

УДК 539.374.519.8

## ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ И НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИН ИЗ НЕСБАЛАНСИРОВАННЫХ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

© 2012 Ю. С. Первушин, П. В. Соловьёв

Уфимский государственный авиационный технический университет

Рассматривается влияние несбалансированности структуры многослойных композиционных материалов, вызванной отклонениями углов укладки слоёв и нарушением последовательности их укладки, на напряжённое состояние и деформационное поведение слоистых пластин при изгибе.

Влияние несбалансированности при изгибе исследуется на двухопорных и защемлённых пластинах прямоугольного поперечного сечения, находящихся под действием распределённой по поверхности нагрузки, при разных числах слоёв.

Приведены результаты влияния несбалансированности на деформированное и напряжённое состояние многослойных пластин.

*Композит, слой, несбалансированность, напряжение, деформация, пластина, анизотропия, ортотропия.*

В большинстве случаев слоистые композиты имеют так называемую сбалансированную структуру.

Под *сбалансированной* понимается структура слоистого композита, отвечающая следующим требованиям:

- симметрии слоёв с одинаковыми физико-механическими характеристиками относительно срединной поверхности слоистого пакета;

- каждому слою с углом укладки  $+\varphi$  должен соответствовать слой с углом  $-\varphi$ , расположенный на одинаковом расстоянии от срединной поверхности.

Практически удовлетворить вышеуказанным требованиям сбалансированности невозможно. Удовлетворение требованию симметричности исключает удовлетворение второму условию. Поэтому уже на этапе проектирования большинство структур являются несбалансированными.

Несбалансированность возникает и вследствие технологических факторов на этапе изготовления. К таким факторам относятся:

- отклонения углов укладки слоёв от заданных;
- нарушение установленной последовательности укладки слоёв;

довательности укладки слоёв;

- наличие разнотолщинности укладываемых слоёв.

Неучёт этих факторов приводит к асимметрии упругих свойств и непрогнозируемому напряжённому состоянию и деформационному поведению.

### Модель деформирования несбалансированных многослойных композитов

Техническая теория изгиба анизотропных пластин обычно строится на следующих гипотезах [1]:

1. Кинематической гипотезе, называемой гипотезой прямолинейного элемента.

2. Статической гипотезе, на основании которой на площадках, параллельных срединной плоскости, пренебрегают нормальными напряжениями  $\sigma_z$ , возникающими вследствие нажатия горизонтальных слоёв пластинки друг на друга.

Рассмотрим ортотропную пластину в прямоугольной декартовой системе координат  $OXYZ$ . Считаем, что её срединная плоскость, одновременно являясь плоскостью упругой симметрии, совпадает с плоскостью  $XOY$ , а плоскости  $XOZ$  и  $YOZ$  параллельны двум другим плоско-

стям упругой симметрии. Толщина пластины –  $h$ , стороны –  $a$  и  $b$ . Их соотношение обозначим через  $c = a/b$ .

Граничными условиями для случая двухопорного закрепления пластины будут следующие (рис. 1) [1]:

при  $x=0, x=a: w=0, M_x=0;$

при

$y=0, y=b: T_y=0, N_y=0,$

$M_y=0, S_{xy}=0.$

Для защемлённого края граничные условия таковы:

при

$x=0, x=a:$

$u=0, v=0, w=0, \varphi_x = \frac{dw}{dx} = 0;$

при

$y=0, y=b:$

$u=0, v=0, w=0, \varphi_y = \frac{dw}{dy} = 0.$

Здесь  $\varphi_x, \varphi_y$  – углы поворота относительно соответствующих осей.

Схема поперечного сечения слоистой пластины с произвольным числом слоёв представлена на рис. 2.

