
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ

УДК 532.529.5

DOI: 10.18287/2541-7525-2019-25-3-83-92

Дата поступления статьи: 17/VII/2019

Дата принятия статьи: 29/VIII/2019

Ю.А. Крюков

**ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЗНАКА СИЛЫ СЭФМАНА ПРИ БЕЗОТРЫВНОМ
ОБТЕКАНИИ СФЕРЫ**

© Крюков Юрий Александрович — кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры теоретических основ теплотехники и гидромеханики, Самарский государственный технический университет, 443100, Российская Федерация, г. Самара, ул. Галактионовская, 141.

E-mail: yurakryukov1985@mail.ru. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-2544-8197>

АННОТАЦИЯ

В статье продемонстрировано решение задачи обтекания сферической частицы линейным сдвиговым неограниченным изотермическим стационарным потоком вязкой жидкости, полученное в пакете Ansys Fluent для диапазона числа Рейнольдса от 0.1 до 10 и безразмерного градиента скорости, равного 0.1. При малых значениях параметров задачи результаты моделирования хорошо согласуются с известными результатами, полученными с помощью аналитического приближенного метода асимптотических сращиваний, когда подтверждается распространенное представление о силе Сэфмана, а именно: она направлена в сторону с большей относительной скоростью потока. На основании расчетов установлено, что при числах Рейнольдса от 4 до 5 сила Сэфмана меняет направление. Результаты расчетов подтверждают предположение McLaughlin об отрицательной поперечной силе, вероятно, впервые.

Ключевые слова: невозмущенный линейный сдвиговый поток, сфера, сила Сэфмана, Ansys Fluent.

Цитирование. Крюков Ю.А. Об изменении знака силы Сэфмана при безотрывном обтекании сферы // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2019. Т. 25. № 3. С. 83–92. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-3-83-92>.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.

UDC 532.529.5
DOI: 10.18287/2541-7525-2019-25-3-83-92

Submitted: 17/VII/2019
Accepted: 29/VIII/2019

Yu.A. Kryukov

VEERING OF SAFFMAN LIFT FORCE AT FLOW PAST SPHERE WITHOUT SEPARATION

© Kryukov Yurii Aleksandrovich — Candidate of Technical Sciences, senior scientist of the Department of Theoretical Foundations of Heat Engineering and Hydromechanics, Samara State Technical University, 141, Galaktionovskaya street, 443100, Russian Federation.

E-mail: yurakryukov1985@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2544-8197>

ABSTRACT

The article shows the characteristics of a sphere placed in a linear shear flow. The Reynolds number ranges from 0.1 to 10, and the dimensionless velocity gradient is 0.1. The coefficients of drag and lift forces do not depend on the change in the distance to the boundaries of the computational domain and the reduction of cell sizes. The results are obtained in the Ansys Fluent package. For small values of the problem parameters, the solution results have a good agreement with the known results. The results confirm the classical view of the Saffman lift force: if the relative velocity is positive, there is a lift force toward the higher velocity of the continuous phase. On the other hand, if the relative velocity is negative the lift force is toward the lower velocity of the continuous phase. Between Reynolds numbers from 4 to 5, the Saffman lift force reverses direction. This results for the first time confirms McLaughlin assumption about negative Saffman lift force.

Key words: linear shear flow, sphere, Saffman lift force, Ansys Fluent.

Citation. Kryukov Yu.A. *Ob izmenenii znaka sily Sefmana pri bezotryvnom obtekanii sfery* [Veering of Saffman lift force at flow past sphere without separation]. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya* [Vestnik of Samara University. Natural Science Series], 2019, no. 25, no. 3, pp. 83–92. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2018-25-3-83-92> [in Russian].

Введение

Первые исследования поперечной силы F_z , действующей на сферическую частицу, находящуюся в неограниченном линейном сдвиговом потоке, опубликованы в [1; 2], и эта сила носит укоренившееся сегодня название — сила Сэфмана. Актуальность ее исследования связана с необходимостью изучения ряда природных явлений и широкого круга технических приложений, в которых существенную роль играет наличие сдвигового пограничного слоя. Например, это движение летательных аппаратов в запыленной атмосфере, обтекание стенок теплоэнергетических аппаратов двухфазной рабочей средой, в том числе стенок и центральных тел в соплах ракетных двигателей, оптимизация рабочего процесса технологических и энергетических установок и многое другое [3].

