

УДК 621.438.082

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЛОЖНЫХ ЦИКЛОВ ГАЗОТУРБИНОЙ УСТАНОВКИ С РАЗНОЙ СТЕПЕНЬЮ ПОДОГРЕВА В ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СТУПЕНЯХ

©2014 В.А. Иванов

ОАО «Авиадвигатель», г. Пермь

Разработана методика нахождения параметров сложного цикла газотурбинной установки (ГТУ) с промежуточным подогревом при условии равенства эффективных коэффициентов полезного действия (КПД) простого и сложного циклов и разной степени подогрева газа в первой и второй ступени. Показано, что при условии равенства эффективных КПД простого и сложного циклов и уменьшении степени подогрева во второй ступени по сравнению с первой максимум работы и эффективного КПД достигается при степени повышения давления, оптимальной по эффективному КПД (экономической) для простого цикла, которая может являться функцией степени подогрева как в первой, так и во второй ступени. Установлено, что при условии равенства эффективных КПД простого и сложного циклов, уменьшении степени подогрева во второй ступени и экономической степени повышения давления, найденной в функции этой степени подогрева, обеспечивается большая величина максимальной работы, чем при экономической степени повышения давления, найденной в функции степени подогрева в первой ступени.

*Простой и сложный цикл, эффективный КПД, максимум работы и КПД.*

**Введение.** При практическом проектировании ГТУ сложного цикла с промежуточным подогревом возникает необходимость уменьшить степень подогрева во второй ступени  $\theta_2$  по сравнению с первой  $\theta_1$  с целью уменьшения расхода воздуха, отбираемого из компрессора на охлаждение второй высокотемпературной турбины. Это позволит повысить эффективность и надёжность ГТУ.

В работах [1,2] показано, что при условии равенства эффективных КПД простого (цикл 1-1) и сложного цикла с промежуточным подогревом (цикл 1-2)  $\eta_{el-1} = \eta_{el-2}$  и одинаковой степени повышения температуры (степени подогрева) в первой и второй ступенях  $\theta_1 = \theta_2$  максимум работы и эффективного КПД сложного цикла достигается при одинаковой степени повышения давления (СПД) - оптимальной по эффективному КПД (экономической) для простого цикла, являющейся функцией параметра  $\theta_1$ . Такая закономерность сложного цикла является принципиальным отличием от простого цикла, в котором при экономической СПД работа уменьшается с большим градиентом.

Рассмотрим, сохраняется ли указанная закономерность при разной степени подогрева газа в первой и второй ступенях

$\theta_1 \neq \theta_2$  сложного цикла с промежуточным подогревом и нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_1$  или  $\theta_2$ .

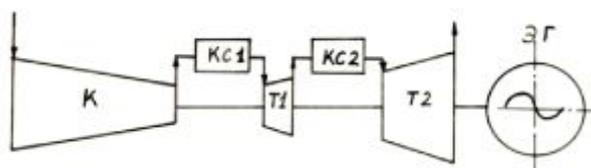


Рис.1. Схема ГТУ сложного цикла с промежуточным подогревом

**Нахождение параметров сложного цикла при разной степени подогрева газа в ступенях.** На рис. 1 показана схема ГТУ сложного цикла с промежуточным подогревом.

Введём обозначения:  $\theta = T_1/T_a$  - степень повышения температуры в цикле;  $\pi_\Sigma = p_k/p_a$  - общая степень повышения давления в цикле;  $\pi_{T1} = p_k/p_{T1}$  - степень понижения давления газа в первой ступени цикла (в первой турбине);  $\pi_{T2} = p_{T2}/p_a$  - степень понижения давления газа во второй ступени цикла (во второй турбине);  $e = \pi_\Sigma^{(\kappa-1)/\kappa}$ ;  $e_{T1} = \pi_{T1}^{(\kappa-1)/\kappa}$ ;  $e_{T2} = \pi_{T2}^{(\kappa-1)/\kappa}$ ;  $p$ ,  $T$  - полное давление и температура заторможенного потока;  $\kappa$  - компрессор;  $\kappa$  - камера сгорания;  $T$  - турбина; 1, 2 - первая и вторая ступень

понижения давления газа; а- окружающая атмосфера; г- газ; в- воздух; κ- показатель адиабаты (принято κ=κ<sub>г</sub>=κ<sub>в</sub>=1,4); η- КПД цикла и процессов сжатия (расширения) в цикле.

