Физика волновых процессов и радиотехнические системы
2022. Т. 25, № 1. С. 80–86

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.1.80-86
УДК 532.2

Дата поступления 26 ноября 2021
Дата принятия 27 декабря 2021

Изменение формы вертикально стоящего упругого резервуара с жидкостью

А.Н. Волобуев, С.В. Краснов, К.А. Адыширин-Заде, Т.А. Антипова, Н.Н. Александрова

Самарский государственный медицинский университет
443099, Россия, г. Самара,
ул. Чапаевская, 89

Аннотация – Обоснован вид уравнения гидростатики для упругого, вертикально стоящего резервуара, например топливного бака ракеты на стартовом столе. Уравнение гидростатики получено на основе уточненного уравнения Бернулли. Обоснование проведено с помощью формулы Лапласа для давления под упругой поверхностью жидкости, которая может возникнуть как за счет сил поверхностного натяжения, так и за счет упругой тонкостенной оболочки, как в настоящей задаче. Найдена форма вертикально расположенного упругого резервуара с жестким дном и жестким верхним обручем, заполненного покоящейся жидкостью. Показано, что необходимо использовать особую запись закона Гука для получения формы резервуара. Проведен анализ этой формы. Показано распределение по высоте резервуара гидростатического давления, объемной плотности энергии растянутой упругой стенки, а также суммы этих величин. Найдено гидростатическое давление, на уровне которого возникает максимальное увеличение площади упругого резервуара.

Ключевые слова – упругий резервуар; уравнение Бернулли; закон Гука; покоящаяся жидкость; гидростатическое давление; форма резервуара.

Введение

В процессе исследования покоящейся жидкости в вертикально стоящих упругих резервуарах, часто возникает вопрос о форме, которую принимает резервуар. Например, как изменяется форма заправленной топливом ракеты на стартовом столе, какова роль гидростатического давления в изменении формы грудного отдела аорты человека и т. д.

Решение этой задачи в классическом труде [1] основывается на т. н. «мембранной теории». В этой теории рассматриваются силы и моменты сил в элементе оболочки вертикально стоящего резервуара, заполненного покоящейся жидкостью. Составляется дифференциальное уравнение 4-го порядка для радиальной деформации резервуара. Несмотря на достаточно большую сложность и громоздкость преобразований, результат частного решения дифференциального уравнения оказывается достаточно тривиальным: относительная деформация площади сечения резервуара на определенном уровне пропорциональна гидростатическому давлению на этом уровне. В дальнейшем будет показано, что этот результат слишком грубый для правильной оценки формы резервуара.

Используется также другой подход, основанный на т. н. «безмоментной теории» [2]. В этой теории используется уравнение Лапласа, которое позволяет приближенно оценить напряженное состояние в стенках резервуара под действием внутреннего давления.

Достаточно разнообразно данная задача исследуется в биомеханике, например [3–5]. Задача исследуется с разной степенью сложности, но основное внимание часто уделяется биомеханическим особенностям стенок аорты и других кровеносных сосудов.

Целью настоящей работы является исследование способа нахождения формы вертикально расположенного упругого цилиндрического резервуара, заполненного покоящейся жидкостью, определение условий, необходимых для достижения корректного результата решения поставленной задачи.

1. Уравнение Бернулли для упругого трубопровода

Рассмотрим модельную задачу нахождения формы открытого вертикального цилиндрического резервуара с упругими стенками и жестким дном, рис. 1, в который налита жидкость (вода).

Пусть в сечении 1, у дна резервуара координата $h = h_1$, а гидростатическое давление $P_{г/с} = P_{1г/с}$. На поверхности жидкости в сечении 2 находится начало координат $h = 0$, где давление $P_{г/с} = 0$. Используем давление, избыточное над атмосфер-

volobuev47@yandex.ru (*Волобуев Андрей Николаевич*)

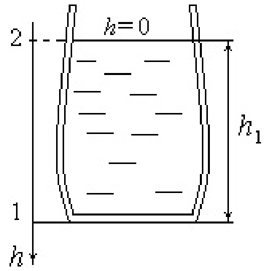

Рис. 1. Изменение формы упругого резервуара
Fig. 1. Changing the shape of an elastic reservoir

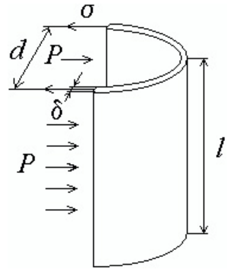

Рис. 2. Участок оболочки вертикального упругого резервуара
Fig. 2. Section of the shell of a vertical elastic tank

ным. Так как жидкость находится в состоянии покоя, то ее вязкость роли не играет.