Введем координаты, которые свяжем с частицей (рис. 1). Будем считать течение стационарным, изотермическим, а частицу твердой и неподвижной. Условимся называть поперечную силу положительной, если она направлена в сторону с большей относительной скоростью течения (в сторону положительного направления оси Oz), и отрицательной, если сила направлена в сторону с меньшей относительной скоростью (в сторону отрицательного направления оси Oz), верхней полусферой — множество точек сферы с положительными координатами z , нижней полусферой — множество точек сферы с отрицательными координатами z .

Постановка задачи обтекания частицы линейным сдвиговым потоком включает два параметра — число Рейнольдса $Re = \frac{2aV_\infty}{\nu}$ и безразмерный градиент скорости $\alpha^* = \frac{aG}{V_\infty}$ [4]. Здесь a — радиус частицы; V_∞ — скорость в невозмущенном сдвиговом потоке, вектор которой лежит на прямой, проходящей через центр сферы; ν — коэффициент кинематической вязкости; μ — коэффициент динамической вязкости; ρ — плотность; $G = \frac{\partial V_x}{\partial z}$ — градиент скорости сдвигового потока.

Сэфман в [1; 2] развил аналитический приближенный метод асимптотических сращиваний и получил выражение для поперечной силы, справедливое при $Re \ll Re_G^{0.5}$, $Re_G = \frac{4a^2G}{\nu} \ll 1$:

$$F_z = 3.23Re_G^{0.5}\mu aV_\infty. \quad (1)$$

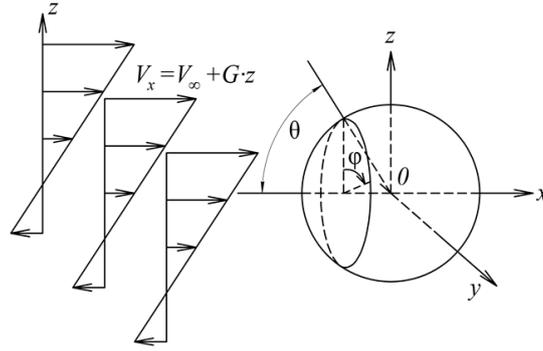


Рис. 1. Сферическая частица в линейном сдвиговом потоке: схема течения и система координат
Figure 1. Spherical particle in a linear shear flow: flow pattern and coordinate system

McLaughlin в [5] и Асмолов [6] независимо друг от друга расширили анализ Сэфмана до случая, когда $\epsilon = \frac{Re_G^{0.5}}{Re} \sim 1$ и $Re_G \ll 1$.

Выражение, полученное McLaughlin для поперечной силы, может быть записано следующим образом:

$$F_z = 3.23Re_G^{0.5} \left(\frac{J(\epsilon)}{2.255} \right) \mu a V_\infty. \quad (2)$$

При $\epsilon \gg 1$ $J = 2.255 - \frac{0.6463}{\epsilon^2}$, и значения (2) асимптотически стремятся к (1). При $\epsilon \ll 1$ значения интеграла принимают отрицательные значения: $J = -32\pi^2 \epsilon^5 \ln(\frac{1}{\epsilon^2})$. Проверка выражения (2) в последующих работах с участием McLaughlin [7; 8] подтвердила достоверность выражения (2) при $Re < 1$.

