

МЕХАНИКА
MECHANICS



Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2020-26-2-50-62

УДК 512.531; 519.7



Дата: поступления статьи: 13.03.2020
после рецензирования: 27.03.2020
принятия статьи: 25.05.2020

Т.А. Белякова

Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация
E-mail: tatiana.beliakova@math.msu.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0636-816X>

И.А. Гончаров

Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация E-mail: rtif91@gmail.com. ORCID:
<https://orcid.org/0000-0003-0385-6595>

**ВЛИЯНИЕ МИКРОСТРУКТУРЫ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СПЛАВА
НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ В КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЕ
ПРИ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОЙ ФОРМОВКЕ ДАВЛЕНИЕМ¹**

АННОТАЦИЯ

Деформирование листовых материалов давлением газа в режиме сверхпластичности — широко используемый и интенсивно развивающийся в настоящее время способ промышленной обработки современных металлических сплавов (преимущественно на основе титана и алюминия). Для получения бездефектных конструкций с необходимыми механическими свойствами необходимо исследование эволюции микроструктурных параметров в процессе деформирования. В данной статье рассмотрено моделирование процесса листовой формовки круглой пластины давлением газа до полусферической оболочки на основе определяющих соотношений, включающих материальные параметры микроструктуры и упрочнения, вызванного накоплением пластических деформаций. Показано, что учет эволюции микроструктуры в процессе деформирования позволяет существенно уточнить технологические параметры процесса деформирования, необходимые для поддержания оптимального режима и получения наиболее однородного по толщине изделия.

Ключевые слова: сверхпластичность, металлические сплавы, обработка металлов давлением, листовая штамповка, круглые пластины, влияние микроструктуры, эволюция микроструктуры, размер зерна.

Цитирование. Белякова Т.А., Гончаров И.А. Влияние микроструктуры металлического сплава на распределение толщины в круглой пластине при сверхпластической формовке давлением // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2020. Т. 26, № 2. С. 50–62. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-2-50-62>.

Информация о конфликте интересов: авторы и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Информация об авторе: © Белякова Татьяна Александровна — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории пластичности механико-математического факультета, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119991, Российская Федерация, г. Москва, Ленинские горы, 1.

© Гончаров Иннокентий Александрович — аспирант кафедры теории пластичности механико-математического факультета, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119991, Российская Федерация, г. Москва, Ленинские горы, 1.

¹Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-01-00356 и Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета "Фундаментальные и прикладные проблемы исследования космоса".

Введение

Сверхпластичностью принято называть способность поликристаллических материалов при определенных температурно-скоростных условиях испытывать аномально высокое удлинение — в сотни и даже тысячи процентов — при относительно низких напряжениях течения [1–5]. Установлено, что для деформирования металлов в режиме сверхпластичности необходимы температуры порядка $0.4 T_m$ (T_m — температура плавления в Кельвинах), скорость деформации в пределах $10^{-5} - 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ и определенным образом подготовленная микроструктура со средним размером зерен не более 10 мкм.

Сверхпластическое деформирование является предпочтительным способом промышленной обработки многих технологических сплавов, поскольку позволяет достигать высоких значений деформации без разрушения, делая возможным создание бездефектных изделий большого размера и сложной формы. Кроме того, сверхпластический режим деформирования реализуется при относительно низких напряжениях течения, которые позволяют обрабатывать с приемлемым уровнем нагрузки даже жесткие сплавы, снижают требования к используемому оборудованию и уменьшают износ частей, контактирующих с обрабатываемым изделием. Благодаря этому многие процессы обработки металлов давлением, в частности волочение, прокатка, ковка, объемная и листовая штамповка, реализуются в настоящее время в условиях сверхпластичности.

Вместе с тем для деформирования изделий в режиме сверхпластичности необходимо соблюдать определенные технологические требования. Например, при формовке листовых материалов важным технологическим параметром является толщина готового изделия. В некоторых случаях наблюдаемое истончение материала может выступать ограничивающим фактором для применения сверхпластичности как таковой либо, по крайней мере, при выборе используемых в процессе обработки скоростей и давлений [4–8]. В связи с этим разработка моделей, корректно описывающих поведение материала при сложном нагружении в подобных технологических процессах, является одной из важнейших задач сверхпластичности.

В данной статье рассмотрено моделирование процесса формовки круглой пластины давлением с применением определяющих соотношений, учитывающих эволюцию микроструктуры материала и его упрочнение, вызванное накоплением пластических деформаций.

1. Постановка задачи и возникающие проблемы

Будем рассматривать деформирование плоской круглой пластины из металлического сплава под действием приложенного с одной стороны равномерно распределенного давления $P(t)$, где P — давление, t — время. В начальном состоянии пластина имеет равномерную толщину w_0 и закреплена по периметру в цилиндрической форме радиуса $r_0 \gg w_0$. Под действием приложенного давления поверхность пластины деформируется, в результате чего постепенно принимает полусферическую форму. Введем в каждой точке локальную ортонормированную систему координат, первая ось которой направлена по касательной к меридиану в направлении от полюса, вторая перпендикулярна первой в плоскости сферы, а третья совпадает с нормалью к ее поверхности (рис. 1.1).

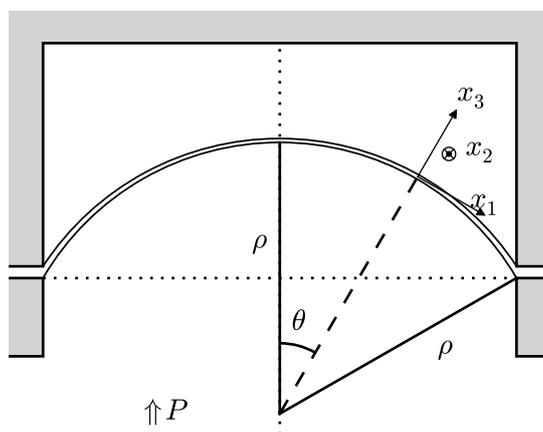


Рис. 1.1. Деформация круглой пластины давлением газа
Fig. 1.1. Deformation of a round plate by gas pressure

При моделировании процесса формовки круглой пластины давлением газа часто принимаются следующие допущения [2]:

- однородность, изотропность и несжимаемость материала;
- упругие деформации пренебрежимо малы по сравнению с пластическими;
- материал деформируется с малой скоростью (из интервала скоростей, характерных для сверхпластического течения) и при постоянной температуре;
- толщина изделия много меньше его линейных размеров;
- размер зерен в материале много меньше толщины;
- детали захватов считаются абсолютно жесткими, граничные условия в заделке соответствуют шарнирному закреплению;
- в любой момент времени при деформировании пластина представляет собой сегмент сферы радиуса ρ .

