 Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2020-26-4-36-43

УДК 517.95

Дата: поступления статьи: 16.10.2020
после рецензирования: 18.11.2020
принятия статьи: 25.11.2020

В.А. Киричек
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: Vitalya29@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9817-863X

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается нелокальная задача с интегральным условием второго рода для гиперболического уравнения. Выбор метода исследования задач с нелокальными условиями второго рода зависит от вида внеинтегральных слагаемых. В настоящей статье рассматривается случай, когда внеинтегральное слагаемое представляет собой след искомой функции на границе области. Для исследования разрешимости применен метод сведения к задаче для нагруженного уравнения с однородными граничными условиями. Этот метод оказался эффективным для введения обобщенного решения, получения априорных оценок и доказательства однозначной разрешимости поставленной задачи.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение; нелокальные условия; интегральные условия 2-го рода; нагруженное уравнение; обобщенное решение.

Цитирование. Киричек В.А. О разрешимости одной задачи с нелокальными условиями для гиперболического уравнения // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2020. Т. 26, № 4. С. 36–43. DOI: http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-4-36-43.

Информация о конфликте интересов: автор и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Киричек Виталия Александровна — аспирант кафедры дифференциальных уравнений и теории управления, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Введение

Данная статья посвящена исследованию разрешимости задачи с нелокальными интегральными условиями второго рода для гиперболического уравнения. Изучение задач с нелокальными условиями началось в прошлом столетии со статей, посвященных рассмотрению уравнений параболического типа [1; 2]. Лишь в конце XX века ученые начали изучение нелокальных задач для гиперболических уравнений [3; 4]. Интерес к задачам с интегральными условиями обусловлен тем, что нелокальные условия возникают при исследовании различных физических процессов, когда невозможно произвести измерения непосредственно на границе области.

Специфика исследования задач с нелокальными условиями состоит в том, что методы, которые применимы к классическим задачам, оказываются неэффективными или порождают дополнительные трудности в процессе обоснования разрешимости нелокальной задачи. На данный момент разработаны некоторые методы, позволяющие исследовать нелокальные задачи [5–9].

В данной статье приводится результат исследования разрешимости нелокальной задачи с интегральными условиями второго рода для гиперболического уравнения. Существует несколько методов исследования подобных задач: вспомогательных задач, компактности и сведения к нагруженному уравнению [10–12]. В представленной работе использована идея, приведенная в статье [10], однако метод доказательства разрешимости задачи кардинально отличается от примененного в упомянутой выше статье и продиктован одномерностью уравнения.

1. Постановка задачи

Рассмотрим гиперболическое уравнение в области $Q_T = (0, l) \times (0, T)$

$$u_{tt} - (a(x,t)u_x)_x + c(x,t)u = f(x,t). \tag{1}$$

Задача 1. Найти в области Q_T решение уравнения (1) , удовлетворяющее начальным данным

$$u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0 \tag{2}$$

и нелокальным условиям

$$u(0,t) + \int_0^l K_1(x)u(x,t)dx = 0, \quad u(l,t) + \int_0^l K_2(x)u(x,t)dx = 0. \tag{3}$$

Условия (3) являются интегральными условиями 2 рода с внеинтегральными слагаемыми, которые представляет собой следы функции на границе. Для исследования разрешимости данной задачи применим метод сведения к задаче для нагруженного уравнения с однородными граничными условиями. Воспользуемся приемом, изложенным в статье [10] при исследовании нелокальной задачи для многомерного гиперболического уравнения. Заметим, что будем использовать только способ введения новой неизвестной функции, а метод доказательства разрешимости мы предлагаем другой. Выбранный нами метод позволил доказать разрешимость поставленной задачи в пространстве $W_2^1(Q_T)$ и ослабить некоторые требования на входные данные.

