

*Е.В. Михайлова, В.Н. Никишов, Л.А. Сараев\**

## ОЦЕНКА РИСКА НЕИСПОЛНЕНИЯ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСКИХ КОНТРАКТОВ ПРИ НАЛИЧИИ ФРАНШИЗЫ

Статья посвящена анализу влияния франшизы на стоимость рисков. Рассмотрен механизм оценки риска неисполнения обязательств по предпринимательским контрактам при наличии франшизы. Приведен алгоритм, который позволяет рассчитывать размер тарифных нетто-ставок в зависимости от размера франшизы. Полученное выражение для расчета нетто-ставки при  $w \rightarrow 0$  совпадает с выражением для расчета тарифной ставки в методике, рекомендованной Федеральной службой Российской Федерации по надзору за страховой деятельностью для рискованных видов страхования.

*Ключевые слова и фразы: франшиза, рискованные виды страхования, предпринимательский контракт.*

Осуществление предпринимательской деятельности неразрывно связано с заключением договоров. Под обязательством, согласно Гражданскому кодексу РФ (ст. 307 ГК РФ), понимается обязанность одного лица (должника) совершить определенное действие в пользу другого лица (кредитора) либо воздержаться от него. Обязательства возникают из договора, вследствие причинения вреда и иных оснований, предусмотренных ГК РФ. Обязательства должны исполняться надлежащим образом и в срок в соответствии с условиями обязательства.

Гражданский кодекс РФ предусматривает следующие основные способы обеспечения исполнения обязательств:

– неустойка (ст. 330 ГК РФ) – денежная сумма, которую должник обязан уплатить кредитору в случае неисполнения или ненадлежащего исполнения взятых на себя обязательств [1.С.129];

---

\*© Михайлова Е.В., Никишов В.Н., Сараев Л.А., 2008

Михайлова Елена Владимировна, Никишов Виктор Николаевич, Сараев Леонид Александрович, кафедра математики, информатики и математических методов в экономике Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.



– залог (ст. 334 ГК РФ) – в силу залога кредитор имеет право в случае неисполнения должником обязательства получить удовлетворение из стоимости заложенного имущества [1.С.129–130];

– удержание имущества должника (ст. 359 ГК РФ) – право кредитора удерживать вещь, подлежащую передаче должнику, в случае неисполнения последним обязательств по ее оплате до исполнения соответствующего обязательства [1.С.140];

– поручительство (ст. 361 ГК РФ) – обязанность третьего лица (поручителя) отвечать за исполнение должником его обязательств перед кредитором полностью или в части [1.С.140];

– банковская гарантия (ст. 368 ГК РФ) – письменное обязательство банка (иного кредитного учреждения, страховой организации) уплатить кредитору денежную сумму в соответствии с условиями выданной гарантии по требованию последнего [1.С.142];

– задаток (ст. 380 ГК РФ) – денежная сумма, выдаваемая одной стороной в счет причитающихся с нее по договору платежей другой стороне, в обеспечение исполнения договора [1.С.144–145].

Договором могут быть предусмотрены и иные способы обеспечения исполнения обязательств.

В случае значительного объема контрактов предприниматель за счет средств предварительной оплаты фактически самостоятельно формирует компенсационный фонд. Средства фонда покрывают неисполнение обязательств по портфелю контрактов.

Неисполнение обязательств контрагентами в полном объеме происходит в основном только в случае банкротства контрагента. В иных случаях идет судебное разбирательство, в котором размер убытков оценивается в соответствии с действующим законодательством, а не с условиями договора и, как правило, размер компенсации меньше, чем в случае прямого исполнения контрактов.

Чтобы не доводить до судебных разбирательств, предприниматель может принять решение о передаче рисков неисполнения обязательств по портфелю контрактов на страхование. Однако в случае передачи контрактов страховщику на страхование неисполнения обязательств плата страховщику (премия) будет еще больше, так как, если предприниматель взимает предоплату на уровне нетт-ставки  $H$  (минимальный размер), то страховщик добавляет к ней нагрузку  $f \cdot \Pi$  (на расходы страховщика). В результате премия страховщику устанавливается в размере  $\Pi = H + f \cdot \Pi = H / (1 - f)$ . Нагрузка  $f$  в процентах сегодня составляет от 10 до 30%.