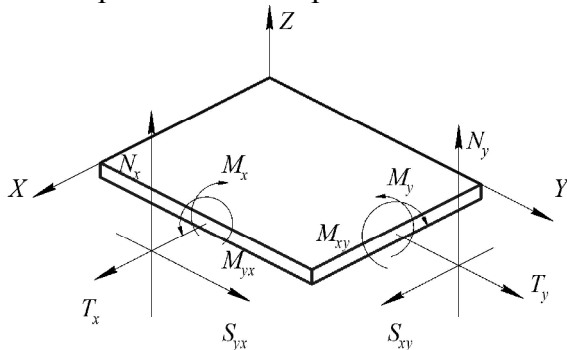


Рис. 1. К составлению граничных условий на контуре пластинки

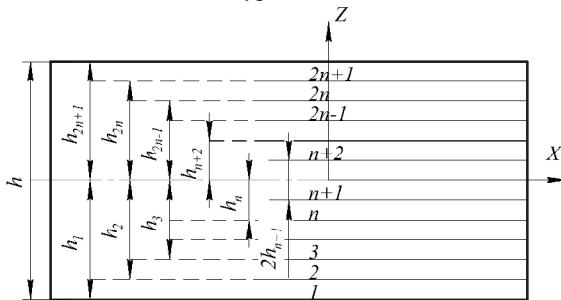


Рис. 2. Схема поперечного сечения слоистой пластины

В общем виде дифференциальное уравнение изогнутой поверхности ортотропной пластины при действии на неё распределённой нагрузки  $q$  имеет вид [1]:

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q. \tag{1}$$

Для ортотропной пластинки в основных осях уравнение прогибов имеет вид [1]:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q, \tag{2}$$

где

$D_{11} = D_1; D_{22} = D_2; D_{16} = D_{26} = 0;$

$D_{66} = D_k; D_3 = D_{12} + 2D_{66}.$

Жёсткости  $D_1, D_2, D_3, D_{12}$  и  $D_k$  для слоистой ортотропной пластины определяются по формулам [2]:

$$D_1 = \frac{2}{3} \left[ \frac{E_x^{n+1} h_{n+1}^3}{1 - \nu_{xy}^{n+1} \nu_{yx}^{n+1}} + \sum_{m=1}^n \frac{E_x^m}{1 - \nu_{xy}^m \nu_{yx}^m} (h_m^3 - h_{m+1}^3) \right],$$

$$D_2 = \frac{2}{3} \left[ \frac{E_y^{n+1} h_{n+1}^3}{1 - \nu_{xy}^{n+1} \nu_{yx}^{n+1}} + \sum_{m=1}^n \frac{E_y^m}{1 - \nu_{xy}^m \nu_{yx}^m} (h_m^3 - h_{m+1}^3) \right],$$

$$D_k = \frac{2}{3} \left[ \frac{G_{xy}^{n+1} h_{n+1}^3}{1 - \nu_{xy}^{n+1} \nu_{yx}^{n+1}} + \sum_{m=1}^n \frac{G_{xy}^m}{1 - \nu_{xy}^m \nu_{yx}^m} (h_m^3 - h_{m+1}^3) \right],$$

$$\nu_{12} = \frac{2}{3D_2} \left[ \frac{E_y^{n+1} \nu_{xy}^{n+1} h_{n+1}^3}{1 - \nu_{xy}^{n+1} \nu_{yx}^{n+1}} + \sum_{m=1}^n \frac{E_y^m \nu_{xy}^m}{1 - \nu_{xy}^m \nu_{yx}^m} (h_m^3 - h_{m+1}^3) \right], \tag{3}$$

$\nu_{21} = \nu_{12} \frac{D_2}{D_1}; D_{12} = D_1 \nu_{21};$

$D_3 = D_1 \nu_{21} + 2D_k.$

Здесь  $E_x^m, E_y^m, G_{xy}^m$  – модули Юнга в на-

правлении главных осей упругой симметрии многослойной пластины  $OX$  и  $OY$  и модуль сдвига в плоскости  $XOY$  для слоя с номером  $m$ ;  $\nu_{xy}^m, \nu_{yx}^m$  – коэффициенты Пуассона  $m$ -го слоя (первый индекс обозначает направление действия силы, второй – направление поперечной деформации).