Асмолов в [6] указал альтернативную и хорошо совпадающую с (2) зависимость для поперечной силы:

$$F_z = 3.23Re_G^{0.5} \left(1 + 0.15\alpha^2 - 0.439|\alpha|^3 + 0.203\alpha^5 \right)^{-1} \mu a V_\infty, 0 \leq \alpha = \frac{V_\infty}{(\nu G)^{0.5}} \leq 3. \quad (3)$$

В [9] развит метод контрольных объемов с целью определения поперечной силы в широком диапазоне параметров: $10^{-1} < Re < 10^2$ и $5 \cdot 10^{-3} < \alpha^* < 4 \cdot 10^{-1}$. В [10] на основании расчетов, представленных в [9], предложена аппроксимационная зависимость для поперечной силы:

$$F_z = \begin{cases} f_1 & \text{для } Re \leq 40, \\ f_2 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4)$$

В [10] представлена также аппроксимация для интеграла J ($10^{-1} \leq \epsilon \leq 20$) из [5]: $F_z = f_3 f_4 f_5$, где

$$\begin{aligned} f_1 &= 3.23Re_G^{0.5} \mu a V_\infty [(1 - 0.3314\sqrt{\alpha^*}) e^{-0.1Re} + 0.3314\sqrt{\alpha^*}], \\ f_2 &= 3.23Re_G^{0.5} \mu a V_\infty (0.0524\sqrt{\alpha^* Re}), \\ f_3 &= 0.3 (1 + \tanh[2.5l\epsilon + 0.191]), \\ f_4 &= 0.667 + \tanh[6(\epsilon - 0.32)], \\ f_5 &= 3.23Re_G^{0.5} \mu a V_\infty. \end{aligned}$$

В [4; 11] для определения поперечной силы в диапазонах $1 < Re < 5 \cdot 10^2$ и $0 < \alpha^* < 4 \cdot 10^{-1}$ предложена математическая модель, решение которой получено численным методом конечных разностей. Результаты исследований довольно хорошо совпадают с [5]. Кроме того, установлено, что поперечная сила имеет отрицательные значения в диапазоне $Re > 60$, что связано с отрывом потока на корме сферы.

Таким образом, анализ литературы приводит к выводам:

- поскольку исследованию силы Сэфмана посвящено довольно мало работ, то в целом эта сила является малоизученной.
- сила Сэфмана наиболее исследована при $Re < 1$. Результаты, полученные в этом диапазоне по асимптотической теории [1; 2; 5; 6], подтверждены экспериментально и численными расчетами.
- при $Re > 1$ информация о силе Сэфмана противоречива: так, согласно [6; 9; 10], сила Сэфмана является только положительной, а согласно [4; 5; 11] может принимать отрицательные значения.
- во всех работах, основанных на численном определении силы Сэфмана, использованы довольно малые (по сравнению с возможностями нашего времени) вычислительные мощности, поэтому максимальное число ячеек (узлов) не превышает 10^5 штук, а расстояние до границ расчетной области не превосходит 75 радиусов сферы. Такие ограничения, вероятно, не позволили авторам в полной мере учесть влияние расстояния до границ расчетной области и густоты сетки на силу Сэфмана, что и объясняет противоречивые данные о силе Сэфмане при $Re > 1$.

Целью настоящей работы является применение современного пакета Ansys Fluent для исследования силы Сэфмана в неограниченном линейном сдвиговом потоке при числах Re от 0.1 до 10 и $\alpha^* = 0.1$. Решение задачи считалось достигнутым, если сходится не только итерационный процесс численного решения выбранной математической модели (при фиксированных границах и заданном числе ячеек сетки), как в упомянутых выше работах, но и полученные в результате силы, действующие на сферу, будут мало зависеть от изменения расстояний до границ расчетной области и сгущения сетки.

1. Постановка задачи

Поскольку обтекание сдвиговым потоком рассматривается при небольших числах Рейнольдса (до отрыва потока), то предполагается, что течение имеет плоскость симметрии xOz , как при обтекании равномерным потоком. Расчетная область — параллелепипед $ABCDEFHI$, в центре плоскости $ABCD$ расположены полусфера и система координат (рис. 2). Расстояния до границ расчетной области Δx и Δ в зависимости от расчетного случая отличаются, о чем будет сказано ниже. Геометрия и сетка построены в программе ICEM [12]. Сетка имеет блочную структуру и состоит из гексаэдрических ячеек. На рис. 2 изображен фрагмент сгущающейся к сфере сетки. Размер ячеек вблизи сферы выбирался экспериментально, так, чтобы он не влиял на величину сил (в расчетах первая ячейка $h_1 : \frac{h_1}{2a} \approx 0.001$).