Введем новую неизвестную функцию следующим образом:

$$v(x,t) = u(x,t) + \int_0^l K_1 u dx + \frac{x}{l}[\int_0^l K_2 u dx - \int_0^l K_1 u dx], \tag{4}$$

иначе

$$v(x,t) = u(x,t) + \int_0^l K_1(\xi)(\frac{l-x}{l})u(\xi,t)d\xi + \int_0^l \frac{x}{l}K_2(\xi)u d\xi. \tag{5}$$

Обозначим $H(x,\xi) = \frac{1}{l}((l-x)K_1(\xi) + xK_2(\xi))$.
Тогда (5) примет вид

$$v(x,t) = u(x,t) + \int_0^l H(x,\xi)u(\xi,t)d\xi. \tag{6}$$

Выразим $u(x,t)$ из (6)

$$u(x,t) = v(x,t) - \int_0^l H(x,\xi)u(\xi,t)d\xi. \tag{7}$$

Полагая, что $u(x,t)-$ решение задачи (1)–(3), подставим (7) в (1)

$$v_{tt} - (av_x)_x + cv - \int_0^l H(x,\xi)u_{tt}(\xi,t)d\xi + \int_0^l (aH_x(x,\xi))_x u(\xi,t)d\xi -$$

$$-c\int_0^l H(x,\xi)u(\xi,t)d\xi = f(x,t).$$

В силу нашего предположения $u_{tt} = (au_x)_x - cu + f$, поэтому

$$\int_0^l H(x,\xi)u_{tt}(\xi,t)d\xi = \int_0^l H(x,\xi)[(au_\xi)_\xi - cu + f]d\xi.$$

Проинтегрируем одно из слагаемых по частям

$$-\int_0^l H(x,\xi)(a(\xi,t)u_\xi(\xi,t))_\xi d\xi = -\int_0^l (H_\xi a)_\xi u d\xi + H_\xi(x,t)a(l,t)u(l,t) -$$

$$-H_\xi(x,0)a(0,t)u(0,t)-$$
$$-H(x,l)a(l,t)u_x(l,t)+H(x,0)a(0,t)u_x(0,t).$$

Обозначив

$$P(x,\xi,t)=-(H_\xi(x,\xi)a(\xi,t))_\xi+H(x,\xi)c(\xi,t)+(H_x(x,\xi)a(x,t))_x-H(x,\xi)c(\xi,t)-$$
$$-H_\xi(x,0)a(0,t)K_1(\xi)+H_\xi(x,l)a(l,t)K_2(\xi),$$

где $g(x,t)=f(x,t)+\int\limits_0^l H(x,\xi)f(\xi,t)d\xi$,
получим уравнение относительно новой неизвестной функции

$$v_{tt}-(av_x)_x+cv+\int\limits_0^l P(x,\xi,t)u(\xi,t)d\xi+H(x,l)a(l,t)u_x(l,t)-H(x,0)a(0,t)u_x(0,t)=$$
$$=f(x,t)+\int\limits_0^l H(x,\xi)f(\xi,t)d\xi.$$

Из (5) видно, что функция $v(x,t)$ удовлетворяет условиям

$$v(0,t)=0,\quad v(l,t)=0,\quad v(x,0)=0,\quad v_t(x,0)=0. \tag{8}$$

Если функции $K_i(x)$ таковы, что $K_i(0)=K_i(l)=0$, то мы приходим к следующей задаче.
Задача 2. Найти в области Q_T решение уравнения

$$v_{tt}-(av_x)_x+cv+\int\limits_0^l P(x,\xi,t)u(\xi,t)d\xi=g(x,t), \tag{9}$$

где u и v связаны соотношением $v(x,t) = u(x,t)+\int\limits_0^l H(x,\xi)u(\xi,t)d\xi$, удовлетворяющее граничным условиям

$$v(0,t)=0,\quad v(l,t)=0 \tag{10}$$

и начальным данным

$$v(x,0)=0,\quad v_t(x,0)=0. \tag{11}$$

Заметим, что новая неизвестная функция $v(x,t)$ удовлетворяет обычным краевым условиям, но должна быть найдена как решение нагруженного уравнения.