На дне резервуара гидростатическое давление равно

$$P_{1г/с} = \rho g h_1\,, \tag{1}$$

где $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения, ρ – плотность жидкости.

Распределение гидростатического давления по высоте резервуара имеет вид

$$P_{г/с} = \rho g h, \tag{2}$$

Распределение гидростатического давления по высоте упругого резервуара, согласно формуле (2), носит линейный характер. Оно, очевидно, не должно зависеть от того, жесткие у резервуара стенки или упругие.

Для учета упругости стенок резервуара найдем уравнение Бернулли в упругом трубопроводе с движущейся в нем жидкостью.

В [4; 6; 7] рекомендуется для волнового процесса в упругом трубопроводе использовать уравнение импульса в виде

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial X} + W\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial (PS)}{\rho S \partial X}, \tag{3}$$

где V и W – продольная и поперечная составляющие скорости жидкости, r – радиальная координата, X – продольная координата, t – время, S – поперечное сечение тонкостенного упругого трубопровода. Вязкость жидкости не учитываем.

Преобразуем уравнение (3) к виду

$$\rho\frac{\partial V}{\partial t} + \rho V\frac{\partial V}{\partial X} + \rho W\frac{\partial W}{\partial X} = -\frac{\partial (PS)}{S\partial X} = \\ = -\frac{\partial P}{\partial X} - P\frac{\partial S}{S\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + P\frac{\partial P}{D\partial X}, \tag{4}$$

При записи (4) использован закон Гука для упругого трубопровода в виде [3]:

$$\partial P = -D\frac{\partial S}{S}, \tag{5}$$

где D – упругость стенки трубопровода. Формула (5) характеризует связь распределенной реакции упругой стенки трубопровода P и его площади сечения S, поэтому знаки дифференциалов разные. Эта форма записи закона Гука фактически получена в [1] на основе «мембранной теории» при решении уравнения для радиальной деформации тонкостенного упругого резервуара, если принять $D = E\delta / d$ [8], где δ – толщина стенки резервуара, d – его диаметр, E – модуль упругости материала оболочки резервуара.

Принято также, что вихрей в потоке не образуется, течение потенциальное [9], т. е. $\mathrm{rot}\mathbf{V} = 0$, где $\mathbf{V}$ – вектор скорости, следовательно, $\frac{\partial W}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial r}$.

Преобразуем уравнение (4), считая жидкость несжимаемой, т. е. $\rho = \mathrm{const}$:

$$\rho\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\rho V^2}{2} + \frac{\rho W^2}{2} + P - \frac{P^2}{2D}\right) = 0. \tag{6}$$

Если течение жидкости стационарное, т. е. $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, то уравнение (6) можно проинтегрировать:

$$\frac{\rho V^2}{2} + \frac{\rho W^2}{2} + P - \frac{P^2}{2D} = \mathrm{const}. \tag{7}$$

Проанализируем более подробно причину возникновения последнего слагаемого в (7). Покажем, что оно является следствием закона Гука в форме (5), который для удобства преобразований запишем в виде $P - P_0 = D\Delta S / S$, где P_0 – начало отсчета давления.

Исследуем более детально связь между упругостью стенок резервуара D и модулем упругости вещества стенок E, а также геометрическими размерами резервуара. Разрежем мысленно вдоль небольшой участок резервуара длиной l и средним диаметром d, рис. 2.

Сила давления, избыточного над P_0, растягивающая резервуар, равна силе сопротивления его стенок:

$$(P - P_0)ld = 2(\sigma - \sigma_0)\delta l,$$

где σ – механические напряжения в стенке резервуара толщиной δ, σ_0 – механические напряжения в стенке резервуара при давлении P_0.