В рамках таких допущений деформирование пластины представляет собой квазистатический изотермический процесс. Малая толщина позволяет пренебречь изгибными напряжениями и описывать поведение материала с помощью безмоментной теории оболочек, согласно которой:

- компонента напряжения, направленная по нормали к сфере, много меньше других и потому пренебрежимо мала: $\sigma_3 \approx 0$;
- можно пренебречь изгибными напряжениями и положить напряжения $\sigma_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

Таким образом, с учетом положений безмоментной теории тензор напряжений Коши имеет вид:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где σ_1 и σ_2 — меридиональное и окружное напряжения. Компоненты девиатора тензора напряжений, с учетом выражения для среднего напряжения

$$\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{kl} \delta_{kl} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2)$$

принимают вид:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2\sigma_1 - \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sigma_2 - \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & -(\sigma_1 + \sigma_2) \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Интенсивность касательных напряжений выражается соотношением

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}.$$

Тензор скоростей пластических деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ связан с тензором напряжений, интенсивностью напряжений σ_e и интенсивностью скоростей пластических деформаций $\dot{p} = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} / 3$ ассоциированным законом пластичности:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{p}(\sigma_e, \dots)}{\sigma_e} S_{ij}, \quad (1.2)$$

где зависимость $\dot{p}(\sigma_e, \dots)$ задается определяющими соотношениями материала.

Таким образом, внедиагональные компоненты тензора деформаций будут также равны нулю, то есть введенная система координат совпадает с главными осями как тензора напряжений, так и тензора пластических деформаций. На диагонали последнего будут стоять меридиональная ϵ_1 и окружная ϵ_2 пластические деформации, а также деформация ϵ_3 , отвечающая за изменение толщины пластины.

Уравнения равновесия безмоментной теории оболочек для поверхности вращения имеют вид [9]:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_m} + \frac{\sigma_2}{\rho_c} = \frac{P}{w}, \quad (1.3)$$

$$2\pi r w \sigma_1 \sin \theta = \pi r^2 P, \quad (1.4)$$

где ρ_m и ρ_c — меридиональный и окружной радиусы кривизны поверхности, w — толщина пластины в рассматриваемой точке оболочки, r — расстояние от этой точки до оси вращения, θ — угол между осью вращения и нормалью к поверхности в данной точке. С учетом геометрического соотношения $\rho_c \sin \theta = r$ (рис. 1.1) из уравнений равновесия следуют выражения для главных напряжений:

$$\sigma_1 = \frac{P\rho_c}{2w}; \quad \sigma_2 = \frac{P\rho_c}{2w} \left(2 - \frac{\rho_c}{\rho_m} \right). \quad (1.5)$$

Предположение о том, что деформированная оболочка представляет собой сегмент сферы, хорошо согласуется с эмпирическими данными [2]. Поскольку для сферы $\rho_m = \rho_c = \rho$ данные соотношения принимают вид $\sigma_1 = \sigma_2 = P\rho/2w$.

В то же время условие заделки — равенство нулю окружной деформации $\varepsilon_{2b} = 0$ (индекс b здесь и далее означает величины, относящиеся к границе пластины) — на основании ассоциированного закона пластичности (1.2) приводит к соотношению:

$$0 = \dot{\varepsilon}_{2b}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{p}_b}{\sigma_{eb}} S_{22} = \frac{\dot{p}_b}{2\sigma_{eb}} (2\sigma_{2b} - \sigma_{1b}),$$

откуда при ненулевой интенсивности скоростей пластических деформаций в заделке \dot{p}_b имеем $2\sigma_{2b} = \sigma_{1b}$, что противоречит полученному ранее из уравнений безмоментной теории равенству меридионального и окружного напряжений в любой точке пластины [2]. В окрестности заделки изгибные напряжения становятся сравнимы с компонентами σ_{1b} и σ_{2b} ; ограничиваясь же соотношениями безмоментной теории при решении поставленной задачи невозможно одновременно удовлетворить обоим уравнениям равновесия, предположению о сферической форме поверхности, ассоциированному закону пластичности и условию в заделке.

Описанная задача рассматривалась различными авторами как экспериментально, так и аналитически. При этом, оставаясь в рамках безмоментной теории, большинство авторов отказывается от строгого соблюдения одного или обоих уравнений равновесия во всех точках поверхности и применяет какие-либо дополнительные гипотезы о поведении материала в процессе деформации.

Случай строгого соблюдения уравнения равновесия поверхности (1.4) во всех точках пластины рассматривается в работе [7]. При этом уравнение равновесия элемента (1.3) не применяется, а для определения напряжений в промежуточных точках авторы разбивают исходную пластину на набор концентрических круговых полос и отслеживают состояние каждой полосы в зависимости от времени. Сверхпластическое деформирование описывается ими при помощи степенных определяющих соотношений $\sigma = K\dot{\varepsilon}^m$, где σ — напряжение, $\dot{\varepsilon}$ — скорость деформации, а K и m — постоянные коэффициенты. Авторами работы [10] был дополнительно проведен эксперимент с растяжением пакета из двух пластинок, в верхней из которых вдоль меридиана просверлены изначально круглые отверстия одинакового размера, в процессе деформации принимающие эллиптическую форму. По результатам данного эксперимента принималась гипотеза о пропорциональности изменения размеров отверстий напряжениям по соответствующим осям, что позволило ввести параметр отношения напряжений, определить его величину экспериментально и на основе установленной зависимости вычислить приращения на каждом шаге итеративного процесса. В той же работе [10] приводятся определяющие соотношения вида $\dot{\varepsilon} = A_1 (b/d)^s (\sigma/G)^n$, где A_1 , b , s , G и n — постоянные коэффициенты, а d — размер зерна. Однако авторы особо отмечают, что для сверхпластических материалов поведение размера зерна достаточно сложным образом зависит не только от времени, но и от деформации, поэтому результаты данной работы основаны на упрощенном соотношении $\dot{\varepsilon} = A_2 \sigma^n$, эквивалентном степенной зависимости.

Одним из немногих примеров отказа от гипотезы сферичности купола является работа [11], в которой форма купола полагается эллиптической. Дальнейшее решение строится аналогично работе [7]. Теоретически отказ от предположения о сферичности мог бы позволить удовлетворить одновременно уравнениями равновесия безмоментной теории оболочек и ассоциированному закону пластичности. Однако в работе [11] данный вопрос не рассматривается: соотношение полуосей эллипса в конце деформации полагается известным, а в промежуточные моменты времени — пропорциональным высоте купола.