Разрешимость задачи 2. Исследуем разрешимость задачи 2 в пространстве Соболева $W_2^1(Q_T)$. Введем определение обобщенного решения, следуя стандартной процедуре [13]. Выпишем тождество, на котором оно базируется

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l(-v_t\eta_t+av_x\eta_x+cv\eta)dxdt+\int\limits_0^T\int\limits_0^l\eta\int\limits_0^l P(x,\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt=$$
$$=\int\limits_0^l\psi(\xi)\eta(\xi,0)d\xi+\int\limits_0^T\int\limits_0^l g\eta dxdt. \tag{12}$$

Определение. Обобщенным решением задачи (8)–(10) будем называть пару функции $u,v\in W_2^1(Q_T)$, если $v(x,0)=0$ и выполняется интегральное тождество (12) для любой функции $\eta\in\hat{W}_2^1(Q_T)$ такой, что $\eta(0,t)=\eta(l,t)=\eta(x,T)=0$, и равенство $v(x,t)=u(x,t)+\int\limits_0^l H(x,\xi)u(\xi,t)d\xi$.

Теорема 1. Пусть выполняются условия:

$$a,\ \ a_t,a_{tt},a_x\ \ c,\ \ c_t\in C(\bar{Q}_T),\ \ a(x,t)>0\ \ \forall(x,t)\in\bar{Q}_T,\ \ ||H||_{L_2}<1;$$
$$f,f_t\in L_2(Q_T),\ \ H\in C^2(\bar{Q}_T).$$

Тогда существует единственное решение задачи 2.

Доказательство

Будем искать приближенное решение из соотношений

$$\int_0^T\int_0^l(-v_t^n\eta_t+av_x^n\eta_x+cv^n\eta)dxdt+\int_0^T\int_0^l\eta\int_0^l Pu^{n-1}d\xi dxdt=\int_0^T\int_0^l f\eta dxdt, \tag{13}$$

$$u^n+\int_0^l Hu^n d\xi=v^n, \tag{14}$$

полагая, что $v^0=0, u^0=0$.

Покажем, что для любого n существуют функции u^n, v^n, удовлетворяющие (12), (13).

Пусть $n = 1$, тогда (12) совпадает с тождеством, которое определяет обобщенное решение начально-краевой задачи

$$U_{tt}-(aU_x)_x+cU=f, \tag{15}$$

$$U(0,t)=U(l,t)=0, \quad U(x,0)=U_t(x,0)=0.$$

Эта задача однозначно разрешима в W_2^1, если $c(x,t)\in C(\bar{Q}_T)$, $a_t(x,t)\in C(\bar{Q}_T)$ [13] и справедлива оценка $||v||_{W_2^1}\leqslant C||F||_{L_2}$.

Если выполняются условия теоремы 1, то это решение принадлежит $W_2^2(Q_T)$ [13, с. 216.] Для таких решений справедливо равенство

$$\int_0^l[U_t^2(x,\tau)+a(x,\tau)U_x^2(x,\tau)]dx=\int_0^\tau\int_0^l a_tU_x^2dxdt-2\int_0^\tau\int_0^l cUU_tdxdt+2\int_0^\tau\int_0^l fU_tdxdt, \tag{16}$$

из которого можно получить неравенство

$$\int_0^l[U^2(x,\tau)+U_t^2(x,\tau)+U_x^2(x,\tau)]dx\leqslant C_1\int_0^\tau\int_0^l[U^2+U_x^2+U_t^2]dxdt+$$

$$+c(\varepsilon)\int_0^\tau\int_0^l U_t^2dxdt+\varepsilon\int_0^\tau\int_0^l f^2dxdt.$$

После применения к этому неравенсту леммы Гронуолла получим

$$\int_0^l[U^2(x,\tau)+U_t^2(x,\tau)+U_x^2(x,\tau)]dx\leqslant\varepsilon e^{C_2\tau}\int_0^\tau\int_0^l f^2dxdt, \tag{17}$$

где $C_2=C_1+c(\varepsilon)$.