Для простоты простые и сложные циклы с промежуточным подогревом (далее просто сложные циклы) рассмотрим как действительный цикл с идеальным газом, газовая постоянная и показатель адиабаты которого остаются неизменными.

Пусть промежуточный подогрев газа увеличивает удельное количество подведённой теплоты (далее просто подведённой теплоты) на величину ΔQ, а эффективную удельную работу (далее просто работу) сложного цикла - на величину ΔL<sub>e</sub>. Тогда для эффективного КПД сложного цикла запишем выражение

$$\eta_{e1-2} = \frac{L_{e1-2}}{Q_{1-2}} = \frac{L_{e1-1} + \Delta L_e}{Q_{1-1} + \Delta Q} = \eta_{e1-1} \left( \frac{1 + \Delta L_e / L_{e1-1}}{1 + \Delta Q / Q_{1-1}} \right), \quad (1)$$

где η<sub>e1-1</sub>=L<sub>e1-1</sub>/Q<sub>1-1</sub>.

Очевидно, условие равенства эффективных кпд простого и сложного циклов η<sub>e1-1</sub>=η<sub>e1-2</sub> будет выполняться, если ΔL<sub>e</sub>/L<sub>e1-1</sub>=ΔQ/Q<sub>1-1</sub> или

$$\Delta L_e = \eta_{e1-1} \Delta Q. \quad (2)$$

Пусть степень понижения давления газа в первой ступени π<sub>г1</sub> – независимая переменная, обеспечивающая условие (2). Выразим приращения параметров ΔL<sub>e</sub>, ΔQ сложного цикла через параметры L<sub>e1-1</sub>, Q<sub>1-1</sub> простого цикла и независимую переменную π<sub>г1</sub>.

С этой целью запишем известные формулы [3] для относительной работы  $\bar{L}_e=L_e/(C_p T_a)$  и относительной подведённой теплоты  $\bar{Q}=Q/(C_p T_a)$  сложного цикла (отнесённых к произведению теплоёмкости на температуру атмосферного воздуха) при разной степени подогрева газа в первой θ<sub>1</sub> и второй θ<sub>2</sub> ступенях цикла.

$$\bar{L}_{e1-2} = \theta_1 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \eta_{\tau 1} + \theta_2 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 2}}\right) \eta_{\tau 2} - \frac{e-1}{\eta_{\kappa}}, \quad (3)$$

$$\bar{Q}_{1-2} = \left(\theta_1 - \frac{e-1}{\eta_{\kappa}} - 1\right) + \theta_2 - \theta_1 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \eta_{\tau 1}\right]. \quad (4)$$

Последняя формула в работе [3] преобразована в формулу

$$\bar{Q}_{1-2} = \left(\theta_2 - \frac{e-1}{\eta_{\kappa}} - 1\right) + \theta_1 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \eta_{\tau 1}. \quad (5)$$

Используя (3) и (5), запишем также формулу для эффективного КПД сложного цикла с учётом постоянной теплоёмкости газа во всех процессах

$$\eta_{e1-2} = \frac{\bar{L}_{e1-2}}{\bar{Q}_{1-2}} = \frac{\theta_1 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \eta_{\tau 1} + \theta_2 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 2}}\right) \eta_{\tau 2} - \frac{e-1}{\eta_{\kappa}}}{\left(\theta_2 - \frac{e-1}{\eta_{\kappa}} - 1\right) + \theta_1 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \eta_{\tau 1}}. \quad (6)$$

Формулы для относительной работы и подведённой теплоты простого цикла в зависимости от степени подогрева газа во второй ступени θ<sub>2</sub> имеют вид  $\bar{L}_{e1-1}=(e-1)(\theta_2 \eta_{\kappa} \eta_{\tau} / e - 1) / \eta_{\kappa}$  и  $\bar{Q}_{1-1}=[\theta_2 - (e-1) / \eta_{\kappa} - 1]$ .

Тогда формула (5) соответствует виду  $\bar{Q}_{1-2} = \bar{Q}_{1-1} + \Delta \bar{Q}$ . Приведём формулу (3) также к виду  $\bar{L}_{e1-2} = \bar{L}_{e1-1} + \Delta \bar{L}_e$ .

