Расчет отражений плоской электромагнитной волны линейной поляризации от границы раздела «воздух – влажная почва» на основе гетерогенных моделей Максвелла Гарнетта и Бруггемана // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 22–27. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.22-27>
5. Потапов А.А. Анализ и синтез топологических радиолокационных обнаружителей малоcontrastных целей на фоне интенсивных помех от земли, моря и осадков как новая ветвь теории статистических решений // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2016. Т. 19, № 4. С. 20–29. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7126>
6. Концепция глобально-интегрированной инфраструктуры пространственно-территориального развития как основа Генеральной схемы развития сетей связи Российской Федерации в рамках плана мероприятий по направлению «Информационная инфраструктура» программы «Цифровая экономика Российской Федерации» / С.А. Попов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 1. С. 67–79. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.1.67-79>
7. Некоторые особенности взаимодействия радиосигнала с турбулентной атмосферой / Д.С. Ключев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 4. С. 122–128. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.122-128>
8. Татарский В.И. Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. М.: АН СССР, 1959. 548 с.
9. Хинце И.О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Изд-во физмат. литературы, 1963. С. 195, 228, 287.
10. Heisenberg W. Zur statistischen Theorie der Turbulenz // Zeitschrift für Physik. 1948. Vol. 124, no. 7. P. 628–657. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01668899>
11. Karman T.v. Progress in the statistical theory of turbulence // The Proceedings of the National Academy of Sciences. 1948. Vol. 34, no. 11. P. 530–539. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.34.11.530>
12. Kovasznay L.S.G. Spectrum of locally isotropic turbulence // Journal of the Aeronautical Sciences. 1948. Vol. 15, no. 12. P. 745–753. DOI: <https://doi.org/10.2514/8.11707>
13. Stewart R.W., Townsend A.A. Similarity and self-preservation in isotropic turbulence // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1951. Vol. 243, no. 867. P. 359–386. DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.1951.0007>
14. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // ДАН СССР. 1941. Т. 30, № 4. С. 299–303.
15. Onsager L. The distribution of energy in turbulence // Phys. Rev. 1945. Vol. 68, no. 11–12. P. 286.
16. Weizsäcker C.F.v. Das Spektrum der Turbulenz bei großen Reynoldsschen Zahlen // Zeitschrift für Physik. 1948. Vol. 124, no. 7. P. 614–627. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01668898>
17. Мониин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. С. 205.

References

1. Neganov V.A. et al. *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Radiotekhnika, 2007, 476 p. (In Russ.)
2. Nesterov V.I. Comparative analysis of data on sudden ionospheric disturbances. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2018, vol. 21, no. 1, pp. 17–22. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7061> (In Russ.)
3. Nesterov V.I. Influence of solar activity on the phase of the received VLF signal. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2019, vol. 22, no. 3, pp. 21–26. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.3.21-26> (In Russ.)
4. Panin D.N., Osipov O.V., Bezlyudnikov K.O. Calculation of reflections of a plane electromagnetic wave of linear polarization from the «air-moist soil» interface based on heterogeneous models by Maxwell Garnett and Bruggeman. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2022, vol. 25, no. 2, pp. 22–27. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.22-27> (In Russ.)
5. Potapov A.A. Analysis and synthesis of topological radar detectors of low-contrast targets against the background of intense interference from land, sea and precipitation as a new branch of the theory of statistical solutions. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2016, vol. 19, no. 4, pp. 20–29. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7126> (In Russ.)
6. Popov S.A. et al. The concept of a globally integrated infrastructure of spatial and territorial development as the basis of the General Scheme for the Development of Communication Networks of the Russian Federation as part of the Action Plan for the «Information Infrastructure» Direction of the «Digital Economy of the Russian Federation» Program. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2019, vol. 22, no. 1, pp. 67–79. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.1.67-79> (In Russ.)
7. Klyuev D.S. et al. Some features of the interaction of a radio signal with a turbulent atmosphere. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2022, vol. 25, no. 4, pp. 122–128. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.122-128> (In Russ.)
8. Tatarskiy V.I. *Theory of Fluctuation Phenomena During Wave Propagation in a Turbulent Atmosphere*. Moscow: AN SSSR, 1959, 548 p. (In Russ.)
9. Khintse I.O. *Turbulence. Its Mechanism and Theory*. Moscow: Izd-vo fizmat. literatury, 1963, pp. 195, 228, 287. (In Russ.)