Вернемся к задаче 2. Найдем $v^1(x,t)$ как решение краевой задачи (14), тогда из (13) получим $u^1(x,t)$, так как в силу условия $||H||_{L_2}<1$ интегральное уравнение однозначно разрешимо.

Действительно, при $n=1$ $u_0=0$, и v^1 можно считать решением первой начально-краевой задачи для уравнения

$$v_{tt}^1-(av_x^1)_x+cv^1=f(x,t),$$

которое существует, единственно и удовлетворяет неравенству $||v^1||_{W_2^1(Q_T)}\leqslant C||||_{L_2(Q_T)}$. Зная u^1, будем искать v^2 из (12) при $n=2$:

$$\int_0^T\int_0^l(-v_t^2\eta_t+av_x^2\eta_x+cv^2\eta)dxdt+\int_0^T\int_0^l\eta\int_0^l Pu^1d\xi dxdt=\int_0^T\int_0^l f\eta dxdt.$$

Так как u^1 известно, то v^2 определяется как решение задачи (14) с новой правой частью уравнения: $g-\int_0^l Pu^1d\xi$. Покажем, что $g-\int_0^l Pu^1d\xi\in L_2(Q_T)$.

Действительно, $f\in L_2(Q_T)$ по условию, а так как $\int_0^T\int_0^l(\int_0^l H(x,\xi)f(\xi,t)d\xi)^2dxdt\leqslant\int_0^T\int_0^l f^2(x,t)dxdt\leqslant$ $\leqslant const$ в силу свойств $H(x,\xi)$ и $f(\xi,t)$, то $g=f+\int_0^l Hfd\xi\in L_2(Q_T)$.

Рассмотрим $\int\limits_0^l P(x,\xi,t)u^1(\xi,t)d\xi$

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l(\int\limits_0^l P(x,\xi,t)u^1(\xi,t)d\xi)^2dxdt \leqslant \int\limits_0^T\int\limits_0^l\int\limits_0^l P^2(x,\xi,t)\int\limits_0^l(u^1(\xi,t))^2d\xi dxdt$$

и в силу свойств $P(x,\xi,t)$, вытекающих из условий теоремы, а также принадлежности $u^1(\xi,t)$ пространству $L_2(Q_T)$, $\int\limits_0^l P(x,\xi,t)u^1(\xi,t)d\xi \in L_2(Q_T)$.

Значит, $v^2(x,t)$ является решением краевой задачи (14) с правой частью уравнения: $g - \int\limits_0^l P(x,\xi,t)u^1(\xi,t)d\xi$ и $v^2 \in W_2^1(Q_T)$.

Продолжим этот процесс, в итоге построим последовательность (v^n, u^n).

Начнем вывод оценок. Обозначим

$$z^n = v^n - v^{n-1},$$
$$r^n = u^n - u^{n-1}.$$

Из (12) получим

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l(-z_t^n\eta_t + az_x^n\eta_x + cz^n\eta)dxdt = -\int\limits_0^T\int\limits_0^l\eta(x,t)\int\limits_0^l Pr^{n-1}d\xi dxdt, \tag{18}$$

где

$$r^{n-1} + \int\limits_0^l Hr^{n-1}dx = z^{n-1}. \tag{19}$$

Пусть $F = \int\limits_0^l Pz^{n-1}d\xi$. Получим оценку для z^n, использовав неравенство (16).

$$||z^n||^2_{W_2^1(Q_T)} \leqslant \varepsilon M||F||^2_{L_2}.$$

Оценим правую часть этого неравенства

$$||F||^2_{L_2} = \int\limits_0^\tau\int\limits_0^l(\int\limits_0^l Pr^{n-1}d\xi)^2dxdt \leqslant P_1\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l(r^{n-1})^2dxdt,$$