Следовательно, давление в резервуаре равно $P-P_0=2\left(\sigma-\sigma_0\right)\delta/d$. Полученное соотношение носит название формулы Лапласа. Однако формула Лапласа принципиально неточная. Термодинамический анализ показывает, что более точная формула $\ln\frac{P}{P_0}=\frac{2\left(\sigma-\sigma_0\right)\delta}{Dd}$ [10]. Разлагая экспоненту в ряд, получаем

$$P-P_0=P_0\frac{2\left(\sigma-\sigma_0\right)\delta}{Dd}+\frac{1}{2}P_0\left(\frac{2\left(\sigma-\sigma_0\right)\delta}{Dd}\right)^2.$$

Из первого слагаемого в правой части как первого приближения (формула Лапласа) следует $P_0=D$.

Учитывая закон Гука $\sigma-\sigma_0=E\varepsilon=E\Delta d/d$, где $\varepsilon=\Delta L/L=\Delta(\pi d)/(\pi d)=\Delta d/d$ – относительная деформация длины окружности L стенки резервуара ($L=\pi d$), Δd – изменение диаметра резервуара при его растяжении, получаем:

$$P-P_0=\frac{2E\Delta d\delta}{d^2}+\frac{1}{2D}\left(\frac{2E\Delta d\delta}{d^2}\right)^2.$$

Найдем связь между относительным изменением площади сечения резервуара $\Delta S/S$ и относительной деформацией его диаметра $\Delta d/d$. Учитывая связь между площадью сечения и диаметром резервуара $S=\pi d^2/4$, находим производную $\frac{dS}{d(d)}\approx\frac{\Delta S}{\Delta d}=\frac{\pi d}{2}$, следовательно, $\frac{\Delta S}{S}=2\frac{\Delta d}{d}$.

Поэтому для давления, избыточного над P_0, получаем:

$$P-P_0=\frac{E\delta}{d}\frac{\Delta S}{S}+\frac{1}{2D}\left(\frac{E\delta}{d}\frac{\Delta S}{S}\right)^2=$$

$$=D\frac{\Delta S}{S}+\frac{1}{2D}\left(D\frac{\Delta S}{S}\right)^2,$$

или

$$P-P_0-\frac{\left(P-P_0\right)^2}{2D}=D\frac{\Delta S}{S}.$$

Полученный результат при $P_0=0$ показывает, что если применить закон Гука в виде (5), то более правильно вместо давления P использовать величину $P-\frac{P^2}{2D}$, как это принято в формуле (7). Данный вывод не связан с течением жидкости.

В случае если на текущую по упругому трубопроводу жидкость действует гравитационная сила, в левую часть уравнения (7) необходимо добавить объемную плотность потенциальной энергии жидкости в гравитационном поле. В этом случае уравнение (7) приобретет вид

$$P-\frac{P^2}{2D}+\rho gh+\frac{\rho V^2}{2}+\frac{\rho W^2}{2}=\text{const}, \tag{8}$$

где h – высота рассматриваемого элемента жидкости над уровнем отсчета.

Величина $P_c=\frac{P^2}{2D}$ представляет собой объемную плотность энергии растянутой упругой стенки. Величину P_c можно отождествить с некоторым давлением.

Полагая статическое давление:

$$P_{cm}=P-P_c, \tag{9}$$

получаем стандартную форму уравнения Бернулли. Будем использовать термин «давление» для величины P, учитывая, что оно не тождественно измеряемому статическому давлению.

Таким образом, уравнение Бернулли для упругого трубопровода ничем не отличается от такового для жесткого трубопровода. Так же как и в жестком трубопроводе, сумма статического P_{cm}, гидростатического $P_{г/c}=\rho gh$ и динамического $P_{дин}=\rho V^2/2+\rho W^2/2$ давлений в каждом поперечном сечении упругого трубопровода остается постоянной.

Однако в уравнение Бернулли (8) входит не статическое давление P_{cm}, а давление $P=P_{cm}+P_c$, которое равно сумме статического давления и некоторого давления, которое равно объемной плотности энергии растянутой упругой стенки. Отметим, что в жестком трубопроводе при $D\to\infty$ давление $P=P_{cm}$.

Найдем распределение всех давлений по высоте упругого резервуара.