С этой целью вынесем за скобки член (e-1)/η<sub>κ</sub> и после преобразований получим следующее выражение для параметра  $\bar{L}_{e1-2}$

$$\bar{L}_{e1-2} = \frac{e-1}{\eta_{\kappa}} \left( \frac{\theta_2 \eta_{\kappa} \eta_{\tau 2}}{e} - 1 \right) + \theta_2 \eta_{\tau 2} \left[ \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \frac{\theta_1 \eta_{\tau 1}}{\theta_2 \eta_{\tau 2}} - \frac{e_{\tau 1}}{e} + \frac{1}{e} \right]. \quad (7)$$

Как видно из выражений (5) и (7), первые члены этих выражений при усло-

вии  $\eta_{\tau 2} = \eta_{\tau}$  являются параметрами простого цикла  $\bar{L}_{e1-1}$  и  $\bar{Q}_{1-1}$ , найденным в зависимости от параметра  $\theta_2$ , а оставшиеся члены приращениями этих параметров равны

$$\Delta \bar{L}_e = \theta_2 \eta_{\tau 2} \left[ \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \frac{\theta_1 \eta_{\tau 1}}{\theta_2 \eta_{\tau 2}} - \frac{e_{\tau 1}}{e} + \frac{1}{e} \right], \quad (8)$$

$$\Delta \bar{Q} = \theta_1 \left(1 - \frac{1}{e_{\tau 1}}\right) \eta_{\tau 1}. \quad (9)$$

Подставив выражения (8) и (9) в равенство (2), после преобразований получим квадратное уравнение относительно переменной  $\pi_{\tau 1}(e_{\tau 1})$ :

$$e_{\tau 1}^2 - \left[ \frac{\theta_1 \eta_{\tau 1}}{\theta_2 \eta_{\tau 2}} (1 - \eta_{e1-1}) e + 1 \right] e_{\tau 1} + \frac{\theta_1 \eta_{\tau 1}}{\theta_2 \eta_{\tau 2}} (1 - \eta_{e1-1}) e = 0$$

Решив это уравнение и отбросив не подходящий по физическому смыслу корень, найдём параметр  $\pi_{\tau 1 \text{равн.}\eta e}$  ( $e_{\tau 1 \text{равн.}\eta e}$ ), обеспечивающий выполнение условия  $\eta_{e1-1} = \eta_{e1-2}$ :

$$e_{\tau 1 \text{равн.}\eta e} = \frac{\theta_1 \eta_{\tau 1}}{\theta_2 \eta_{\tau 2}} (1 - \eta_{e1-1}) e. \quad (10)$$

Используя формулу (10) для параметра  $e_{\tau 1 \text{равн.}\eta e}$  и формулы (3), (5), (6) для работы, подведённой теплоты и эффективного КПД сложного цикла, а также известные формулы для параметров простого цикла, найдём зависимости этих параметров от общей СПД при одинаковой  $\theta_1 = \theta_2$  и разной  $\theta_1 > \theta_2$  степени подогрева в ступенях сложного цикла (рис. 2).

Как видно из рис. 2, в сложном цикле при условии  $\eta_{e1-1} = \eta_{e1-2}$  максимум эффективной работы и эффективного КПД, а также минимум подведённой теплоты при одинаковой степени подогрева в ступенях ( $\theta_1 = \theta_2$ ) и нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_1$  (линии 1) достигается при экономической СПД для простого цикла  $\pi_{\Sigma \text{опт} \eta e1-1}^1$ , соот-