где $P_1 = max\int\limits_0^l P^2d\xi$. Тогда

$$||z^n||^2_{W_2^1(Q_\tau)} \leqslant \varepsilon MP_1||r^{n-1}||^2_{L_2(Q_\tau)}. \tag{20}$$

Проведем оценку функции $(r^n)^2$. Функция r^n удовлетворяет равенству $r^n = z^n - \int\limits_0^l Hr^ndx$. Применим неравенство Коши

$$(r^n)^2 \leqslant 2(z^n)^2 + 2h_0\int_0^l(r^n)^2dx,$$

откуда при $1 - 2h_0lT > 0$ следует

$$||r^n||^2_{L_2(Q_T)} \leqslant C_1||z^n||^2_{L_2(Q_T)},$$

$C_1 = \frac{2}{1-2h_0lT}$. Продифференцируем $r^n = z^n - \int\limits_0^l Hr^ndx$ по t и по x и аналогичным образом получим два неравенства

$$||r_t^n||^2_{L_2(Q_T)} \leqslant C_2||z_t^n||^2_{L_2(Q_T)}, \quad ||r_x^n||^2_{L_2(Q_T)} \leqslant C_3||z_x^n||^2_{L_2(Q_T)},$$

где постоянные C_2, C_3 зависят только от l, h_0, T. В результате получим

$$||r^n||^2_{W_2^1(Q_\tau)} \leqslant N||r^{n-1}||^2_{W_2^1(Q_\tau)}. \tag{21}$$

Из (19), (20) получим

$$||z^n||_{W_2^1(Q_\tau)} \leqslant \sqrt{\varepsilon B}||z^{n-1}||_{W_2^1(Q_\tau)}, ||r^n||_{W_2^1(Q_\tau)} \leqslant \sqrt{\varepsilon B}||r^{n-1}||^2_{W_2^1(Q_\tau)}.$$

где мы обозначили $B = NMP_1$.

Выберем ε_1 так, чтобы $\sqrt{\varepsilon B} < 1$, тогда ряды $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} z^n$ сходятся.
Рассмотрим частичные суммы рядов $\sum_{n=1}^{\infty} z^n = \sum_{n=1}^{\infty}(v^n - v^{n-1})$, $\sum_{n=1}^{\infty} r^n = \sum_{n=1}^{\infty}(u^n - u^{n-1})$ $S^1 = v^1 - v^0$, так как $v^0 = 0$, получаем $S^1 = v^1, S^2 = v^1 + v^2 - v^1 = v^2$. Аналогично $S_1 = u^1 - u^0$, так как $u^0 = 0$, получаем $S - 1 = u^1, S - 2 = u^1 + u^2 - u^1 = u^2$. Продолжив этот процесс, получим $S^n = v^n$ и $S_n = u^n$, значит, последовательности частичных сумм сходятся. Следовательно, построенная последовательность (u^n, v^n) также сходится.
Перейдем к пределу при $n \to \infty$

$$\int\limits_0^T \int\limits_0^l (-v_t^n \eta_t + a v_x^n \eta_x + c v^n \eta) dx dt + \int\limits_0^T \int\limits_0^l \eta \int\limits_0^l P u^{n-1} d\xi dx dt = \int\limits_0^l \psi(\xi) \eta(\xi, 0) d\xi +$$

$$+ \int\limits_0^T \int\limits_0^l g \eta dx dt,$$

$$u^{n-1} = \int\limits_0^l H u^{n-1} d\xi = v^{n-1},$$

убеждаемся в том, что предел выделенной подпоследовательности действительно есть искомое обобщенное решение задачи 2. В силу единственности предела последовательности единственность решения очевидна.

Разрешимость задачи 1.