Используя формулы (2) и (9), с учетом $P_c=\frac{P^2}{2D}$ получим:

$$\rho gh=P-\frac{P^2}{2D}. \tag{10}$$

В отличие от уравнения (8), координата h направлена сверху вниз, рис. 1.

Решая квадратное уравнение (10) относительно давления P, найдем:

$$P=D-\sqrt{D^2-2D\rho gh}. \tag{11}$$

Знак плюс перед корнем неприемлем, т. к. при $D\to\infty$ (жесткие стенки резервуара) величина P должна стремиться к гидростатическому давлению $P\to\rho gh$.

Давление, определяемое объемной плотностью энергии растянутой упругой стенки резервуара, найдем по формуле (9):

$$P_c=P-\rho gh=D-\sqrt{D^2-2D\rho gh}-\rho gh. \tag{12}$$

На рис. 3 показано распределение давлений по высоте резервуара с упругими стенками. Для расчета приняты следующие параметры: плотность

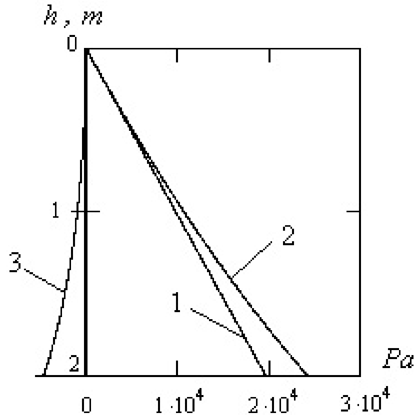

Рис. 3. Распределение давлений по высоте вертикального резервуара с упругими стенками: прямая 1 – гидростатическое давление $P_{г/с}$; 2 – давление $P = P_{г/с} + P_c$; 3 – объемная плотность энергии растянутой упругой стенки резервуара – P_c

Fig. 3. Pressure distribution along the height of a vertical tank with elastic walls: straight line 1 – hydrostatic pressure $P_{г/с}$; 2 – pressure $P = P_{г/с} + P_c$; 3 – volumetric energy density of the stretched elastic tank wall – P_c

жидкости (воды) $\rho = 1000$ кг/м^3, упругость стенки резервуара (для наглядности, как у резины) $D = 64000$ Н/м^2. Эта величина зависит от диаметра резервуара, толщины его стенки, модуля Юнга вещества стенки $D = E\delta / d$ [8].

Все давления равны нулю на поверхности жидкости в упругом резервуаре и достигают максимального значения на дне резервуара.

Найдем форму стенки вертикального упругого резервуара, в который налита вода. Пусть высота жидкости в резервуаре H, а площадь жесткого дна резервуара S_H.

Заметим, что точность формул (10), (11) и (12) определяется справедливостью использованного закона Гука в виде (5).

2. Нахождение формы вертикального резервуара с упругими стенками

Применение закона Гука для упругой стенки резервуара в виде (5) при решении поставленной задачи невозможно, т. к. эта формула слишком грубо описывает зависимость давления и площади поперечного сечения резервуара. Действительно, если рассматривать формулу (5) как дифференциальное уравнение первого порядка, то в результате интегрирования возникает только одна постоянная интегрирования. Поэтому невозможно удовлетворить сразу двум граничным условиям: площадь поверхности жидкости в области жесткого верхнего обруча $S = S_0$ и площадь жесткого дна упругого резервуара $S = S_H$.

Применим закон Гука в виде, аналогичном [2], где подобная запись используется при анализе относительного удлинения стержня:

$$\Delta P = -D\frac{\Delta(dS)}{dS}, \tag{13}$$

где $\Delta(dS)$ – изменение дифференциала площади сечения резервуара. Знак минус определяется тем же, что и в случае формулы (5), ΔP – это реакция упругой стенки резервуара на жидкость.