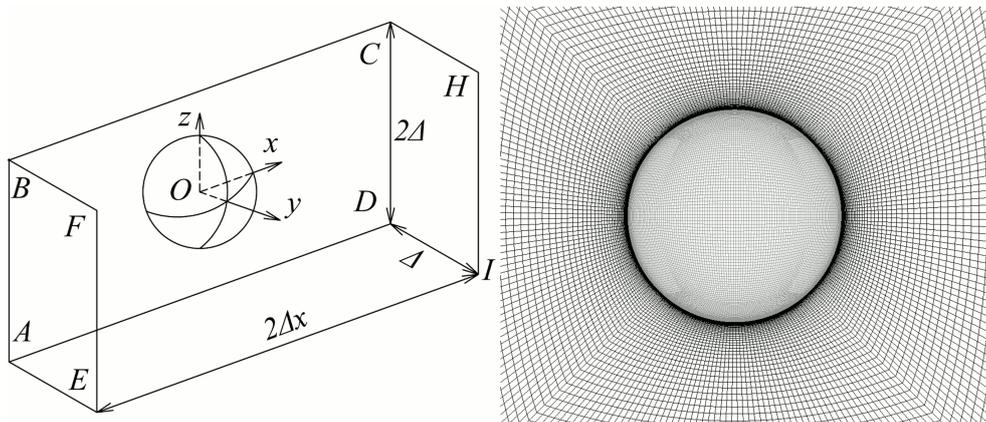


Рис. 2. Расчетная область и фрагмент сетки в плоскости xOz около полусферы
Figure 2. The computational domain and the mesh fragment in the xOz plane near the hemisphere

В выбранной области решаются уравнения движения и неразрывности:

$\nabla(\rho \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \tau; \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0$, где \mathbf{u} — вектор скорости; p — давление; τ — тензор вязких напряжений. Поставим граничные условия. На входе (плоскость $ABFE$) задается линейный профиль скорости $V_x = V_\infty + Gz$ и невозмущенные компоненты $V_y = V_z = 0$; на границах $BCHF$ и $ADIE$ — стенка с проскальзыванием $\tau_x = -\mu \cdot G$ и $\tau_x = \mu \cdot G$ соответственно, $V_y = V_z = 0$; на плоскостях $ABCD$ и $EFHI$ — условия симметрии; на плоскости $CDIH$ — условия постоянного статического давления, на полусфере — условия прилипания и непротекания.

Основные параметры алгоритма численного решения указанной системы уравнений с граничными условиями в программе Ansys Fluent [13] представлены в табл. 1. В расчетах принято $a = 5 \cdot 10^{-5}$ м; $\rho = 1.21$ кг/м³; $\mu = 1.8029 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с).

Таблица 1

Основные параметры алгоритма численного решения в Ansys Fluent

Table 1

Key parameters of the numerical solution algorithm in Ansys Fluent

Параметр	Значение
Solver type	Pressure-based
Scheme	Coupled
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	QUICK