Главные оси упругости пластины  $OX$  и  $OY$  совпадают с главными осями упругости срединного слоя (слой  $n+1$ , рис. 2). Для срединного слоя справедливы выражения:

$$E_x^{n+1} = E_1, E_y^{n+1} = E_2, G_{xy}^{n+1} = G_{12},$$

$$\nu_{xy}^{n+1} = \nu_{12}, \nu_{yx}^{n+1} = \nu_{21}.$$

Здесь  $E_1, E_2$  – модули упругости однонаправленного слоя в продольном и поперечном направлениях;  $G_{12}$  – модуль внутрислойного сдвига однонаправленного слоя;  $\nu_{12}, \nu_{21}$  – коэффициенты Пуассона однонаправленного слоя. Для остальных слоёв характеристики  $E_x^m, E_y^m, G_{xy}^m, \nu_{xy}^m, \nu_{yx}^m$  вычисляются следующим образом [3]:

$$E_x^m = \left( \frac{\cos^4 \varphi_m}{E_1} + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin^2 \varphi_m \cos^2 \varphi_m + \frac{\sin^4 \varphi_m}{E_2} \right)^{-1},$$

$$E_y^m = \left( \frac{\sin^4 \varphi_m}{E_1} + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin^2 \varphi_m \cos^2 \varphi_m + \frac{\cos^4 \varphi_m}{E_2} \right)^{-1},$$

$$\nu_{xy}^m = E_x \cdot \left( \frac{\nu_{12}}{E_1} \cdot (\sin^4 \varphi_m + \cos^4 \varphi_m) - \right. \\ \left. - \left[ \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right] \cdot \sin^2 \varphi_m \cos^2 \varphi_m \right),$$

$$G_{xy}^m = \left[ \left( \frac{1+\nu_{12}}{E_1} + \frac{1+\nu_{21}}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin^2 2\varphi_m + \frac{1}{G_{12}} \right]^{-1}, \nu_{yx}^m = \nu_{xy}^m \cdot \frac{E_y^m}{E_x^m}. \quad (4)$$

Здесь  $\varphi_m$  – угол укладки слоя с номером  $m$ .

Решение уравнения (2) целесообразно искать в виде суммы [1]:

$$w = w_1(x, y) + w_0(y), \quad (5)$$

где

$$w_1 = \sum_{n=0}^{\infty} x_n(x) \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (6)$$

$$w_0 = \frac{b^4}{D_2 \pi^4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n^4} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (7)$$

Здесь  $a_n$  – коэффициенты разложения в ряд нагрузки  $q(y)$ . Эти коэффициенты выражаются по формуле [1]:

$$a_n = \frac{2}{b} \int_0^b q \sin \frac{n\pi y}{b} dy. \quad (8)$$

Функция для прогибов представляется в виде [1]:

$$w = w_0(y) + \frac{b^4}{D_2 \pi^4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n^4} \times \\ \times \frac{s_2 \operatorname{sh} \frac{n\pi s_2 c}{2} \operatorname{ch} \frac{n\pi s_1 x}{b} - s_1 \operatorname{sh} \frac{n\pi s_1 c}{2} \operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 x}{b}}{s_1 \operatorname{sh} \frac{n\pi s_1 c}{2} \operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 c}{2} - s_2 \operatorname{sh} \frac{n\pi s_2 c}{2} \operatorname{ch} \frac{n\pi s_1 c}{2}} \times \\ \times \sin \frac{n\pi y}{2}. \quad (9)$$

Здесь

$$s_1 = \pm \sqrt{\frac{D_3}{D_1} + \sqrt{\left(\frac{D_3}{D_1}\right)^2 - D_2}};$$

$$s_2 = \pm \sqrt{\frac{D_3}{D_1} - \sqrt{\left(\frac{D_3}{D_1}\right)^2 - D_2}}. \quad (10)$$