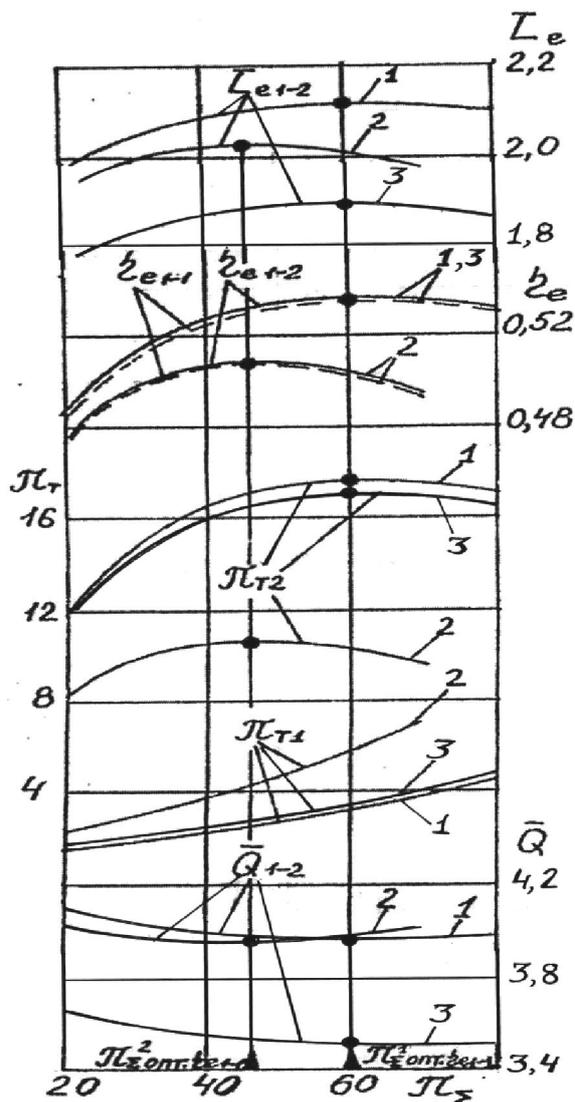


Рис. 2. Зависимость параметров простого (---) и сложного (—) циклов с промежуточным подогревом от общей степени повышения давления ( $\eta_{\kappa}^* = 0,85$ ;  $\eta_{m1}^* = 0,89$ ;  $\eta_{m2}^* = \eta_{m}^* = 0,94$ ): 1- сложный цикл при одинаковой степени подогрева в ступенях  $\theta_1 = \theta_2 = 6$  и простой цикл при  $\theta = 6$ ; 2- сложный цикл при разной степени подогрева в ступенях  $\theta_1 = 6, \theta_2 = 5,5$  и простой цикл при  $\theta = \theta_2 = 5,5$ ; 3- сложный цикл при разной степени подогрева в ступенях  $\theta_1 = 6, \theta_2 = 5,5$  и простой цикл при  $\theta = \theta_1 = 6$ ; • - экстремумы

ветствующей параметру  $\theta_1$ . При разной степени подогрева в ступенях ( $\theta_1 > \theta_2$ ) и нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_2$  (линии 2) – при экономической СПД  $\pi_{\Sigma \text{опт} \eta e1-1}^2$ , соответствующей параметру  $\theta_2$ . Покажем, что последний результат также является закономерностью.

Так как  $L_{e1-2} = \eta_{e1-1} Q_{1-2}$ , то для простоты достаточно показать, что функция  $\bar{Q}_{1-2} = f(\pi_\Sigma)$  имеет экстремум при экономической СПД  $\pi_{\Sigma_{\text{опт}\eta_{e1-1}}}$  и учесть, что произведение двух экстремумов в общем случае – также экстремальная величина.

Подставим формулу (10) в формулу подведённой теплоты (5), и после преобразований при  $\eta_{T2} = \eta_T$  получим

$$\bar{Q}_{1-2} = (\theta_2 - \frac{e-1}{\eta_k} - 1) / [1 - \frac{\theta_2 \eta_T}{e(\theta_2 \eta_T + 1 - \theta_2)}] + \theta_1 \eta_{T1} \quad (11)$$

Заметим, что полученная формула (11) не включает параметр  $e_{T1}$  и является простой функцией двух переменных  $\theta_2$  и  $e$ . Дифференцируя (11) по параметру  $e$  и приравнявая производную к нулю, после преобразований получим квадратное уравнение

$$e^2 - \frac{2\theta_2 \eta_T}{\theta_2 \eta_T + 1 - \theta_2} e + \frac{\theta_2 \eta_T (\theta_2 \eta_k + 1 - \eta_k)}{\theta_2 \eta_T + 1 - \theta_2} = 0$$

Решив это уравнение, найдём подходящий по физическому смыслу корень

$$e_{\text{опт.}Q_{1-2}} = \frac{\theta_2 \eta_T - \sqrt{\theta_2^2 \eta_T^2 - \theta_2 \eta_T (\theta_2 \eta_T + 1 - \theta_2) (\theta_2 \eta_k + 1 - \eta_k)}}{(\theta_2 \eta_T + 1 - \theta_2)} \quad (12)$$

Формула (12) совпадает с известной формулой для экономической СПД  $\pi_{\text{опт}\eta_{e1-1}} (e_{\text{опт}\eta_{e1-1}})$ , если она является функцией параметра  $\theta_2$ . Следовательно, функции  $\bar{L}_{e1-2} = f(\pi_\Sigma)$  и  $\bar{Q}_{1-2} = f(\pi_\Sigma)$  имеют экстремум при этой экономической СПД. Параметрические расчёты показывают, что это минимум подведённой теплоты  $\bar{Q}_{1-2\text{мин}}$  и максимум работы сложного цикла  $\bar{L}_{e1-2\text{макс}}$ .