Заметим, что предпринимателю имеет смысл передавать риск страховщику в случае небольшого портфеля контрактов или в случае, когда портфель край-



не неоднороден и по некоторым из них возможны большие размеры убытков. У страховщика же имеется возможность формировать более значительный портфель по рискам многих предпринимателей, уменьшая тем самым риск возможных отклонений суммарного размера убытков. Кроме того, страховщики, являясь профессионалами, проводят оценку риска точнее предпринимателя.

В любом случае, предпринимателю необходимо располагать какой-то оценкой размера минимальной платы, взимаемой в целях покрытия неисполнения обязательств по контракту. Располагая данной информацией, ее можно отражать в условиях контрактов. В этом случае, помимо оценки суммарного размера убытков по портфелю контрактов, актуальным становится вопрос о минимизации расходов на страхование.

Как известно, стоимость страхования зависит от размера собственного участия страхователя в убытках – наличия франшизы. Различают условную и безусловную франшизы. Условная франшиза означает, что страхователь обращается к страховщику за выплатой страхового возмещения только в случае превышения размера убытка над пороговым значением (условной франшизой), а иначе покрывает самостоятельно. Безусловная франшиза всегда уменьшает размер убытка на размер франшизы. Условная франшиза в целом незначительно уменьшает стоимость страхования и предназначена в основном для сокращения экспертных и иных расходов страховщика по урегулированию мелких убытков. Безусловная франшиза может значительно уменьшить стоимость страхования [2.С.50-57], но только в тех случаях, когда средний размер убытка и размер франшизы различаются не слишком сильно.

Проанализируем влияние франшизы на стоимость рисков. Рассмотрим модель страхового портфеля:

$$Z = \sum_{j=1}^n X_j,$$

где  $X_j$  – размер страхового возмещения по  $j$ -му риску ( $X_j$  – совокупность одинаково распределенных случайных величин);  $n$  – число рисков в страховом портфеле;  $Z$  – совокупный убыток от портфеля рисков.

Введем случайную величину  $\eta = \frac{(Z - E(Z))}{\sqrt{Var(Z)}}$ , которая является асимпто-

тически нормально распределенной случайной величиной со средним значением  $E(\eta) = 0$  и дисперсией  $Var(\eta) = 1$ . Здесь асимптотика справедлива при больших значениях  $n$ . Классическая оценка скорости сходимости в центральной предельной теореме установлена неравенством Бери – Эссеена [3.С.620].

Пусть гарантии результатов расчета заданы значением  $\gamma$   
 $P(\eta < \alpha(\gamma)) \geq \gamma = P(Z < Z_{max} = E(Z) + \alpha(\gamma) \cdot \sqrt{Var(Z)}),$  где



$\alpha(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha(\gamma)} \exp(-\frac{t^2}{2}) \cdot dt \geq \gamma$  – квантиль уровня  $\gamma$  стандартного нормального распределения.

Размер страхового фонда  $\Phi$  формируется на основе тарифной ставки  $t$  от страховой суммы  $\Phi = t \cdot \sum_{j=1}^n S_j = t \cdot n \cdot S_0$ , где  $S_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n S_j$  – средняя страховая сумма на уровне, достаточном для выплат с гарантированностью на уровне  $\gamma = P(\Phi > Z_{\max})$ . Тогда получаем выражения для тарифной нетто-ставки:

$$t_{\min} = \frac{1}{nS_0} E(Z) + \alpha(\gamma) \frac{1}{nS_0} \sqrt{Var(Z)}.$$

В силу независимости рисков  $E(Z) = n \cdot E(X)$  и  $Var(Z) = n \cdot Var(X)$  получаем:

$$t_{\min} = \frac{1}{S_0} E(X) + \alpha(\gamma) \frac{1}{S_0 \sqrt{n}} \sqrt{Var(X)}.$$

Совокупность одинаково распределенных случайных величин  $X_j$  может быть представлена в виде  $X = I(X) \cdot Y$ , где  $I(X) = \begin{cases} 0 & \text{if } X = 0 \\ 1 & \text{if } X > 0 \end{cases}$  – индикатор, который свидетельствует о наступлении убытка у страхователя,  $Y$  – размер фактического убытка по  $j$  риску. Пусть  $W(s) = P(S < s)$  – распределение страховых сумм в портфеле,  $G(y) = P(Y < y)$  – распределение размера фактического убытка,  $F(\xi) = P(\chi < \xi)$  – распределение степени ущерба  $\chi$  (отношение размера убытка к страховой сумме  $\chi = Y/S$ ), тогда справедливо

соотношение:  $G(y) = \int_0^{\infty} F(y/s) \cdot dW(s) ds$ . В случае, когда портфель вырожденный

$dW(s) = \delta(s - S_0) ds$ , получаем  $G(y) = F(y/S_0) = \int_0^{y/S_0} f(\chi) d\chi$ .