Составляющие напряжения в слое  $m$  определяются по формулам [2]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^m &= z \frac{E_x^m}{1 - \nu_{xy}^m \nu_{yx}^m} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_{yx}^m \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ \sigma_y^m &= z \frac{E_y^m}{1 - \nu_{xy}^m \nu_{yx}^m} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_{xy}^m \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \\ \tau_{xy}^m &= z \cdot 2G_{xy}^m \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \right\}$$

## Влияние несбалансированности на напряжённое состояние и деформационное поведение многослойных пластин

Рассмотрим влияние несбалансированности на напряжённое состояние и деформационное поведение двухопорной и защемлённой пластин из слоистого углепластика на примере пятислойной пластины (рис. 3, 4).

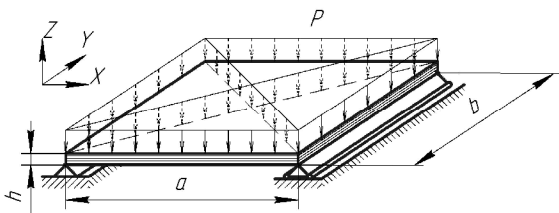


Рис. 3. Расчётная схема двухопорной слоистой композитной пластины

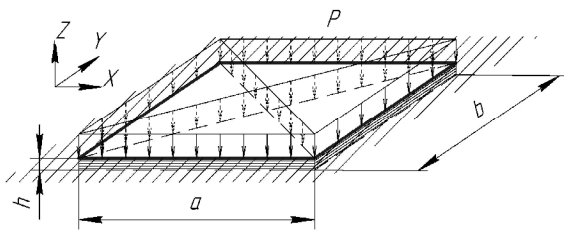


Рис. 4. Расчётная схема защемлённой слоистой композитной пластины

### Исходные данные:

толщина слоя  $h_c = 0,25$  мм; количество слоёв  $n = 5$ ;

толщина слоистого пакета  $h = h_c \cdot n = 0,25 \cdot 5 = 1,25$  мм;

длина пластины  $a = l = 250$  мм; ширина пластины  $b = 250$  мм;

распределённая по поверхности нагрузка  $P = 1000$  Па;

материалом однонаправленного слоя служит углепластик на основе эпоксидной матрицы с коэффициентом армирования  $\psi = 0,7$ .

Характеристики армирующего материала (углеродные волокна):

$$E_{e1} = 300 \text{ ГПа}; \quad E_{e2} = 9 \text{ ГПа}; \\ G_{e12} = 12 \text{ ГПа}; \quad \nu_{e12} = 0,15.$$

Здесь  $E_{e1}$  – продольный модуль упругости волокна,  $E_{e2}$  – поперечный модуль упругости волокна,  $G_{e12}$  – модуль сдвига волокна,  $\nu_{e12}$  – продольно-поперечный коэффициент Пуассона волокна (1 – направление нагружения, 2 – направление поперечной деформации).

Характеристики матрицы (эпоксидная смола):

$$E_m = 4,0 \text{ ГПа}; \quad G_m = 1,0 \text{ ГПа}; \\ \nu_m = 0,35.$$

Здесь  $E_m, G_m, \nu_m$  – модуль упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона матричного материала соответственно.

### Отклонение углов укладки

Изначально пластина имеет следующую сбалансированную схему укладки слоёв по толщине:  $(45 / -45 / 0 / -45 / 45)^0$ . Далее угол укладки внешнего слоя (слой №5) изменяется на  $\pm 3^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ$  и анализируется напряжённо-деформированное состояние пластины.

Расчёт напряжённо-деформированного состояния пятислойной пластины выполнялся с использованием программного продукта ANSYS. Необходимыми для расчёта в ANSYS исходными данными являются девять упругих характеристик элементарного слоя:  $E_1, E_2, E_3$  – модули упругости однонаправленного слоя в направлениях главных осей упругой симметрии слоя 1, 2 и 3, соответственно;  $G_{12}, G_{23}, G_{13}$  – модули сдвига в плоскостях 12, 23, 13, соответственно;  $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$  – коэффициенты Пуассона.