В некоторых работах при решении рассматриваемой задачи применяется какая-либо кинематическая гипотеза, позволяющая избежать разбиения оболочки на полосы и решать единую систему уравнений. Одной из первых таких работ является работа [12], в которой сделано предположение о равномерном истончении пластины. Однако, как было замечено рядом исследователей (см. например, обсуждение в [2]), гипотеза о равномерном истончении пластины в совокупности с нулевым окружным перемещением в заделке приводит к парадоксальному выводу — радиус пластины, деформированной до полусферы, оказывается в $\sqrt{2}$ раз больше начального, что противоречит предположению об абсолютной жесткости формы.

Рассмотрение возможности изменения толщины в разных точках оболочки позволило авторам работы [13] избавиться от этого противоречия и получить решение задачи в условиях недеформируемой формы. В качестве гипотезы о распределении деформаций при этом используется предположение о равномерном растяжении меридианов, что так же, как и в работе [12], позволяет решить задачу аналитически. В результате анализа была найдена требуемая функция давления, получены и сопоставлены с экспериментальными конечное распределение толщины оболочки и общее время деформирования при различных скоростях $\dot{\epsilon}$. Однако и в данной работе в качестве определяющих соотношений использована степенная зависимость между интенсивностями напряжений и скоростей деформаций, не включающая в себя параметры микроструктуры. Авторами работы [14] величины окружной и меридиональной деформаций в разных точках пластины были измерены экспериментально, что позволило им выдвинуть гипотезу о параболической форме зависимости инженерной деформации от радиуса. Построенная на основе данной гипотезы модель уже не может быть решена аналитически и нуждается в численном интегрировании. Толщина пластины в рамках данной гипотезы также оказывается неравномерной, однако авторы работы [14] не обсуждают этот вопрос.

Таким образом, большинство авторов предполагают, что в промежуточные моменты времени форма пластины задается частью сферы, а в качестве гипотезы о распределении деформаций в пластине в промежуточных точках часто используются дополнительные предположения. В то же время большинство авторов пользуются степенными определяющими соотношениями в форме $\sigma = K\dot{\epsilon}^m$. Поведение пластины в рамках таких определяющих соотношений хорошо изучено, в частности, показано [7], что истончение пластины уменьшается с ростом параметра скоростной чувствительности m . Однако данные соотношения пригодны для описания поведения конкретного материала лишь в определенном, достаточно узком диапазоне скоростей деформации. В частности, хорошо известно, что кривые сверхпластического деформирования $\sigma(\dot{\epsilon})$ в логарифмических координатах имеют сигмоидальную форму [1], в то время как степенные определяющие соотношения приближают данную зависимость линейной функцией. Кроме того, из рассмотренных работ только в статье [14] использованы определяющие соотношения, зависящие от начального размера зерна в образце, но и там вопрос об эволюции параметра микроструктуры и о влиянии его на характеристики процесса деформирования не рассматривался. В основном данный вопрос поднимается в ряде экспериментальных работ и в исследованиях, посвященных моделированию деформирования листовых материалов давлением при помощи метода конечных элементов [8; 15; 16]. В частности, в работе [8] показано, что подходящая начальная микроструктура позволяет добиться более равномерного распределения толщины в готовом изделии.

В настоящей статье задача о деформировании плоской круглой пластины под действием приложенного с одной стороны равномерно распределенного давления решена на основе определяющих соотношений, учитывающих сложную эволюцию микроструктуры материала в процессе деформации. При моделировании процессов формовки листовых заготовок особую важность представляет определение оптимальных условий деформирования и функции давления, обеспечивающих поддержание режима сверхпластичности на протяжении всего процесса обработки. Для определения границ применимости соответствующих технологических процессов необходимо исследование распределения толщины в зависимости от времени в различных точках образца. Особое внимание уделяется анализу изменения микроструктуры материала в процессе деформирования, что позволяет уточнить характеристики процесса листовой формовки и предложить пути улучшения ожидаемых механических свойств готового изделия. Расчеты проводились в рамках гипотезы о параболической форме зависимости инженерной деформации от радиуса [14]. Параметры моделей определялись на основе авторского алгоритма [17] для титанового сплава Ti-6Al-4V при температуре 927 °C на основании экспериментов, приведенных в работе [18].

2. Кинематическая гипотеза и уравнения состояния пластины

Как было описано в предыдущем разделе, во введенной системе координат (рис. 1.1) тензоры напряжений и скоростей пластических деформаций имеют диагональный вид. Отличные от нуля компоненты тензора напряжений соответствуют меридиональному σ_1 и окружному σ_2 напряжениям. В полюсе купола из соображений симметрии $\sigma_{1p} = \sigma_{2p}$ (индекс p здесь и далее означает полюс). При этом интенсивность касательных напряжений в полюсе оказывается равной $\sigma_{ep} = \sigma_{1p}$. С учетом (1.1), (1.2) и условия несжимаемости для компонент тензора деформаций

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \quad (2.1)$$

получаем $\epsilon_{1p} = \epsilon_{2p} = -\epsilon_{3p}/2$. В окрестности полюса пластина деформируется свободно, при этом из уравнения равновесия элемента (1.3) с учетом предположения о том, что оболочка в любой момент

времени представляет собой сегмент сферы $\rho_m = \rho_c = \rho$, меридиональное напряжение в куполе представляется в виде $\sigma_{1p} = P\rho/2w_p$, где w_p — толщина купола в полюсе.

По условию заделки на границе купола $\varepsilon_{2b} = 0$. Будем рассматривать вариант шарнирного закрепления на границе. При постановке натуральных экспериментов для обеспечения близкого к рассматриваемой модели режима деформирования иногда применяется скругленный зажим на внутренней стороне формы (см., например, рис. 2 в работе [7]). Из этих условий с учетом (1.2) для напряжений в заделке получаем $\sigma_{1b} = 2\sigma_{2b}$, $\sigma_{eb} = \sqrt{3}\sigma_{1b}/2$ и для деформаций $\varepsilon_{1b} = -\varepsilon_{3b}$. Учитывая уравнение равновесия сегмента поверхности (1.4), для меридионального напряжения на границе пластины справедливо выражение $\sigma_{1b} = P\rho/2w_b$.