Представим размер страхового возмещения при наличии франшизы в виде:

$$\chi = I(X) \cdot I(w) \cdot (Y - d)_+,$$

где  $\chi$  – случайная величина, описывающая распределение степени ущерба при наступлении убытка по любому  $j$ -му риску;  $w = d/S$  – величина, показывающая

долю франшизы в страховой сумме  $S$ ;  $I(w) = \begin{cases} 0 & \text{if } Y/S \leq w \\ 1 & \text{if } Y/S > w \end{cases}$  –



индикатор, который свидетельствует о наступлении убытка у страховщика, что не совпадает с убытками страхователя при наличии франшизы;

$$(Y-d)_+ = \begin{cases} 0 & \text{if } Y \leq d \\ 1 & \text{if } Y > d \end{cases} - \text{индикатор, который свидетельствует о превыше-}$$

нии объема ущерба над объемом франшизы. Пусть  $q$  – вероятность наступления убытка у страхователя по любому  $j$ -му риску, тогда  $E(I(X)) = q$ ,  $Var(I(X)) = q \cdot (1-q) = q \cdot p$ .

Случайная величина  $\chi$  есть отношение фактического убытка страхователя к страховой сумме (по сути дела, здесь  $\chi = Y/S$  вместо обычного  $\chi = X/S$ ), то есть распределение нормированного фактического убытка страхователя по риску и описывается бета-распределением [4]:

$$f(\chi; a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \chi^{a-1} (1-\chi)^{b-1},$$

где параметры бета-распределения могут быть выражены через среднее значение  $E(\chi) = \chi_0$  и дисперсию  $Var(\chi) = \sigma^2(\chi)$ :

$$a = -\chi_0 + \chi_0^2 \cdot (1-\chi_0) / \sigma^2(\chi), \quad (1)$$

$$b = (1-\chi_0) \cdot a / \chi_0.$$

Отметим, что бета – функция является встроенной функцией ВЕТАРАСП (x; a; b; A; B) MS EXCEL. Тогда среднее

значение  $E(I(w)) = 1 - F(w; a, b) = \int_w^1 f(\chi) d\chi$ , дисперсия

$$Var(I(w)) = F(w; a, b) \cdot (1 - F(w; a, b)), \text{ где } F(w, a, b) = \text{ВЕТАРАСП}(w; a; b).$$

Вычислим

$$\begin{aligned} S^{-1} \cdot E(Y-d)_+ &= E(\chi-w)_+ = \int_w^1 (\chi-w) \cdot f(\chi) \cdot d\chi = \\ &= \Delta\Gamma(1) \cdot (1 - F(w; a+1, b)) - w \cdot (1 - F(w; a, b)), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{где } \Delta\Gamma(1) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a+b+1)} \cdot \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(a)} = \frac{a}{a+b} = \chi_0$$

$$S^{-2} \cdot E[(Y-d)_+]^2 = E[(\chi-w)_+]^2 = \int_w^1 [\chi^2 - 2w(\chi-w) - w^2] \cdot f(\chi) \cdot d\chi = \quad (3)$$

$$= -2w \cdot E(\chi-w)_+ - w^2 \cdot (1 - F(w; a, b)) + \Delta\Gamma(2) \cdot (1 - F(w; a+2, b)),$$

$$\text{где } \Delta\Gamma(2) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a+b+2)} \cdot \frac{\Gamma(a+2)}{\Gamma(a)} = \frac{a \cdot (a+1)}{(a+b)(a+b+1)} = E(\chi^2) = \sigma^2(\chi) + \chi_0^2.$$