Упругие характеристики однонаправленного слоя, рассчитываемые по методу [3], следующие:  $E_1 = 211$  ГПа;  $E_2 = 6,55$  ГПа;  $G_{12} = 2,79$  ГПа;  $\nu_{12} = 0,21$ . Оставшиеся характеристики, влияющие на расчёт незначительно, приняты следующими:  $E_3 = 4$  ГПа;  $G_{23} = G_{13} = 1$  ГПа;  $\nu_{23} = \nu_{13} = 0,01$ .

Рассчитанные по формулам (3) изгибные и крутильные жёсткости составляют:

$$D_1 = 14,4 \text{ Па}\times\text{м}^3; \quad D_2 = 7,8 \text{ Па}\times\text{м}^3;$$

$$D_k = D_{66} = 7,1 \text{ Па}\times\text{м}^3;$$

$$D_{12} = D_1\nu_{12} = 6,9 \text{ Па}\times\text{м}^3;$$

$$D_3 = D_1\nu_{12} + 2D_k = 21,1 \text{ Па}\times\text{м}^3.$$

Зависимость прогибов пятислойных пластин из углепластика (защемлённой и двухопорной) от величины отклонения углов укладки внешнего слоя выглядит следующим образом (рис. 5).

Характер изменения нормальных напряжений вдоль волокон в крайних слоях наиболее напряжённых сечений пластин представлен на рис. 6, 7. Напряжения вычислялись в каждом слое в их локальных системах координат.

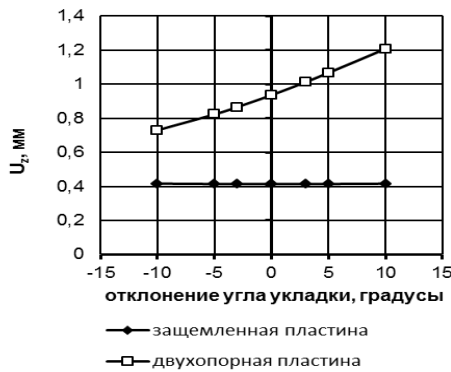


Рис. 5. Зависимость прогибов пятислойных пластин из углепластика от величины отклонения углов укладки внешнего слоя от сбалансированного состояния ( $45^\circ$ )

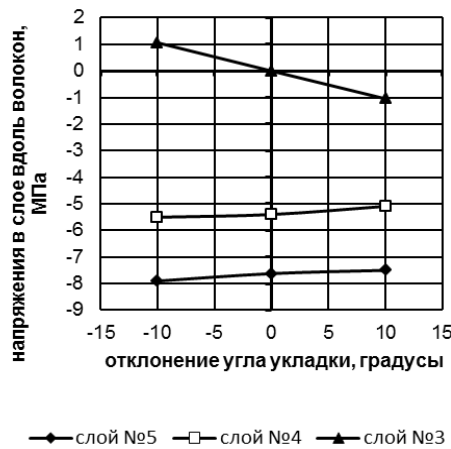


Рис. 6. Зависимость нормальных напряжений вдоль волокон в слоях пятислойной защемлённой пластины из углепластика от отклонения угла укладки внешнего слоя от сбалансированного состояния ( $45^\circ$ )

Для выявления влияния числа слоёв на величину изменения прогибов были рассмотрены двухопорные и защемлённые пластины, у которых количество слоёв составляло девять, тринадцать и семнадцать. Для этих пластин графики зависимостей прогибов и нормальных напряжений вдоль волокон не приводятся, так как они качественно схожи с графиками, приведёнными выше для пятислойных углепластиковых пластин.

На рис. 8 приведена зависимость максимального относительного изменения прогиба несбалансированных пластин по отношению к сбалансированным структурам.