Таким образом, как в полюсе купола, так и на его границе все компоненты тензоров напряжений и деформаций могут быть выражены через меридиональное напряжение σ_1 , меридиональную пластическую деформацию ε_1 , давление газа $P(t)$, радиус кривизны оболочки ρ и ее толщину w . Чтобы определить связь деформаций и геометрических параметров оболочки, воспользуемся, во-первых, условием несжимаемости материала (2.1). Для деформации пластины по толщине выполняется равенство $\varepsilon_3 = \ln(w/w_0)$, откуда можно выразить связь толщины пластины w с деформациями:

$$w = w_0 \exp(\varepsilon_3) = w_0 \exp(-\varepsilon_1 - \varepsilon_2).$$

Во-вторых, в соответствии с принятой гипотезой о параболическом распределении инженерных деформаций [14] можно записать

$$\varepsilon_{\text{eng}} = \varepsilon_{\text{eng},p} + (\varepsilon_{\text{eng},b} - \varepsilon_{\text{eng},p}) \frac{x^2}{r_0^2},$$

где x — радиус, исчисляемый от оси симметрии купола ($x = 0$ соответствует полюсу пластины, $x = r_0$ — ее границе). Переходя от инженерных деформаций к логарифмическим по формуле $\varepsilon_{\text{eng}} = \exp(\varepsilon) - 1$, принятую гипотезу можно записать в виде

$$\exp(\varepsilon) = \exp(\varepsilon_p) + (\exp(\varepsilon_b) - \exp(\varepsilon_p)) \frac{x^2}{r_0^2}. \quad (2.2)$$

Вычислим длину дуги меридиана L от полюса до заделки. С одной стороны, ее можно выразить через радиус сферы и ограничивающий дугу угол: $|L| = \rho\theta = \rho \arcsin(r_0/\rho)$. С другой стороны, интегрируя по длине элемента дуги и учитывая представление (2.2), можно выразить $|L|$ через меридиональную деформацию ε_1 :

$$|L| = \int_0^{r_0} \exp(\varepsilon_1) dx = r_0 \frac{2 \exp(\varepsilon_{1p}) + \exp(\varepsilon_{1b})}{3}. \quad (2.3)$$

Приравнивая данные выражения, окончательно получаем связь радиуса кривизны ρ с деформациями пластины [14]:

$$\frac{\rho}{r_0} \arcsin\left(\frac{r_0}{\rho}\right) = \frac{2 \exp(\varepsilon_{1p}) + \exp(\varepsilon_{1b})}{3}. \quad (2.4)$$

В частном случае при $\varepsilon_{1p} = \varepsilon_{1b}$ такое предположение о распределении деформаций будет эквивалентно гипотезе о равномерном растяжении меридианов, применяемой в работе [13].

Уравнение (2.4) неявное, поэтому для дальнейших вычислений будет удобно записать его в дифференциальной форме. Возьмем от обеих его частей производную по времени и упростим выражение:

$$\dot{\rho} \left(\frac{1}{r_0} \arcsin\left(\frac{r_0}{\rho}\right) - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - r_0^2}} \right) = \frac{2 \exp(\varepsilon_{1p}) \dot{\varepsilon}_{1p} + \exp(\varepsilon_{1b}) \dot{\varepsilon}_{1b}}{3}. \quad (2.5)$$

В качестве определяющих соотношений для материала в данной работе будут использованы соотношения Дуппе и соавторов (см., например, [15]) в нормированном виде, содержащие эволюционное уравнение для размера зерна d и параметр деформационного упрочнения h .

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{A}{d^\alpha} \sinh(B(\sigma_e - h - 1)); \\ \dot{d} &= \frac{D}{d^\beta} + \frac{G}{d^\varphi} \dot{p}; \\ \dot{h} &= H(H_0 - h) \dot{p}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В совокупности с выведенными ранее уравнениями это позволяет записать полную систему, описывающую поведение пластины под действием приложенного давления $P(t)$:

$$w_p = w_0 \exp(-2\varepsilon_{1p});$$

$$\begin{aligned}
w_b &= w_0 \exp(-\varepsilon_{1b}); \\
\sigma_{1p} &= \frac{P\rho}{2w_p}; \\
\sigma_{1b} &= \frac{P\rho}{2w_b}; \\
h_p &= H_0 (1 - \exp(-2H\varepsilon_{1p})); \\
h_b &= H_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}H\varepsilon_{1b}\right) \right); \\
\dot{\rho} &= \frac{2 \exp(\varepsilon_{1p})\dot{\varepsilon}_{1p} + \exp(\varepsilon_{1b})\dot{\varepsilon}_{1b}}{3 \left(\frac{1}{r_0} \arcsin\left(\frac{r_0}{\rho}\right) - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - r_0^2}} \right)}; \\
2\dot{\varepsilon}_{1p} &= \frac{A}{d_p^\alpha} \sinh(B(\sigma_{1p} - h_p - 1)); \\
\dot{d}_p &= \frac{D}{d_p^\beta} + \frac{G}{d_p^\varphi} 2\dot{\varepsilon}_{1p}; \\
\frac{2}{\sqrt{3}}\dot{\varepsilon}_{1b} &= \frac{A}{d_b^\alpha} \sinh\left(B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sigma_{1b} - h_b - 1\right)\right); \\
\dot{d}_b &= \frac{D}{d_b^\beta} + \frac{G}{d_b^\varphi} \frac{2}{\sqrt{3}}\dot{\varepsilon}_{1b}.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Как можно заметить, система (2.7) является системой из пяти дифференциальных уравнений с шестью неизвестными: P , ρ , ε_{1p} , d_p , ε_{1b} , d_b . Остальные (недифференциальные) соотношения выписаны для удобства: выражаемые ими величины могут быть подставлены в дифференциальные уравнения напрямую. Таким образом, при известном законе давления $P(t)$ система (2.7) является замкнутой и может быть решена любым стандартным способом (например, методом Рунге — Кутты). Для решения обратной задачи, то есть определения функции давления, требующейся для поддержания определенного режима деформирования, необходимо дополнить систему соотношением, задающим этот режим. Чаще всего в качестве такого соотношения рассматривается условие $\dot{\varepsilon}_{1p} = \text{const}$, позволяющее реализовать технологически оптимальный режим в области наиболее интенсивного сверхпластического деформирования. В каждом из этих случаев решением системы (2.7) будут являться макрохарактеристики процесса деформирования (давление, напряжения и деформации, величина упрочнения), параметры микроструктуры (размеры зерен) и геометрические параметры образца (радиус и толщина оболочки).