Из рис. 2 видно также, что в сложном цикле при условии  $\eta_{e1-1} = \eta_{e1-2}$ , разной степени подогрева в ступенях цикла ( $\theta_1 > \theta_2$ ) и нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_2$  максимум эффективного КПД достигается

при максимуме степени понижения давления газа во второй ступени. Покажем, что это является закономерностью, также как при одинаковой степени подогрева  $\theta_1 = \theta_2$  в ступенях сложного цикла [1,2].

Используя формулу (10), получим следующее выражение для степени понижения давления газа во второй ступени сложного цикла  $\pi_{T2}(e_{T2})$ :

$$e_{T2} = \frac{e}{e_{T1}} = \frac{1}{\theta_1 \eta_{T1} / (\theta_2 \eta_{T2}) (1 - \eta_{e1-1})} \quad (13)$$

Из уравнения видно, что максимум степени понижения давления газа во второй ступени при разной степени подогрева в ступенях сложного цикла ( $\theta_1 > \theta_2$ ) соответствует максимуму эффективного КПД простого цикла  $\eta_{e1-1}$ .

Как видно из рис. 2, в сложном цикле при условии  $\eta_{e1-1} = \eta_{e1-2}$ , разной степени подогрева в ступенях ( $\theta_1 > \theta_2$ ) и нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_1$  максимум эффективной работы и эффективного КПД (линии 3) достигается также при экономической СПД для простого цикла  $\pi_{\Sigma_{\text{опт}\eta_{e1-1}}}$ , соответствующей параметру  $\theta_1$ . Однако величина максимума  $L_{e1-2\text{макс}}$  значительно меньше, чем при нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_2$ .

Таким образом, при разной степени подогрева в ступенях ( $\theta_1 > \theta_2$ ) упомянутая закономерность изменения параметров сложного цикла, являющаяся принципиальным отличием от простого цикла, не зависит от метода нахождения параметров простого цикла: в зависимости от параметра  $\theta_1$  или  $\theta_2$ . От этих параметров зависит лишь величина экономической СПД и, соответственно, эффективного КПД цикла.

**Эффективность сложных циклов при параметрах простого цикла, найденных в зависимости от степени подогрева газа в первой или второй ступени.** Эффективность сложных циклов при условии равенства эффективных КПД простого и сложного циклов определяется

увеличением их работы по сравнению с работой простого цикла. Наибольшая эффективность сложного цикла обеспечивается при параметрах простого цикла, найденных в зависимости от степени подогрева газа во второй ступени сложного цикла  $\theta_2$ . Это объясняется тем, что как видно из рис. 2, при зависимости параметров простого цикла от параметра  $\theta_2$  (линии 2) с уменьшением степени подогрева газа во второй ступени сложного цикла по сравнению с первой ( $\theta_2 < \theta_1$ ) увеличивается степень понижения давления газа в первой ступени  $\pi_{T1}$  пропорционально увеличению отношения  $\theta_1/\theta_2$ , как это видно из формулы (10), и становится больше, чем при зависимости параметров простого цикла от параметра  $\theta_1$  (линии 1). Пропорционально увеличению параметра  $\pi_{T1}$  понижается температура газа на выходе из первой ступени и увеличивается количество теплоты, подведённое во второй ступени.

В результате, при уменьшении параметра  $\theta_2 < \theta_1$  остаётся постоянным общее количество подведённой в сложном цикле теплоты  $Q_{1-2 \text{ мин}}$ , соответствующее экономической СПД  $\pi^2_{\text{опт}\eta_{e1-1}}$ . Максимум работы сложного цикла  $L_{e1-2 \text{ макс}}$ , достигаемый также при этой экономической СПД, уменьшается лишь пропорционально уменьшению максимума эффективного КПД сложного цикла, как это следует из формулы:  $L_{e1-2} = \eta_{e1-1} Q_{1-2}$ .

Как видно из рис. 2, при зависимости параметров простого цикла от параметра  $\theta_1$  (линии 3) с уменьшением степени по-

догрева газа во второй ступени сложного цикла по сравнению с первой ( $\theta_2 < \theta_1$ ) остаётся практически постоянной степень понижения давления газа в первой ступени  $\pi_{T1}$  и соответственно остаётся постоянной температура газа на выходе из первой ступени.