Теорема 2. Если выполняются условия

$$a, \;\; a_t, a_x \;\; c, \;\; c_t \in C(\bar{Q}_T), \;\; a(x,t) > 0 \;\; \forall (x,t) \in \bar{Q}_T;$$

$$f, f_t \in L_2(Q_T), \;\; K_i \in C^2(\bar{Q}_T), \;\; K_i(0) = K_i(l) = 0,$$

тогда существует единственное решение задачи 1. Если условия теоремы 2 будут выполнены, то и все условия теоремы 1 также выполняются. Тогда существует единственное решение задачи 2, принадлежащее пространству $W_2^2(Q_T)$. В силу граничных условий $v(0,t) = v(l,t) = 0$ выполняются интегральные условия (3), а также начальные условия (2). При подстановке (4) в (8) после некоторых преобразований убеждаемся, что u удовлетворяет (1).

Литература

[1] Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quarterly of Applied Mathematics, 1963. Vol. 21, № 2. P. 155–160. DOI: http://doi.org/10.1090/qam/160437.

[2] Камынин Л.И. Об одной краевой задаче теории теплопроводности с неклассическими граничными условиями // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 1964. Т. 4, № 6. С. 1006–1024. URL: http://mi.mathnet.ru/zvmmf7694

[3] Пулькина Л.С. Об одной неклассической задаче для вырождающегося гиперболического уравнения // Известия вузов. Сер.: Математика. 1991. № 11. С. 48–51. URL: http://mi.mathnet.ru/ivm5192.

[4] Пулькина Л.С. Об одной нелокальной задаче для вырождающегося гиперболического уравнения // Математические заметки. 1992. Т. 51, Вып. 3. С. 91–96. URL: http://mi.mathnet.ru/mz4503.

[5] Ильин В.А., Моисеев Е.И. О единственности решения смешанной задачи для волнового уравнения с нелокальными граничными условиями // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 5. С. 656–661. URL: http://mi.mathnet.ru/de10157.

[6] Пулькина Л.С. Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения // Матем. заметки. 2003. Т. 74, № 3. С. 435–445. DOI: http://doi.org/10.4213/mzm277.

[7] Пулькина Л.С. Начально-краевая задача с нелокальным граничным условием для многомерного гиперболического уравнения // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, № 8. С. 1084–1089.

[8] Лажетич Н.Л. О классической разрешимости смешанной задачи для одномерного гиперболического уравнения второго порядка // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42, № 8. С. 1072–1077. URL: http://mi.mathnet.ru/de11542.

[9] Пулькина Л.С. Задачи с неклассическими условиями для гиперболических уравнений Самара: Изд-во "Самарский университет", 2012. 194 с.

[10] Кожанов А.И., Пулькина Л.С. О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42, № 9. С. 1166–1179. URL: http://mi.mathnet.ru/de11554.

[11] Pulkina L.S. Nonlocal problems for hyperbolic equations with degenerate integral condition // Electronic Journal of Differential Equations. 2016. Vol. 2016. P. 193. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27138175.

[12] Пулькина Л.С., Киричек В.А. Разрешимость нелокальной задачи для гиперболического уравнения с вырождающимися интегральными условиями // Вестник Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2019. Т. 23. № 2. С. 229–245. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1707.

[13] Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. Москва: Наука, 1973. 407 с. URL: https://djvu.online/file/Rh97R3cVXNcZE.

Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2020-26-4-36-43

Submited: 16.10.2020
Revised: 18.11.2020
Accepted: 25.11.2020

V.A. Kirichek
Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: Vitalya29@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9817-863X

ABOUT SOLVABILITY OF ONE PROBLEM WITH NONLOCAL CONDITIONS FOR HYPERBOLIC EQUATION

ABSTRACT

In this article we consider a nonlocal problem with integral condition of the second kind for hyperbolic equation. The choice of a method for investigating problems with nonlocal conditions of the second kind depends on the type of nonintegral terms. In this article we consider the case when the nonintegral term is a trace of required function on the boundary of the domain. To investigate the solvability of the problem we use method of reduction for loaded equation with homogeneous boundary conditions. This method proved to be effective for defining a generalized solution, to obtain apriori estimates and to prove existence of unique generalized solution of the given problem.