3. Результаты моделирования

Как уже упоминалось, одним из важнейших параметров при сверхпластическом деформировании листовых материалов является неоднородность толщины мембраны в конце процесса, поскольку технологическими требованиями ограничиваются как минимальная толщина, так и допускаемая неравномерность толщины в готовом изделии. В рассматриваемой задаче формовки листовой пластины до полусферы минимальная толщина наблюдается в полюсе купола, а максимальная — в заделке (рис. 1.1). Для формального контроля за соотношением этих величин введем параметр истончения:

$$\bar{w} = \frac{w_b - w_p}{w_b},$$

значения которого находятся в пределах от нуля (равномерная толщина) до единицы (нулевая толщина в полюсе, прорыв мембраны).

Для определения данного параметра на основании описанных предположений было проведено моделирование деформирования пластины в различных условиях. При расчетах рассматривался режим деформирования с постоянной скоростью деформации в полюсе купола — $\dot{\varepsilon}_{1p} = \text{const}$. Для геометрических параметров пластины были приняты значения $r_0 = 35$ мм, $w_0 = 1$ мм. Моделировался процесс формовки от изначального (плоского) состояния пластины до момента превращения оболочки в полусферу, который определялся по превышению высотой купола h значения $r_0 - r_c$, где r_c — малое значение контрольной высоты (в расчетах принималось равным 0.2 мм). Это соответствует условиям реальных экспериментов, в которых момент превращения оболочки в полусферу определяется по контакту купола с датчиком, выступающим на высоту r_c из основания цилиндрической формы.

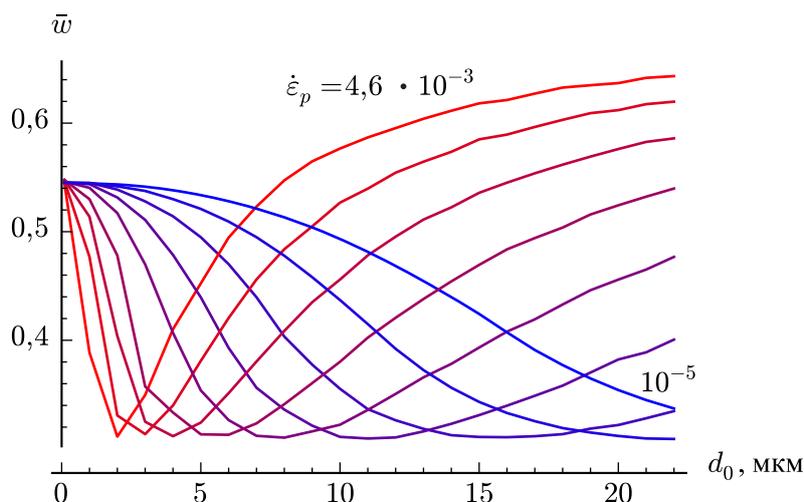


Рис. 3.1 Зависимость коэффициента истончения \bar{w} от начального размера зерна d_0 и скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}_p$ в модели без роста зерен

Fig. 3.1 Dependence of the thinning coefficient \bar{w} on the initial grain size d_0 and the plastic deformation rate $\dot{\epsilon}_p$ calculated via model excluding grain growth

Материальные константы в соотношениях (2.6) определялись с использованием авторского алгоритма, который подробно описан в работе [17], на основе экспериментов [18] для титанового сплава Ti-6Al-4V при температуре 927 °С. На рис. 3.1 представлены результаты расчета для редуцированной модели, не учитывающей рост зерен в процессе деформирования. Параметры данной модели приведены в первой строке табл. 3.1.

Таблица 3.1

Значения материальных констант:
 (а) без учета роста зерен, (б) с учетом роста зерен

Table 3.1

Values of material constants:

	(a) excluding grain growth, (b) taking into account grain growth								
	<i>A</i>	<i>B</i>	α	<i>D</i>	<i>G</i>	β	φ	<i>H</i> ₀	<i>H</i>
(а)	47.8	0.0524	2.20	0.0	0.0	–	–	22.8	0.947
(б)	67.6	0.0532	2.35	0.367	10.3	2.09×10^{-5}	0.676	4.89	3.56

Можно заметить, что для каждой скорости деформации существует оптимальный начальный размер зерен d_0 , для которого итоговый коэффициент истончения \bar{w} минимален. Полученный результат хорошо согласуется с известным результатом ряда работ, посвященных задачам сверхпластической формовки, где отмечалось, что истончение уменьшается с увеличением параметра скоростной чувствительности m . Таким образом, даже модель, не учитывающая рост зерен, но описывающая сигмоидальный характер кривой сверхпластичности и зависимость поведения материала от начального размера зерен, может быть успешно использована для моделирования деформирования в достаточно широком диапазоне скоростей. В то же время минимальное значение параметра \bar{w} на рис. 3.1 не зависит от размера зерна. Если не принимать во внимание эволюцию параметров микроструктуры, можно было бы заключить, что величина начального размера зерна в материале не оказывает влияния на получаемое истончение при условии, что используется оптимальная для данной микроструктуры скорость деформирования.

Однако картина существенно изменяется при использовании полной модели, учитывающей рост зерен в процессе деформирования. Параметры этой модели приведены во второй строке табл. 3.1. Результаты расчета с использованием такой модели представлены на рис. 3.2. Минимальное значение коэффициента истончения существенно зависит от начального размера зерна. Значение \bar{w} стремится к некоторой константе для больших размеров зерен (более 10 мкм, что считается пороговым значением для проявления сверхпластического течения в металлических сплавах). При уменьшении размера зерна значение коэффициента истончения \bar{w} убывает до некоторого минимального значения, не равного нулю. Иными словами, существует теоретический предел однородности толщины изделия: получение одинаковой толщины во всех точках невозможно даже при субмикронных размерах зерен. По мере уменьшения размера зерна оптимальная скорость деформации возрастает (что

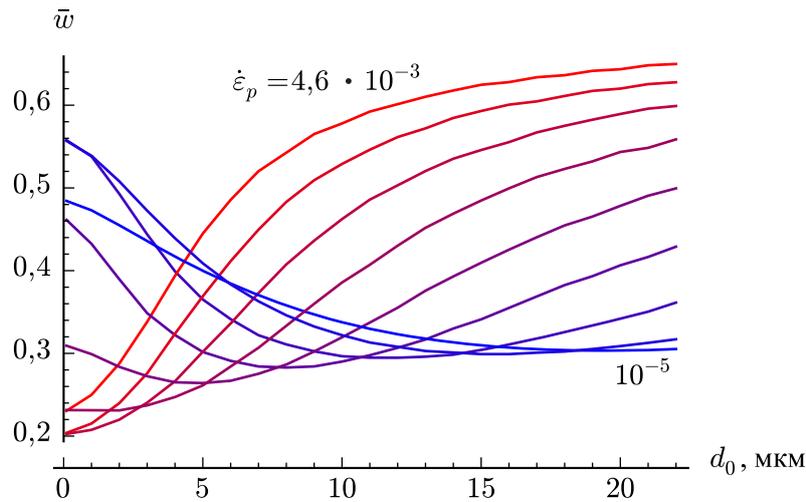


Рис. 3.2. Зависимость коэффициента истончения \bar{w} от начального размера зерна d_0 и скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}_p$ в модели, учитывающей рост зерен
 Fig. 3.2. Dependence of the thinning coefficient \bar{w} on the initial grain size d_0 and the plastic deformation rate $\dot{\epsilon}_p$ calculated via model taking into account grain growth