При  $w=0$   $E(\chi - w)_+ = \chi_0$ ,  $E[(\chi - w)_+]^2 = \sigma_0^2(\chi) + \chi_0^2$ . При этом:

$$Var(Y - d)_+ = E[(Y - d)_+]^2 - [E(Y - d)_+]^2,$$

$$S^{-2} \cdot Var(Y - d)_+ = E[(\chi - w)_+]^2 - [E(\chi - w)_+]^2.$$

Таким образом,

$$E(X) = q \cdot (1 - F(w; a, b)) \cdot S \cdot E(\chi - w)_+;$$

$$Var(X) = q \cdot (1 - F(w; a, b)) \cdot S^2 \cdot \{ E[(\chi - w)_+]^2 - q \cdot (1 - F(w; a, b)) \cdot [E(\chi - w)_+]^2 \}$$

При  $w \rightarrow 0$ :  $E(X) \rightarrow q \cdot \chi_0$ ,  $Var(X) \rightarrow q \cdot S^2 \cdot \sqrt{(\sigma^2(\chi) + \chi_0^2) - q\chi_0^2}$ . В силу независимости рисков  $E(Z) = n \cdot E(X)$  и  $Var(Z) = n \cdot Var(X)$

$$t \geq t_{\min} = H = \frac{1}{nS} E(Z) + \alpha(\gamma) \frac{1}{nS} \sqrt{Var(Z)} = H_0 + H_p$$

принимает вид:

$$t_{\min} = (1 - F(w; a, b)) \cdot E(\chi - w)_+ \left\{ 1 + \frac{\alpha(\gamma)}{\sqrt{nq \cdot (1 - F(w; a, b))}} \sqrt{\frac{E[(\chi - w)_+]^2}{[E(\chi - w)_+]^2} - q(1 - F(w; a, b))} \right\}.$$

Полная нетто-ставка  $H$  здесь состоит из основной нетто-ставки  $-H_0$  и рискованной надбавки  $-H_p$ . Основная часть нетто-ставки обеспечивает вероятность неразорения до уровня  $-50\%$ , рискованная надбавка поднимает вероятность до уровня  $\gamma$ .

$$t_{\min}(w) \rightarrow t_{\min}(0) = H = q \cdot \chi_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\alpha(\gamma)}{\sqrt{n \cdot q}} \sqrt{1 - q + \frac{\sigma^2(\chi)}{\chi_0^2}} \right] = H_0 + H_p \quad (4)$$

при  $w \rightarrow 0$ .

Полученное выражение (4) совпадает с выражением для расчета тарифной ставки в методике, рекомендованной Федеральной службой Российской Федерации по надзору за страховой деятельностью для расчета тарифных ставок для рискованных видов страхования, так как в данном случае  $\sigma^2(\chi)/\chi_0^2 = \sigma^2(Y)/Y_0^2$ , где  $Y_0 = E(Y)$  – средний размер убытка при отсутствии франшизы и  $Var(Y) = \sigma^2(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$  – дисперсия размера убытка при отсутствии франшизы.

Приведем алгоритм вычисления размер тарифных нетто-ставок в зависимости от размера франшизы и размер брутто-ставок при нагрузке на нетто-ставку  $f$ .



Шаг 0. Задаем число рисков в страховом портфеле  $n$ ; вероятность наступления убытка у страхователя по  $j$  риску  $q$ ; среднюю степень ущерба  $\chi_0 = Y_0/S_0$ ; дисперсию степени ущерба  $\sigma^2(\chi)$ , где

$$\sigma(\chi) = \frac{\sigma(Y)}{S} = \frac{\sigma(Y)}{Y_0} \cdot \frac{Y_0}{S} = \frac{\sigma(Y)}{Y_0} \cdot \chi_0;$$

Шаг 1. Вычисляем параметры бета-распределения по (1).

Шаг 2. Задаем гарантированность  $\gamma$  и квантиль  $\alpha(\gamma)$ .

Шаг 3. Меняя  $w$  в необходимом интервале (например, из диапазона  $w \in (0.001 \div 0.5)$  с любым требуемым шагом) выполняем:

3.1 Вычисляем  $F(w; a, b)$ ,  $F(w; a+1, b)$ ,  $F(w; a+2, b)$ , используя ВЕТА-РАСП( $w; a; b$ ).

3.2 Вычисляем  $E(\chi - w)_+$  и  $E[(\chi - w)_+]^2$ , используя (2) и (3) соответственно.

3.3 Вычисляем  $t_{\min}(w)$ , используя (4).

В результате получаем размер тарифной нетто-ставки в зависимости от размера франшизы и размер брутто-ставки  $T(w) = \Pi = t_{\min}(w)/(1-f) = H/(1-f)$  при нагрузке на нетто-ставку в  $f$ .