При числе слоёв более пяти сбалансированные структуры укладки слоёв следующие:

- 9-слойная пластина —  $(45 / -45 / 30 / -30 / 0 / -30 / 30 / -45 / 45)^0$ ;
- 13-слойная пластина —  $(45 / -45 / 30 / -30 / 45 / -45 / 0 / -45 / 45 / -30 / 30 / -45 / 45)^0$ ;
- 17-слойная пластина —  $(45 / -45 / 30 / -30 / 45 / -45 / 15 / -15 / 0 / -15 / 15 / -45 / 45 / -30 / 30 / -45 / 45)^0$ .

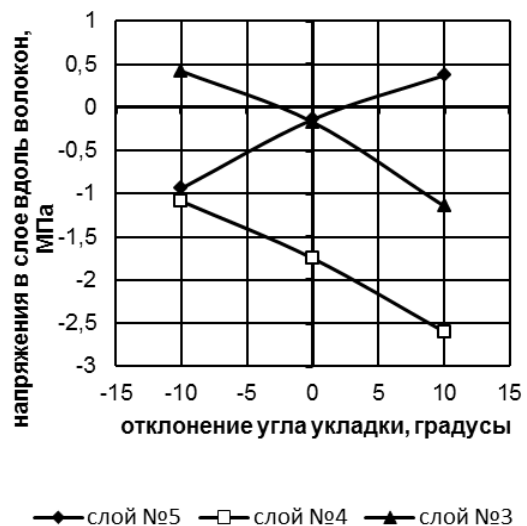


Рис. 7. Зависимость нормальных напряжений вдоль волокон в слоях пятислойной двухопорной пластины из углепластика от отклонения угла укладки внешнего слоя от сбалансированного состояния ( $45^\circ$ )

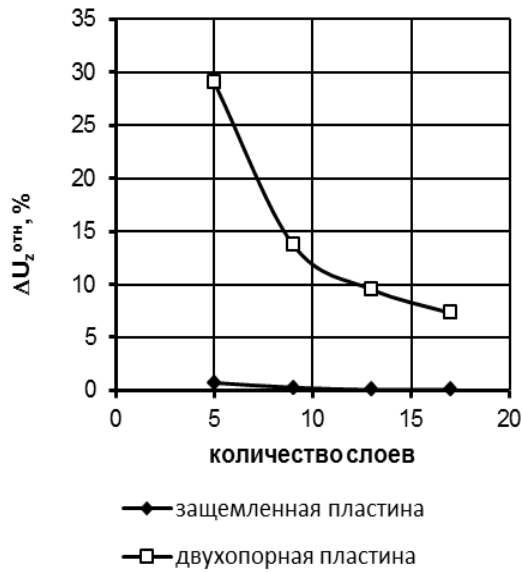


Рис. 8. Зависимость максимального относительного изменения прогиба (по отношению к сбалансированному состоянию) многослойных пластин от количества слоёв в них

Изменение прогиба вычислялось по формуле:

$$\Delta U = \frac{|U_{сбал} - U_{несбал}|}{U_{сбал}} \cdot 100\%$$

где  $U_{сбал}$  – прогиб пластины в сбалансированном состоянии,  $U_{несбал}$  – прогиб пластины в несбалансированном состоянии соответственно.

### Нарушение последовательности укладки

Рассмотрим влияние несбалансированности, вызванной нарушением последовательности укладки слоёв, на многослойных композитных пластинах с двухопорным и защемлённым видами закрепления в зависимости от числа слоёв и варианта нарушения последовательности укладки. Начнём с пятислойной пластины, имеющей следующую структуру в сбалансированном состоянии:

$$(45 / -45 / 0 / -45 / 45)^0$$

Варианты схем с нарушенной последовательностью укладки выглядят сле-

дующим образом:

а) нарушение последовательности укладки слоёв №5 и №4  $(45 / -45 / 0 / 45 / -45)^0$ ;

б) нарушение последовательности укладки слоёв №4 и №3  $(45 / -45 / -45 / 0 / 45)^0$ .

На рис. 9–11 показаны зависимости изменения прогиба и нормальных напряжений вдоль волокон в слоях пятислойной пластины от варианта нарушения последовательности укладки слоёв и способа закрепления.