удобно для практических применений), однако минимальному истончению соответствует некоторое конкретное значение оптимальной скорости. Дальнейшее повышение скорости деформации не позволит оставаться в рамках оптимального режима сверхпластичности, сколь бы хорошо ни была подготовлена микроструктура. Это ограничивает применение высокоскоростной сверхпластичности в рассматриваемых процессах формовки.

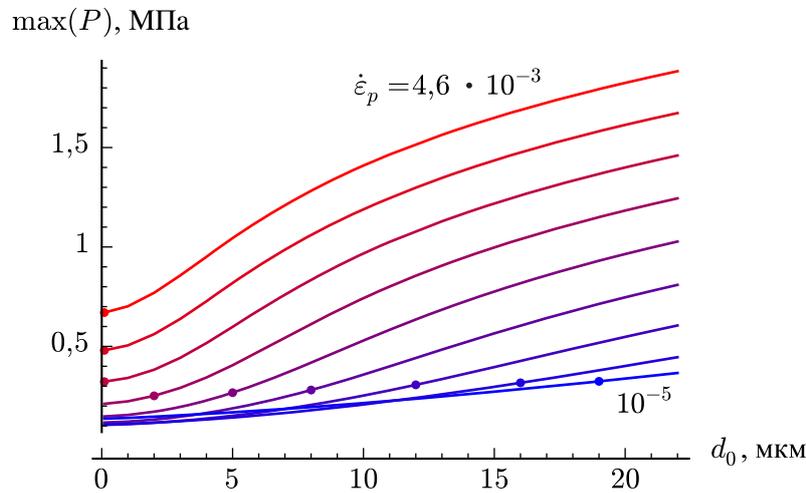


Рис. 3.3. Зависимость максимума давления газа $P(t)$ от начального размера зерна d_0 и скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}_p$ в модели, учитывающей рост зерен
 Fig. 3.3. Dependence of the maximum gas pressure $P(t)$ on the initial grain size d_0 and the plastic deformation rate $\dot{\epsilon}_p$ calculated via model taking into account grain growth

Немаловажным параметром процесса формовки является давление, которое необходимо приложить в ходе деформирования для поддержания постоянной скорости деформации в полюсе купола. Характерной особенностью зависимости величины давления от времени является наличие точки максимума [10; 11; 13; 14]. Значение максимального давления является одним из основных требований к применяемому оборудованию. На рис. 3.3 показана зависимость максимума давления от скорости сверхпластической формовки и начального размера зерна в заготовке. Вполне ожидаемо, рост скорости при фиксированном начальном размере зерна, как и рост размера зерна при фиксированной скорости, приводит к увеличению рабочего давления. Однако, как показывают результаты моделирования, значения, соответствующие режимам минимального истончения (на рис. 3.3 отмечены точками),

находятся приблизительно на одном уровне. Таким образом, увеличение скорости деформаций не повышает требования к применяемому оборудованию до тех пор, пока соответствующая подготовка микроструктуры позволяет оставаться в области оптимального режима сверхпластического деформирования. По достижении максимальной скорости в оптимальном режиме дальнейшее ее повышение приводит к росту требуемого давления, что согласуется с описанными выше результатами по источнику.

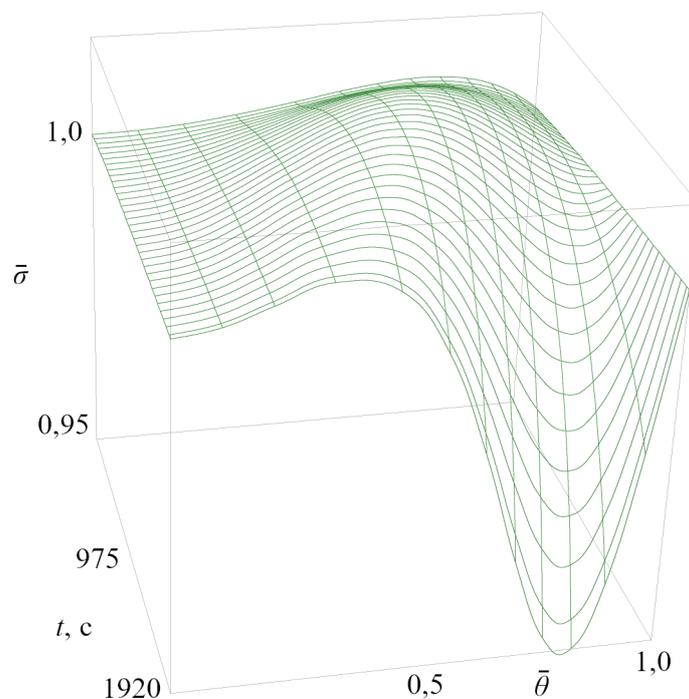


Рис. 3.4. Отношение $\bar{\sigma}$ меридионального напряжения σ_1 к значению напряжения, вычисленному по безмоментной теории оболочек, в зависимости от времени t и угловой координаты $\bar{\theta}$
Fig. 3.4. Ratio $\bar{\sigma}$ of meridional stress σ_1 to the stress value calculated by the momentless shell theory depending on time and angular coordinate θ

Как уже было отмечено, при решении поставленной задачи невозможно одновременно удовлетворить обоим уравнениям равновесия безмоментной теории, предположению о сферической форме поверхности, ассоциированному закону пластичности и условию в заделке. В соответствии с уравнением безмоментной теории на всей поверхности сферы для меридионального напряжения должно выполняться равенство (1.5), или $\bar{\sigma} = 2w\sigma_1/P\rho = 1$. На рис. 3.4 показано полученное при решении фактическое значение величины $\bar{\sigma}$ в зависимости от угловой координаты $\bar{\theta} = \theta/\theta_b$ и времени, позволяющее судить об отклонении от уравнений безмоментной теории. При $\bar{\theta} = 0$ или $\bar{\theta} = 1$ (в полюсе и в заделке) $\bar{\sigma}$ в точности равно единице, так как система уравнений (2.7) обеспечивает соблюдение уравнений равновесия в этих точках. В промежуточных точках значение отношения $\bar{\sigma}$ отличается от единицы, при этом характер отклонения зависит от времени. При малых временах $\bar{\sigma} > 1$ (расчетные напряжения оказываются выше ожидаемых). По-видимому, это связано с тем, что в начале процесса материал слабо сопротивляется давлению, и скорость деформаций сравнительно велика. Далее с течением времени радиус кривизны купола уменьшается, и вблизи периметра оболочки растет влияние заделки. По мере приближения формы купола к полусфере значение $\bar{\sigma}$ оказывается меньше единицы (расчетные напряжения ниже ожидаемых), поскольку безмоментная теория не учитывает вклад изгибных напряжений, которые играют существенную роль в области заделки.