Учитывая зависимость площади сечения резервуара от высоты $S = f(h)$, перейдем от приращений к дифференциалам:

$$dP = -D\frac{\frac{d(dS)}{dh}dh}{dS} = -D\frac{\frac{d^2S}{dh^2}dh^2}{dS} = -D\frac{d^2S/dh^2}{dS/dh}dh. \tag{14}$$

Преобразуем формулу (14):

$$\frac{dP}{dh} = -D\frac{d}{dh}\left[\ln\left(\frac{dS}{dh}\right)\right]. \tag{15}$$

Уравнение (15) можно один раз проинтегрировать:

$$\frac{P}{D} = -\ln\frac{1}{C_1}\left(\frac{dS}{dh}\right), \tag{16}$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Следовательно:

$$\frac{dS}{dh} = C_1\exp\left(-\frac{P}{D}\right). \tag{17}$$

Используем связь между давлением P и высотой h в виде (10). Нужно отметить, что формула (10) найдена из более простой формы закона Гука (5). Поэтому на данном этапе в проводимый анализ вносится некоторое приближение. Это приближение связано с тем, что решение уравнения импульса (3) совместно с законом Гука (13) в аналитическом виде затруднительно. Изменением высоты жидкости при изменении формы резервуара пренебрегаем, что предполагает небольшую деформацию формы резервуара.

Дифференцируя (10), имеем:

$$\frac{dh}{dP} = \frac{1}{\rho g}\left(1 - \frac{P}{D}\right). \tag{18}$$

Умножив (17) на (18), получим:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{C_1}{\rho g}\left(1 - \frac{P}{D}\right)\exp\left(-\frac{P}{D}\right). \tag{19}$$

Интегрируя (19), находим:

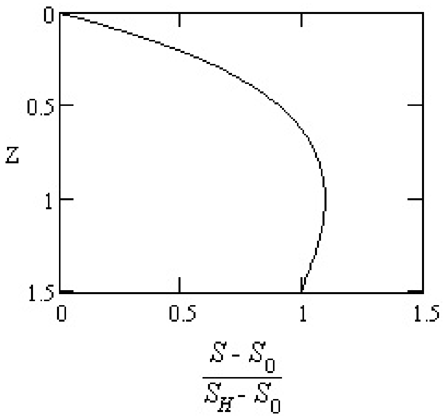

Рис. 4. Зависимость относительной площади поперечного сечения резервуара от безразмерной высоты жидкости в нем $Z = \rho gh / D$

Fig. 4. Dependence of the relative cross-sectional area of the tank on the dimensionless height of the liquid in it $Z = \rho gh / D$

$$S = \frac{C_1}{\rho g} P \exp\left(-\frac{P}{D}\right) + C_2, \tag{20}$$

где C_2 – вторая постоянная интегрирования.

Если площадь поверхности жидкости в упругом резервуаре задана за счет жесткого обруча $S = S_0$, то, учитывая давление на поверхности жидкости $P = 0$, найдем $C_2 = S_0$. Следовательно, формулу (20) можно записать в виде

$$S - S_0 = \frac{C_1}{\rho g} P \exp\left(-\frac{P}{D}\right). \tag{21}$$

Кроме того, учитывая площадь жесткого дна резервуара $S = S_H$, найдем:

$$S_H - S_0 = \frac{C_1}{\rho g} \exp\left(-\frac{P_H}{D}\right) P_H, \tag{22}$$

где P_H – давление P на дне резервуара.

Поделив (22) на (21), получим:

$$\frac{S - S_0}{S_H - S_0} = \frac{P}{P_H} \exp\left[-\left(\frac{P}{D} - \frac{P_H}{D}\right)\right]. \tag{23}$$

В технике часто возникает задача определения деформации высокого вертикально стоящего резервуара с периодическими или непериодическими подкреплениями оболочки горизонтальными круговыми внутренними обручами с заданной площадью S_{0i}. Формула (23) позволяет оценить изменение формы оболочки на каждом участке такого резервуара. В этом случае постоянные C_{1i} и C_{2i} будут изменяться от участка к участку. Эти постоянные определяются по формуле (20) последовательно, начиная с верхнего участка, в соответствии с давлениями на верхней и нижней границах участков.

Проведем анализ полученной зависимости (23). Найдем, при каком давлении P площадь сечения резервуара будет максимальной. Находя производную от (23) и приравнивая ее к нулю, имеем, что при давлении $P_m = D$ площадь сечения резервуара S_m будет максимальной. Из формулы (23) находим:

$$\frac{S_m - S_0}{S_H - S_0} = \frac{P_m}{P_H} \exp\left[-\left(1 - \frac{P_H}{P_m}\right)\right]. \tag{24}$$

Формула (24) фактически характеризует изгибные свойства стенок упругого вертикального резервуара и позволяет найти в расчете связь величин площадей S_m, S_0 и S_H.