Key words: hyperbolic equation; nonlocal conditions; integral conditions of the II kind; loaded equation.

Citation. Kirichek V.A. About solvability of one problem with nonlocal conditions for hyperbolic equation. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2020, vol. 26, no. 4, pp. 36–43. DOI: http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-4-36-43. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: author and reviewers declare no conflict of interests.

Kirichek Vitaliya Alexandrovna — postgraduate student of the Department of Differential Equations and Control Theory, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, 443086, Russian Federation.

References

[1] Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy. *Quart. Appl. Math.*, 1963, vol. 21, no. 2. pp. 155–160. DOI: http://doi.org/10.1090/qam/160437.

[2] Kamynin L.I. A boundary value problem in the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1964, vol. 4, Issue 6, pp. 33–59. DOI: https://doi.org/10.1016/0041-5553(64)90080-1. (In Russ.)

[3] Pulkina L.S. A nonclassical problem for a degenerate hyperbolic equation. *Soviet Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika*, 1991, vol. 35, no. 11, pp. 48–51. Available at: http://mi.mathnet.ru/ivm5192. (In Russ.)

[4] Pulkina L.S. Certain nonlocal problem for a degenerate hyperbolic equation. *Mathematical Notes*, 1992, vol. 51, Issue 3, pp. 286–290. (In Russ.)

[5] Il'in V.A., Moiseev E.I. Uniqueness of the solution of a mixed problem for the wave equation with nonlocal boundary conditions. *Differential Equations*, 2000, vol. 36, no. 5, pp. 728–733. DOI: https://doi.org/10.1007/BF02754231. (In Russ.)

[6] Pul'kina L.S. A Mixed Problem with Integral Condition for the Hyperbolic Equation. *Mathematical Notes*, 2003, vol. 74, no. 3, pp. 411—421. Available at: https://doi.org/10.1023/A:1026167021195. (English; Russian original)

[7] Pulkina L.S. Initial-boundary value problem with a nonlocal boundary condition for a multi-dimensional hyperbolic equation. *Differential Equations*, 2008, vol. 44, no. 8, pp. 1119—1125. (In Russ.)

[8] Lazetic N.L. On the classical solvability of the mixed problem for a second-order one-dimensional hyperbolic equation. *Differential Equations*, 2006, vol. 42, no. 8, pp. 1134-–1139. DOI: https://doi.org/10.1134/S0012266106080088 (English; Russian original)

[9] Pulkina L.S. Problems with nonclassical conditions for hyperbolic equations. Samara: Izdatel'stvo "Samarskii universitet", 2012, 194 p. (In Russ.)

[10] Kozhanov A.I., Pul'kina L.S. On the solvability of boundary value problems with a nonlocal boundary condition of integral form for multidimensional hyperbolic equations. *Differential Equations*, 2006, vol. 42, no. 9, pp. 1233–1246. DOI: https://doi.org/10.1134/S0012266106090023 (English; Russian original)

[11] Pulkina L.S. Nonlocal problems for hyperbolic equations with degenerate integral condition. *Electronic Journal of Differential Equations*, 2016, vol. 2016, p. 193. Available at: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27138175.

[12] Pulkina L.S., Kirichek V.A. Solvability of a nonlocal problem for a hyperbolic equation with degenerate integral conditions. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat.Nauki* [*J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.*, 2019, vol. 23, no. 2, pp. 229–245. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1707. (In Russ.)

[13] Ladyzhenskaya O.A. Boundary problems of mathematical physics. Moscow: Nauka, 1973, 407 p. Available at: https://djvu.online/file/Rh97R3cVXNcZE. (In Russ.)