Тем не менее, на протяжении всего процесса деформирования отклонение параметра $\bar{\sigma}$ от 1 существенно выше при $\bar{\theta} \rightarrow 1$, чем при $\bar{\theta} \rightarrow 0$. Это согласуется с принципом Сен-Венана: влияние граничных условий на периметре купола ослабевает по мере удаления от границы, и поведение оболочки все более соответствует свободному деформированию в соответствии с уравнениями равновесия безмоментной теории. Также по рис. 3.4 можно оценить максимальную величину погрешности $\bar{\sigma}$ во всем процессе деформирования — она составляет около 6%. Таким образом, использование безмоментной теории оболочек позволяет с удовлетворительной степенью точности описать поведение материала в рассматриваемой задаче.

Заключение

Деформирование листовых материалов давлением газа в режиме сверхпластичности — интенсивно используемый в настоящее время способ промышленной обработки металлов, позволяющий создавать бездефектные изделия сложной формы из современных конструкционных сплавов, преимущественно на основе титана и алюминия. Для получения изделий с необходимыми механическими свойствами важно контролировать микроструктурные параметры в процессе деформирования.

В данной работе проанализирована эффективность применения определяющих соотношений, учитывающих размер зерен в материале и деформационное упрочнение, к задаче формовки давлением круглой пластины до полусферической оболочки. Полученные результаты хорошо согласуются с широко известными исследованиями в области сверхпластичности (зависимость истончения от параметра скоростной чувствительности m , улучшение параметров течения при уменьшении размера зерен). Показано, что использование определяющих соотношений, корректно моделирующих сигмоидальную кривую сверхпластичности, позволяет расширить область применимости полученной модели материала. Учет эволюции микроструктуры в процессе деформирования существенно уточняет оценку скорости деформации, которая необходима для поддержания оптимального режима деформирования и получения по возможности однородного по толщине изделия. Проведена численная оценка погрешности в уравнении равновесия, возникающей при решении поставленной задачи в предположениях безмоментной теории оболочек.

Литература

- [1] Васин Р.А., Еникеев Ф.У. Введение в механику сверхпластичности. Ч. 1. Уфа: Гилем, 1998. 280 с. URL: <https://b-ok.global/book/3039517/f6af87>.
- [2] Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. 363 p. DOI: <http://doi.org/10.1007/978-3-662-04367-7>.
- [3] Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D. Superplasticity in metals and ceramics. NY: Cambridge University Press, 1997. 287 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511525230>.
- [4] Грабский М.В. Структурная сверхпластичность металлов. Москва: Металлургия, 1975. 272 с. URL: https://www.studmed.ru/grabskiy-m-v-strukturnaya-sverhplastichnost-metallov_3451ba47314.html.
- [5] Сверхпластичность ультрамелкозернистых сплавов: эксперимент, теория, технология / Р.Р. Мулюков [и др.]. Москва: Наука, 2014. 284 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32737541>.
- [6] Leyens C., Peters M. Titanium and Titanium Alloys. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2003. 513 p.
- [7] Cornfield G.C., Johnson R.H. The forming of superplastic sheet metal // International Journal of Mechanical Sciences. 1970. Vol. 12. Issue 6. P. 479–490. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(70\)90075-5](http://doi.org/10.1016/0020-7403(70)90075-5).
- [8] Cheong B.H., Lin J., Ball A.A. Modelling the effect of grain-size gradients on necking in superplastic forming // Journal of Materials Processing Technology. 2003. V. 134(1) P. 10–18. DOI: [http://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00216-9](http://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00216-9).
- [9] Феодосьев В.И. Сопrotивление материалов. Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 592 с. URL: http://pnu.edu.ru/media/filer_public/2013/04/10/2-12_fedosev_sopromat_1999.pdf.
- [10] Guo Z.X., Ridley N. Modelling of Superplastic Bulge Forming of Domes // Materials Science and Engineering: A. 1989. V. 114. P. 97–104. DOI: [http://doi.org/10.1016/0921-5093\(89\)90849-6](http://doi.org/10.1016/0921-5093(89)90849-6).
- [11] Yang H.S., Mukherjee A.K. An analysis of the superplastic forming of a circular sheet diaphragm // International Journal of Mechanical Sciences. 1992. V. 34(4). P. 283–297. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(92\)90036-G](http://doi.org/10.1016/0020-7403(92)90036-G).
- [12] Jovane F. An approximate analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm: Theory and Experiments // International Journal of Mechanical Sciences. 1968. V. 10(5). P. 403–427. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(68\)90005-2](http://doi.org/10.1016/0020-7403(68)90005-2).
- [13] Enikeev F.U., Kruglov A.A. An analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm // International Journal of Mechanical Sciences. 1995. V. 37(5). P. 473–483. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(94\)00081-T](http://doi.org/10.1016/0020-7403(94)00081-T).
- [14] Ghosh A.K., Hamilton C.H. Influences of material parameters and microstructure on superplastic forming // Metallurgical Transactions A. 1982. V. 13. P. 733–743. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF02642386>.
- [15] Lin J., Dunne F.P.E. Modelling grain growth evolution and necking in superplastic blow-forming // International Journal of Mechanical Sciences. 2001. V. 43(3). P. 595–609. DOI: [http://doi.org/10.1016/S0020-7403\(00\)00055-2](http://doi.org/10.1016/S0020-7403(00)00055-2).
- [16] Lin J., Dean T.A. Modelling of microstructure evolution in hot forming using unified constitutive equations // Journal of Materials Processing Technology. 2005. V. 167(2–3). P. 354–362. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.06.026>.