В результате, при уменьшении параметра  $\theta_2 < \theta_1$  уменьшается количество теплоты, подведённой во второй ступени, и общее количество подведённой в сложном цикле теплоты  $Q_{1-2 \text{ мин}}$ , соответствующее экономической СПД  $\pi^1_{\text{опт}\eta_{e1-1}}$ .

Уменьшается и максимум работы сложного цикла  $L_{e1-2 \text{ макс}}$  пропорционально уменьшению минимального количества подведённой теплоты  $Q_{1-2 \text{ мин}}$  при сохранении максимума эффективного КПД.

**Вывод.** При условии равенства эффективных КПД простого и сложного циклов, уменьшении степени подогрева газа во второй ступени сложного цикла по сравнению с первой ( $\theta_2 < \theta_1$ ) и нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_2$  остаётся постоянным минимальное количество подведённой в сложном цикле теплоты, соответствующее экономической СПД. Это обеспечивает большую величину максимальной работы цикла при этой СПД, чем при нахождении параметров простого цикла в зависимости от параметра  $\theta_1$ , когда минимальное количество подведённой теплоты, соответствующее экономической СПД, уменьшается с уменьшением параметра  $\theta_2$ .

### Библиографический список

1. Иванов В.А. Оптимизация цикла газотурбинных установок. Пермь: ПГТУ, 2006. 112 с.
2. Иванов В.А. Исследование эффективности реальных циклов ГТД с одно- и двухступенчатым подводом тепла при равенстве их эффективных КПД // Известия вузов. Авиационная техника. 1995. № 3. С. 26-31.
3. Теория реактивных двигателей / под ред. Б.С. Стечкина. Ч. 2. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1954. 496 с.

**Информация об авторе**

**Иванов Вадим Александрович**, кандидат технических наук, инженер-конструктор первой категории, ОАО «Авиадвигатель». E-mail: [iva-](mailto:iva-perm@rambler.ru)

[perm@rambler.ru](mailto:perm@rambler.ru). Область научных интересов: оптимизация термодинамических циклов газотурбинных двигателей.

**EFFICIENCY OF COMPLEX CYCLES OF A GAS TURBINE UNIT WITH VARYING DEGREES OF HEATING IN THE FIRST AND SECOND STAGES**

©2014 V.A. Ivanov

Joint-Stock Company «Aviadvigatel», Perm, Russian Federation

The method of finding parameters of complex cycle gas turbine with intermediate heating is created, provided that effective efficiencies of simple and complex cycles are equal and the degree of gas heating at the first and second stages is different. It is shown, that under the conditions of equality effective efficiencies of simple and complex cycles and decrease of the degree of gas heating at the second stage compared with that at the first one, the work and effective efficiency maximum is achieved at of the degree of increase of pressure is optimal in terms of effective efficiency (economic) for the simple cycle, which may be the function of the degree of gas heating both at the first and the second stage. It is found that under the conditions of equality effective efficiencies of simple and complex cycles, decrease of the degree of gas heating at the second stage and economic of the degree of increase of pressure determined as the function this of degree of heating, provides a higher work maximum compared with that achieved under economic of the degree of increase of pressure determined as the function of the degree of gas heating at the first stage.

*Simple and complex cycle, effective efficiency, maximum of work and efficiency.*

**References**

1. Ivanov V.A. Optimizatsiya tsikla gazoturbinnnykh ustanovok [Optimization of gas turbine units cycles]. Perm: Perm National Research Polytechnic University Publ., 2006. 112 p.
2. Ivanov V.A. Effective research of actual gas turbine cycles with single and two-stage heat application at condition theirs equality effective efficiency // Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika. 1995. No. 3. P. 26-31. (In Russ.)
3. Teoriya reaktivnykh dvigateley [Theory of jet engines / edit by B.S. Stechkin]. Moscow: VVIA named N.E. Zhukovskogo Publ., 1954. 496 p.

**About the author**

**Ivanov Vadim Alexandrovich**, Candidate of Science (Engineering), 1st class design engineer in “Aviadvigatel” Public Cor-

poration. E-mail: [iva-perm@rambler.ru](mailto:iva-perm@rambler.ru). Area of Research: optimization of gas turbine engine heat cycles.