При расчете тарифа с учетом франшизы необходимо контролировать форму кривой бета-распределения при параметрах, вычисляемых из априори заданных значений средней степени ущерба и вариации размера убытка (табл. 1). Контроль необходим с целью, чтобы форма кривой бета-распределения (рис. 1) при данных значениях параметра имела нужный, например колоколообразный, вид (или близкий к нему).

Таблица 1

Параметры бета-распределения

	$\chi_0$	$\sigma(Y)/Y_0$	$a$	$b$
(1)	0,3	0,5	2,5	5,83(3)
(2)	0,7	0,6	0,13(3)	0,057143



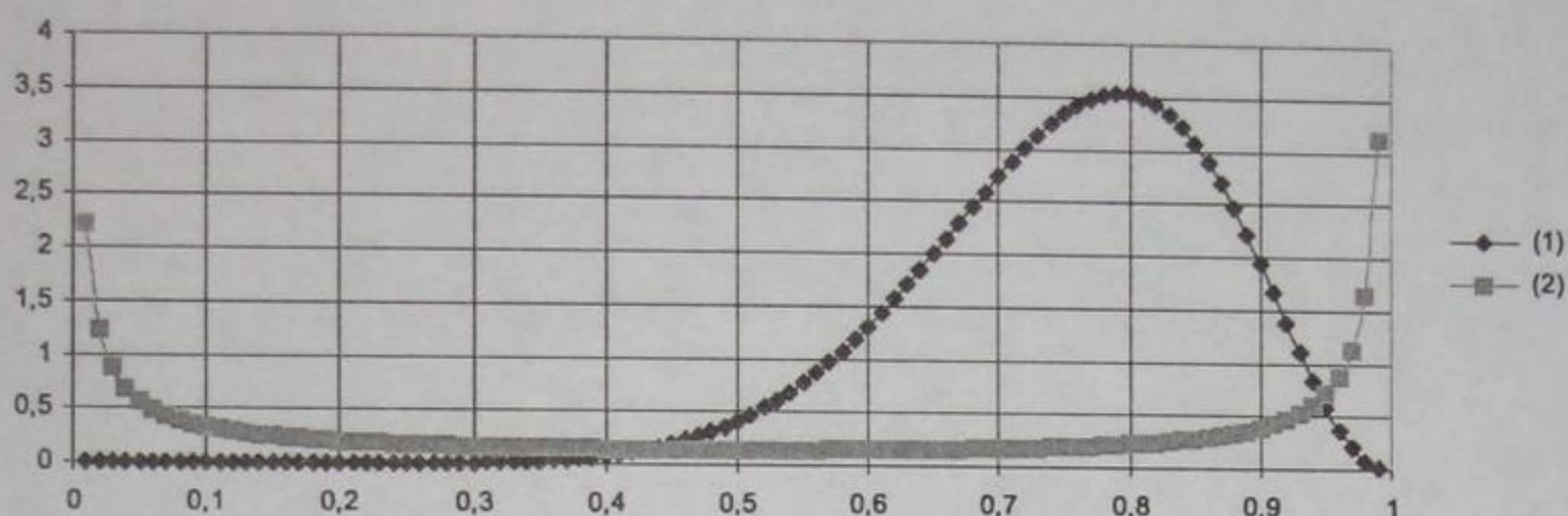


Рис. 1. Форма кривой бета-распределения (1) и (2).

Проведем расчеты. Параметры портфеля контрактов приведены в табл. 2.

Таблица 2

### Параметры портфеля контрактов

Гарантированность $\gamma$	0,95
Квантиль уровня $\gamma$ стандартного нормального распределения – $\alpha(\gamma)$	1,645
Количество планируемых договоров страхования – $n$	1000
Вероятность наступления страхового случая – $q$	0,020
Степень ущерба – $\chi_0 = Y_0 / S_0$	0,750

При данных параметрах применение полученных выражений при нулевом размере франшизы значения для нетто- и брутто-ставок, приведенные в таблице 3:

Таблица 3

### Рассчитанные значения нетто- и брутто-ставок, %

Основная нетто-ставка – $H_0$	1,50
Коэффициент вариации выплат – $\sigma(Y) / Y_0$	0,15
Рисковая надбавка – $H_p$	0,55
Полная нетто-ставка – $H$	2,05
Нагрузка на брутто-ставку – $f$	30,00
Брутто-ставка – $\Pi$	2,93



Зависимость стоимости страхования портфеля контрактов при различных размерах франшизы приведена на рис. 2.