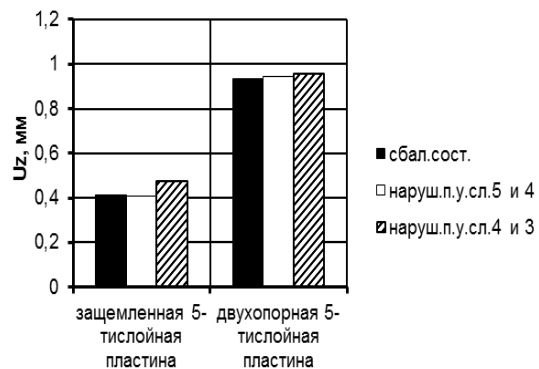


Рис. 9. Зависимость изменения прогиба пятислойных пластин от варианта нарушения последовательности укладки

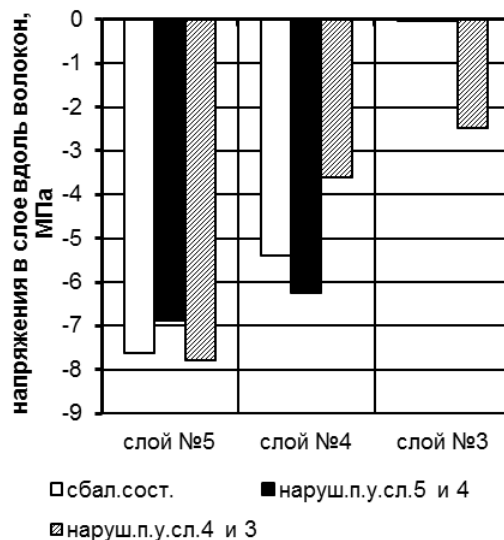


Рис. 10. Зависимость изменения нормальных напряжений вдоль волокон в слоях пятислойной защемлённой пластины от варианта нарушения последовательности укладки

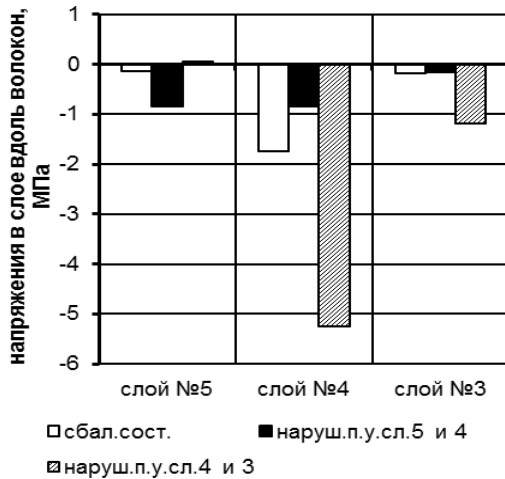


Рис. 11. Зависимость изменения нормальных напряжений вдоль волокон в слоях пятислойной двухопорной пластины от варианта нарушения последовательности укладки

Оценим влияние числа слоёв на величину несбалансированности, вызванной нарушением последовательности укладки. Структуры укладки в пластинах с числом слоёв более пяти аналогичны вышеуказанным. Для многослойных пластин был построен график относительного изменения прогиба в зависимости от числа слоёв в слоистом пакете и вида закрепления (рис. 12, 13).



Рис. 12. Зависимость относительного изменения прогиба (по отношению к сбалансированному состоянию) защемлённой пластины от числа слоёв и варианта нарушения последовательности укладки



Рис. 13. Зависимость относительного изменения прогиба (по отношению к сбалансированному состоянию) двухопорной пластины от числа слоёв и варианта нарушения последовательности укладки

Графики свидетельствуют о том, что нарушение последовательности укладки слоёв №3 и №4 (замена слоя  $\varphi^{(4)} = -45^0$  слоем  $\varphi^{(3)} = 0^0$ ) намного существеннее влияет на величину изменения прогибов, чем нарушение последовательности укладки слоёв №4 и №5 (когда слой  $\varphi^{(5)} = 45^0$  замещает слой  $\varphi^{(4)} = -45^0$ ). Изменение прогиба в первом случае составляет до 16%, во втором до 1...2%. С увеличением количества слоёв влияние несбалансированности, вызванной нарушением последовательности укладки слоёв, на деформационное поведение уменьшается.