- [17] Гончаров И.А., Белякова Т.А. Методы оценки точности и устойчивости алгоритма определения значений параметров моделей сверхпластичности // Вычислительная механика сплошных сред. 2018. Т. 11(1). С. 51–67. DOI: <http://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.1.5>.
- [18] Ghosh A.K., Hamilton C.H. Mechanical behavior and hardening characteristics of a superplastic Ti-6Al-4V alloy // Metallurgical Transactions A. 1979. V. 10. P. 699–706. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF02658391>.



Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2020-26-2-50-62

Submitted: 13.03.2020

Revised: 27.03.2020

Accepted: 25.05.2020

T.A. Beliakova

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

E-mail: tatiana.beliakova@math.msu.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0636-816X>

I.A. Goncharov

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

E-mail: rtif91@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0385-6595>

THE EFFECT OF METAL ALLOY MICROSTRUCTURE ON THE THICKNESS DISTRIBUTION IN THE CIRCULAR PLATE UNDER THE SUPERPLASTIC BLOW-FORMING

ABSTRACT

The gas-blow forming of sheet specimens under the superplastic conditions is the widespread and intensive developing technological method for metal-forming of modern alloys (mainly on the aluminium and titanium base). The investigation of evolution of the microstructure parameters in the deformation process is necessary to obtain the defect-free constructions with required mechanical properties. In the present paper the blow-forming process of the thin circular plate to the hemispherical form is modelled. The stress-strain relations used include the parameters of the grain size and of the hardening depending on the accumulated plastic strain. It is shown that taking into account the evolution of the microstructure parameters in the superplastic deformation can significantly improve the estimation of the optimal characteristics of the manufacturing process and eventually can provide the most thickness-uniform engineering product.

Key words: superplasticity, metal alloys, pressure metal forming, sheet-metal forming, round plates, influence of microstructure, microstructure evolution, grain size.

Citation. Beliakova T.A., Goncharov I.A. The effect of metal alloy microstructure on the thickness distribution in the circular plate under the superplastic blow-forming. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2020, vol. 26, no. 2, pp. 50–62. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-2-50-62>. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: authors and reviewers declare no conflict of interests.

Information about the author: © *Beliakova Tatiana Alexandrovna* — associated professor, Department of Plasticity Theory, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, 1, Lenin Mountains, Moscow, 119991, Russian Federation.

© *Goncharov Innokentii Alexandrovich* — postgraduate student of the Department of Plasticity Theory, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, 1, Lenin Mountains, Moscow, 119991, Russian Federation.

References

- [1] Vasin R.A., Enikeev F.U. Introduction to the mechanics of superplasticity. Part 1. Ufa: Gilem, 1998, 280 p. Available at: <https://b-ok.global/book/3039517/f6af87>. (In Russ.)
- [2] Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics. Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 2001, 363 p. DOI: <http://doi.org/10.1007/978-3-662-04367-7>.

- [3] Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D. Superplasticity in metals and ceramics. NY: Cambridge University Press, 1997. 287 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511525230>.
- [4] Grabski M. (1975) Structural superplasticity of metals. Moscow: Metallurgiya, 1975, 272 p. Available at: https://www.studmed.ru/grabskiy-m-v-strukturnaya-sverhplastichnost-metallov_3451ba47314.html. (In Russ.)
- [5] Mulyukov R.R., Imaeva R.M., Nazarova A.A., Imaeva M.F., Imaeva V.M. Superplasticity of the ultrafine-grained alloys: experiment, theory, technology. Moscow: Nauka, 2014, 284 p. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32737541>. (In Russ.)
- [6] Leyens C., Peters M. Titanium and Titanium Alloys. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2003, 513 p.
- [7] Cornfield G.C., Johnson R.H. The forming of superplastic sheet metal. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1970, vol. 12, issue 6, pp. 479–490. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(70\)90075-5](http://doi.org/10.1016/0020-7403(70)90075-5).
- [8] Cheong B.H., Lin J., Ball A.A. Modelling the effect of grain-size gradients on necking in superplastic forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, vol. 134, issue 1, pp. 10–18. DOI: [http://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00216-9](http://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00216-9).
- [9] Feodosev V.I. Strength of materials. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 1999, 592 p. Available at: http://pnu.edu.ru/media/filer_public/2013/04/10/2-12_fedosev_sopromat_1999.pdf. (In Russ.)
- [10] Guo Z.X., Ridley N. Modelling of Superplastic Bulge Forming of Domes. *Materials Science and Engineering: A*, 1989, vol. 114, pp. 97–104. DOI: [http://doi.org/10.1016/0921-5093\(89\)90849-6](http://doi.org/10.1016/0921-5093(89)90849-6).
- [11] Yang H.S., Mukherjee A.K. An analysis of the superplastic forming of a circular sheet diaphragm. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1992, vol. 34 (4), pp. 283–297. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(92\)90036-G](http://doi.org/10.1016/0020-7403(92)90036-G).
- [12] Jovane F. An approximate analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm: Theory and experiments. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1968, vol. 10(5), pp. 403–427. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(68\)90005-2](http://doi.org/10.1016/0020-7403(68)90005-2).
- [13] Enikeev F.U., Kruglov A.A. An analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1995, vol. 37, no. 5, pp. 473–483. DOI: [http://doi.org/10.1016/0020-7403\(94\)00081-T](http://doi.org/10.1016/0020-7403(94)00081-T).
- [14] Ghosh A.K., Hamilton C.H. Influences of material parameters and microstructure on superplastic forming. *Metallurgical Transactions A*, 1982, vol. 13, pp. 733–743. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF02642386>.
- [15] Lin J., Dunne F.P.E. Modelling grain growth evolution and necking in superplastic blow-forming. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2001, vol. 43 (3), pp. 595–609. DOI: [http://doi.org/10.1016/S0020-7403\(00\)00055-2](http://doi.org/10.1016/S0020-7403(00)00055-2).
- [16] Lin J., Dean T.A. Modelling of microstructure evolution in hot forming using unified constitutive equations. *Journal of Materials Processing Technology*, 2005, vol. 167(2–3), pp. 354–362. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.06.026>.
- [17] Goncharov I.A., Beliakova T.A. The methods of estimating the accuracy and stability of the algorithm for determination of values of the parameters in superplasticity models. *Computational Continuum Mechanics*, 2018, vol. 11 (1), pp. 51–67. DOI: <http://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.1.5>. (In Russ.)
- [18] Ghosh A.K., Hamilton C.H. Mechanical behavior and hardening characteristics of a superplastic Ti-6Al-4V alloy. *Metallurgical Transactions A*, 1979, vol. 10, pp. 699–706. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF02658391>.