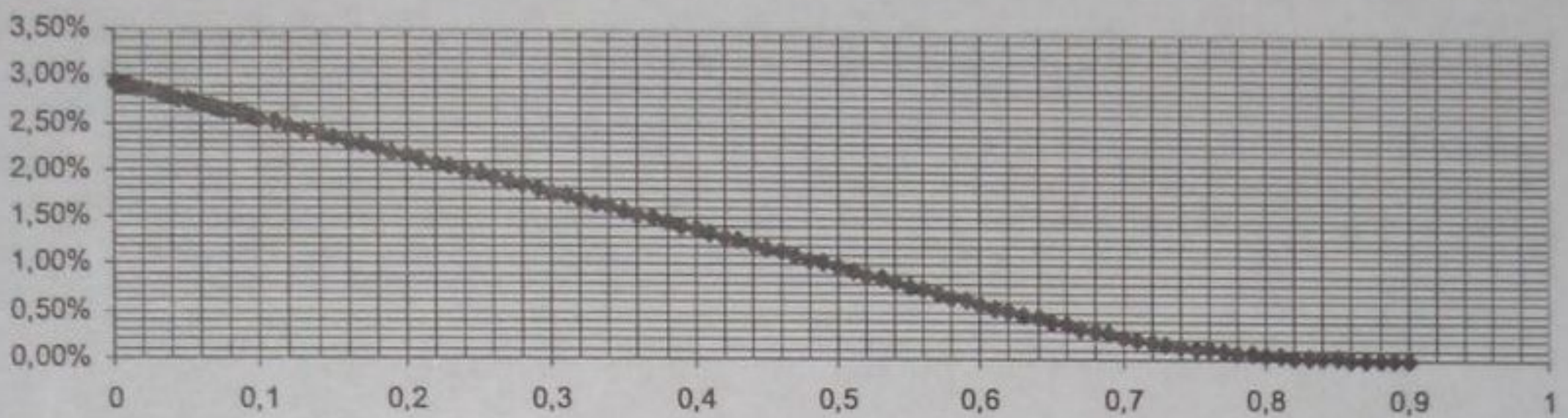


Рис. 2. Зависимость стоимости страхования при различных размерах франшизы

Таким образом, в данной статье рассмотрен механизм оценки риска невыполнения обязательств по предпринимательским контрактам при наличии франшизы. Получена зависимость стоимости страхования от размера франшизы. Полученные результаты при  $w \rightarrow 0$  совпадают с результатами, рассчитанными по методике, рекомендованной Федеральной службой Российской Федерации по надзору за страховой деятельностью для расчета тарифных ставок для рискованных видов страхования.

### Библиографический список

1. Российская Федерация. Законы. Гражданский кодекс Российской Федерации. Ч. 1-4. — М.: Омега-Л, 2008. — 665 с. (Кодексы Российской Федерации)
2. Бочкарев, Е.Н. О методике расчета тарифных ставок с учетом франшизы и роли «поправочных коэффициентов» / Е.Н. Бочкарев, В.Н. Никишов // *Страховое дело*. — 2008. — №2. — С. 50-57.
3. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.2. / В. Феллер; пер. с англ.— М.: Мир, 1984. — 738 с.
4. Мак, Т. Математика рискованного страхования / Т. Мак; пер. с нем. — М.: ЗАО «Олимп — Бизнес», 2005. — 432 с.



*E.V. Mihaylova, V.N. Nikishov, L.A. Saraev*

## **ESTIMATION OF RISK OF DEFAULT OF ENTERPRISE CONTRACTS IN THE PRESENCE OF THE FRANCHISE**

The paper is devoted to the analysis of influence of the franchise on cost of risks. The mechanism of an estimation of risk of default of obligations under enterprise contracts in the presence of the franchise is considered. The algorithm which allows to count the size tariff net – rates depending on the size of the franchise is resulted. The received expression for calculation net – rates at coincides with expression for calculation of the tariff rate in a technique recommended by Federal Agency of the Russian Federation on supervision of insurance activity for brave kinds of insurance.

*Keywords and phrases: franchise, hazardous kind of insurance, businessman contract.*

Статья принята в печать в окончательном варианте 04.12.08 г.