### Вывод

Нарушение сбалансированности слоистых структур пластин, вызванное отклонениями углов укладки слоёв от расчётных, приводит к изменению как деформационного поведения, так и напряжённого состояния. Изменение зависит от величин отклонений углов укладки, числа слоёв, вида нагружения и граничных условий закрепления пластин. При числе слоёв  $\geq 13$  влияние отклонений углов укладки в пределах  $\pm 5^0$  на величину максимального прогиба незначительно (не превышает 5%).

Влияние несбалансированности слоистых пластин, вызванной нарушением последовательности укладки слоёв, на их напряжённо-деформированное состояние зависит от варианта нарушения последовательности укладки, и с увеличением числа слоёв влияние несбалансированности уменьшается.

Таким образом, при изготовлении изделий из слоистых композиционных материалов необходим тщательный контроль над процессом укладки слоёв при формировании изделия.

#### Библиографический список

1. Пластинки и оболочки из стеклопластиков [Текст]: учеб. пособие для ву-

зов / В. Л. Бажанов, И. И. Гольденблат, В. А. Копнов и др.; под общ. ред. проф. И. И. Гольденבלата; М-во высш. и сред. спец. образования СССР. – М.: Высшая школа, 1970. – 408 с.

2. Лехницкий, С. Г. Анизотропные пластинки [Текст] / С. Г. Лехницкий. – М. – Л.: ОГИЗ Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1947. – 354 с.

3. Первушин, Ю. С. Основы механики, проектирования и технологии изготовления изделий из слоистых композиционных материалов [Текст]: учеб. пособие / Ю. С. Первушин, В. С. Жернаков; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа, 2008. – 303с.

## PECULIARITIES OF STRAIN BEHAVIOUR AND STRESSED STATE OF PLATES MADE OF UNBALANCED LAMINATED COMPOSITE MATERIALS

© 2012 Y. S. Pervushin, P. V. Soloviev

Ufa State Aviation Technical University

The paper is devoted to the influence of unbalanced structures of multilayer composite materials produced by deviations of layer placement angles and faults in placement succession on the stressed state and strain behavior of laminated plates during bending. The influence of imbalance during bending is investigated on double-support restrained plates of rectangular cross-section acted upon by a load distributed over the surface for different numbers of layers. The results of imbalance influence on the strained and stressed state of multilayer plates are presented.

*Composite, lamina, imbalance, stress, strain, plate, anisotropy, orthotropy.*

#### Информация об авторах

**Первушин Юрий Сергеевич**, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, Уфимский государственный авиационный технический университет. E-mail: [pcomposit@mail.ru](mailto:pcomposit@mail.ru). Область научных интересов: исследования в области механики и термомеханики композиционных материалов.

**Соловьёв Павел Владимирович**, аспирант кафедры сопротивления материалов, Уфимский государственный авиационный технический университет. E-mail: [paulnightingale@mail.ru](mailto:paulnightingale@mail.ru). Область научных интересов: исследования в сфере механики стержневых конструкций из слоистых композиционных материалов.

**Pervushin Yuri Sergeevich**, doctor of technical sciences, professor of the department of strength of materials, Ufa State Aviation Technical University. E-mail: [pcomposit@mail.ru](mailto:pcomposit@mail.ru). Area of research: mechanics and thermomechanics of composite materials.

**Soloviev Pavel Vladimirovich**, postgraduate student of the department of strength of materials, Ufa State Aviation Technical University. E-mail: [paulnightingale@mail.ru](mailto:paulnightingale@mail.ru). Area of research: mechanics of rod structures made of laminated composite materials.