Приближенно, при достаточно жесткой стенке резервуара, т. е. при достаточно большой величине D, на данном заключительном этапе анализа, чтобы не увеличивать громоздкость формул, примем самую простую зависимость $P = f(h)$, а именно (10) при условии $P \gg P_c = \frac{P^2}{2D}$. Считаем, что давление P пропорционально высоте жидкости h, отсчитанной от поверхности ко дну резервуара, $P \approx \rho gh$. Фактически мы приравняли давление P к гидростатическому давлению $P_{г/с}$.

Для расчетного примера положим, что $P_H / P_m = H / h_m = 3/2$, где h_m – положение максимальной площади S_m поперечного сечения упругого резервуара. Таким образом, мы приняли, что максимальная площадь поперечного сечения упругого резервуара возникает на высоте 1 / 3 от его дна.

Следовательно:

$$\frac{S_m - S_0}{S_H - S_0} = \frac{P_m}{P_H} \exp\left[-\left(1 - \frac{P_H}{P_m}\right)\right] \approx 1{,}1. \tag{25}$$

Учитывая, что для данного случая $P_H = \frac{3}{2} P_m = \frac{3}{2} D = \rho gH$, найдем связь высоты жидкости в резервуаре и упругости его стенок $H = \frac{3D}{2\rho g}$.

При практических расчетах порядок анализа обычно иной. По заданным параметрам: высоте жидкости в резервуаре H и упругости его стенок D – находится положение h_m максимальной площади сечения резервуара. Кроме того, в практических расчетах предположение $P \approx \rho gh$ вряд ли допустимо. По-видимому, для зависимости $P = f(h)$ допустимо использовать также приближенную формулу (11), однако это делает выкладки значительно более громоздкими.

Учитывая $P_m = D$ и $P_H / P_m = \rho gH / D = 3/2$, записываем формулу (25) в виде

$$\frac{S - S_0}{S_H - S_0} = \frac{2}{3} \frac{P}{D} \exp\left(\frac{3}{2} - \frac{P}{D}\right). \tag{26}$$

На рис. 4 показан график зависимости относительной площади сечения упругого резервуара от величины $Z = P/D \approx \rho gh/D$, построенный по формуле (26).

Заключение

На основе простейшей формы закона Гука, связывающей давление в упругом трубопроводе, по которому течет жидкость, и относительную деформацию площади поперечного сечения упругого трубопровода, найдено уравнение Бернулли для этого трубопровода. В это уравнение входит объемная плотность энергии растянутой упругой стенки, которую можно отождествить с некоторым давлением.

Показано, что используемый вид закона Гука не позволяет найти форму модельного вертикально стоящего упругого резервуара с жестким дном и жестким верхним обручем, заполненного жидкостью.

Переход к более точной записи закона Гука позволил найти форму такого упругого резервуара. Проведен анализ этой формы. Найдено давление, на уровне которого возникает максимальное увеличение площади упругого резервуара.

Список литературы

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. С. 535.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. С. 37.
3. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир, 1983. 400 с.
4. Биофизика для инженеров. Т. 2 / Е.В. Бигдай [и др.]. М.: Горячая линия – Телеком, 2008. С. 126.
5. Бранков Г. Основы биомеханики / пер. с болг. М.: Мир, 1981. 256 с.
6. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: Наука, 1980. С. 161.
7. Волобуев А.Н. Нелинейные особенности течения жидкости в упругом трубопроводе // Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 6. С. 43–54. DOI: https://doi.org/10.1134/S0234087919060030
8. Механика кровообращения / К. Каро [и др.]. М.: Мир, 1981. С. 121.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Т. 6. М.: Наука, 1986. 736 с.
10. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т. 1. М.: Физматгиз, 1962. С. 583.