10. Heisenberg W. Zur statistischen Theorie der Turbulenz. *Zeitschrift für Physik*, 1948, vol. 124, no. 7, pp. 628–657. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01668899>
11. Karman T.v. Progress in the statistical theory of turbulence. *The Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1948, vol. 34, no. 11, pp. 530–539. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.34.11.530>
12. Kovasznay L.S.G. Spectrum of locally isotropic turbulence. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1948, vol. 15, no. 12, pp. 745–753. DOI: <https://doi.org/10.2514/8.11707>
13. Stewart R.W., Townsend A.A. Similarity and self-preservation in isotropic turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1951, vol. 243, no. 867, pp. 359–386. DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.1951.0007>
14. Kolmogorov A.N. Local structure of turbulence in an incompressible fluid at very high Reynolds numbers. *DAN SSSR*, 1941, vol. 30, no. 4, pp. 299–303. (In Russ.)
15. Onsager L. The distribution of energy in turbulence. *Phys. Rev.*, 1945, vol. 68, no. 11, pp. 286.
16. Weizsäcker C.F.v. Das Spektrum der Turbulenz bei großen Reynoldsschen Zahlen. *Zeitschrift für Physik*, 1948, vol. 124, no. 7, pp. 614–627. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01668898>
17. Monin A.S., Yaglom A.M. *Statistical Hydromechanics. P. 2*. Moscow: Nauka, 1967, 205 p. (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 1, pp. 28–37

DOI 10.18469/1810-3189.2023.26.1.28-37

Received 13 December 2022

Accepted 11 January 2023

Occurrence of fluctuations in the amplitude and phase of the radio signal in a turbulent atmosphere

Dmitriy S. Klyuev¹ , Andrey N. Volobuev² , Sergei V. Krasnov² ,
Kaira A. Adyshirin-Zade² , Tatyana A. Antipova² , Natalia N. Aleksandrova² 

¹ Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

² Samara State Medical University

89, Chapayevskaya Street,
Samara, 443099, Russia

Abstract –Interaction of an electromagnetic wave, as the determined wave process spreading in an atmosphere and atmospheric turbulence, as stationary stochastic wave process is considered. The differential equation for eikonal fluctuations of an electromagnetic wave is received. On basis of this equation the occurrence of amplitude and a phase fluctuations of an electromagnetic wave at distribution of a radio signal into a turbulent atmosphere is investigated. In particular the differential equations for fluctuations of amplitude and a phase of the electromagnetic wave caused by turbulent pulsations of a parameter of an atmosphere refraction are received and solved. Fourier-spectra of two-point correlations of a parameter of an atmosphere refraction, amplitude and a phase of an electromagnetic wave are considered. Are received also by a method of introduction of Green's function the differential equations for these correlations are solved. On basis of the analysis of various wave ranges of an atmospheric power spectrum of turbulence the dependences of amplitude and a phase Fourier-spectra of a radio signal on parameters of an electromagnetic wave and turbulence of an atmosphere are found.

Keywords – atmospheric turbulence; radio wave; amplitude and phase fluctuations; two-point turbulent correlations; turbulence spectrum.

Информация об авторах

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 250 научных работ.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Волобуев Андрей Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 400 научных работ.

Область научных интересов: биофизика, радиофизика.

E-mail: volobuev47@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8624-6981>

Краснов Сергей Викторович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 100 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, информационные технологии в медицине, теория искусственного интеллекта.
E-mail: s.v.krasnov@samsmu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5437-3062>

Адыширин-Заде Каира Алимовна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 50 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: adysirinzade67@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3641-3678>

Антипова Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 50 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: antipovata81@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5499-2170>

Александрова Наталья Николаевна, старший преподаватель кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 15 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: grecova71@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5958-3851>

Information about the Authors

Dmitriy S. Klyuev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of over 250 scientific papers.
Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.
E-mail: klyuevd@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Andrey N. Volobuev, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 400 scientific papers.
Research interests: biophysics, radiophysics.
E-mail: volobuev47@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8624-6981>

Sergei V. Krasnov, Doctor of Technical Sciences, professor, chief of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 100 scientific papers.
Research interests: biophysics, information technologies in medicine, theory of artificial intellect.
E-mail: s.v.krasnov@samsmu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5437-3062>

Kaira A. Adyshirin-Zade, Candidate of Pedagogical Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 50 scientific papers.
Research interests: biophysics, radiophysics.
E-mail: adysirinzade67@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3641-3678>

Tatyana A. Antipova, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 50 scientific papers.
Research interests: physics, radiophysics.
E-mail: antipovata81@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5499-2170>

Natalia N. Aleksandrova, senior lecturer of the Department of Medical Physics Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 15 scientific papers.
Research interests: biophysics, radiophysics.
E-mail: grecova71@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5958-3851>