References

1. Timoshenko S.P., Voynovsky-Kriger S. *Plates and Shells*. Moscow: Nauka, 1966, p. 535. (In Russ.)
2. Feodos'ev V.I. *Strength of Materials*. Moscow: Nauka, 1986, p. 37. (In Russ.)
3. Pedli T. *Hydrodynamics of Large Blood Vessels*. Moscow: Mir, 1983, 400 p. (In Russ.)
4. Bigday E.V. et al. *Biophysics for engineers*. Vol. 2. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2008, p. 126. (In Russ.)
5. Brankov G. *Fundamentals of Biomechanics*. Bulgarian trans. Moscow: Mir, 1981, 256 p. (In Russ.)
6. Budak B.M., Samarskiy A.A., Tihonov A.N. *Collection of Problems in Mathematical Physics*. Moscow: Nauka, 1980, p. 161. (In Russ.)
7. Volobuev A.N. Nonlinear features of fluid flow in an elastic pipeline. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2019, vol. 31, no. 6, pp. 43–54. DOI: https://doi.org/10.1134/S0234087919060030 (In Russ.)
8. Karo K. et al. *Mechanics of Blood Circulation*. Moscow: Mir, 1981, p. 121 p. (In Russ.)
9. Landau L.D., Lifshits E.M. *Hydrodynamics*. Vol. 6. Moscow: Nauka, 1986, 736 p. (In Russ.)
10. Levich V.G. *Course of Theoretical Physics*. Vol. 1. Moscow: Fizmatgiz, 1962, p. 583. (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems
2022, vol. 25, no. 1, pp. 80–86

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.1.80-86

Received 26 November 2021
Accepted 27 December 2021

Change of the form of the vertical elastic tank with a liquid

Andrey N. Volobuev, *Sergei V. Krasnov*,
Kaira A. Adyshirin-Zade, *Tatyana A. Antipova*, *Natalia N. Aleksandrova*

Samara State Medical University
89, Chapayevskaya Street,
Samara, 443099, Russia

Abstract – The kind of a hydrostatic equation for the vertical elastic tank, for example, a fuel tank of a rocket on a starting table is proved. The hydrostatic equation is received on the basis of specified Bernoulli's equation. The substantiation is lead with the help of Laplace's formula for pressure under an elastic surface of a liquid which can arise both due to forces of a superficial tension, and due to an elastic thin-walled shell as in the present task. The form of the vertical elastic tank with a rigid bottom and the rigid top band, filled with a lied liquid is received. It is shown that it is necessary to use special record of the Gook's law for reception of the form of the tank. The analysis of this form is carried out. Distribution on height of the tank of hydrostatic pressure, volumetric density of energy of the stretched elastic wall, and also the sum of these sizes is shown. Hydrostatic pressure at which level there is a maximal increase in the area of the elastic tank is found.

Keywords – the elastic tank; Bernoulli's equation; Gook's law; a lied liquid; hydrostatic pressure; the form of the tank.

Информация об авторах

Волобуев Андрей Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: биофизика, гидромеханика, радиофизика, квантовая электродинамика, теория гравитации.

E-mail: volobuev47@yandex.ru

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8624-6981

Краснов Сергей Викторович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: биофизика, информационные технологии в медицине, теория искусственного интеллекта.

E-mail: krasnovtlt@mail.ru

Адыширин-Заде Каира Алимовна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: физика, педагогика.

E-mail: adysirinzade67@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3641-3678

Антипова Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: биофизика, радиофизика.

E-mail: antipovata81@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5499-2170

Александрова Наталья Николаевна, ассистент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: биофизика, информатика.

E-mail: grecova81@mail.ru

Information about the Authors

Andrey N. Volobuev, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia.

Research interests: biophysics, hydromechanics, radio physics, quantum electrodynamics, theory of gravity.

E-mail: volobuev47@yandex.ru

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8624-6981

Sergei V. Krasnov, Doctor of Technical Sciences, professor, chief of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia.

Research interests: biophysics, information technologies in medicine, theory of artificial intellect.

E-mail: krasnovtlt@mail.ru

Kaira A. Adyshirin-Zade, Candidate of Pedagogical Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia.

Research interests: physics, pedagogical.

E-mail: adysirinzade67@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3641-3678

Tatyana A. Antipova, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia.

Research interests: physics, radiophysics.

E-mail: antipovata81@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5499-2170

Natalia N. Aleksandrova, assistant of the Department of Medical Physics Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia.

Research interests: biophysics, informatics.

E-mail: grecova81@mail.ru