2. Результаты вычислительного эксперимента

Введем в рассмотрение коэффициент поперечной силы $C_z = Z/q \cdot S$, $q = 0.5\rho V_\infty^2$, $S = 0.25\pi a^2$. На рис. 3 показана зависимость коэффициента поперечной силы от расстояния до границы расчетной области Δ при разном числе ячеек h , h_x сетки (приходящихся на длины Δ и Δx расчетной области соответственно) при $Re = 0.1$ и $\alpha^* = 0.1$. Здесь $\Delta x = 2\Delta$ (измеряется в диаметрах $2a$ сферы). По рис. 3 видно, что с удалением границы расчетной области от сферы Δ разница значений коэффициента поперечной силы уменьшается: если при $\Delta = 20$ отличие составляет около 18 %, то при $\Delta = 115$ — около 1 %. Разница в значениях коэффициента поперечной силы при различных значениях h и h_x невелика: с увеличением h и h_x отличие падает от 3–4 % (при $h = 40$, $h_x = 48$) до 1 % (при $h = 160$, $h_x = 192$). При других значениях Re счет проводился по аналогичному сценарию: значения Δ , Δx , h , h_x варьировались до тех пор, пока разница коэффициентов поперечной силы не достигала малых значений (1–5 %). Максимальное число ячеек в расчетной области составляло $1.07 \cdot 10^7$ шт., а максимальное время, которое требовалось для расчета, — двое суток при использовании кластера: 96 ядер/24 процессора Intel Xeon 2.7 GHz/6 узлов с 120 Gb оперативной памяти и 836 Gb дисковой памяти на узел. Таким образом, получена зависимость расстояний до границ расчетной области Δ и Δx (при которых достигалось отличие сил в 1–5 %) от числа Re (показана в табл. 2). С увеличением числа Рейнольдса расчетная область уменьшается.

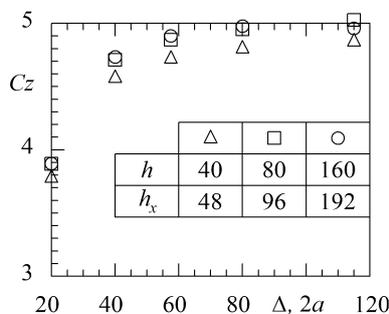


Рис. 3. Зависимость коэффициента поперечной силы от расстояния до границы расчетной области при разном числе ячеек сетки при $Re = 0.1$ и $\alpha^* = 0.1$

Figure 3. Dependence of the shear coefficient on the distance to the boundary of the computational domain for different numbers of mesh cells at $Re = 0.1$ and $\alpha^* = 0.1$

Таблица 2

Зависимость расстояний до границ расчетной области от числа Re

Table 2

Dependence of the distances to the boundaries of the computational domain on the number Re

Re	0.1	1	5	10
$\Delta x, 2a$	230	240	228	168
Δ	115	40	38	28

В табл. 3 сведены полученные разными авторами значения коэффициента поперечной силы при $Re = 0.1; 1$, $\alpha^* = 0.1$. Значения последних трех столбцов хорошо совпадают между собой, что подтверждает адекватность результатов, полученных в пакете Ansys Fluent. При больших значениях числа Рейнольдса ($3 \leq Re \leq 10$) и $\alpha^* = 0.1$ зависимость показана на рис. 4. С ростом числа Re значения коэффициента поперечной силы падают. Данные Saffman и Mei на порядок или более отличаются от данных, полученных в Ansys Fluent. Напротив, результаты McLaughlin наиболее близки к результатам Ansys Fluent: значения имеют один порядок и переходят через нуль при $4 < Re < 5$. Результаты Асмолова также близки с результатами по Ansys Fluent, но значения, им полученные, не могут быть отрицательными.

Первые сведения об отрицательной поперечной силе даются в [5]. Таким образом, вышеприведенные результаты, полученные в Ansys Fluent, подтверждают это, вероятно, впервые.

3. Изменение знака поперечной силы

Чтобы показать механизм возникновения поперечной силы, будем сравнивать распределенные характеристики по сфере при ее линейно-сдвиговом и равномерном (с граничными условиями $V_x = V_\infty$,

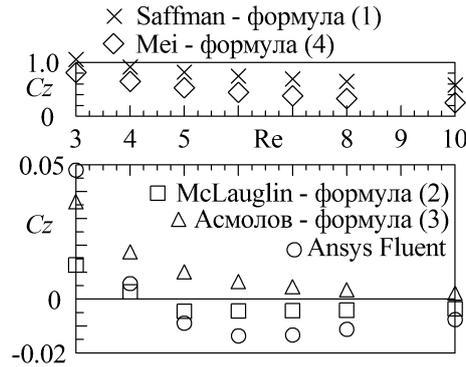
Рис. 4. Зависимость коэффициента поперечной силы от числа Re при $\alpha^* = 0.1$.Figure 4. The dependence of the shear coefficient on the number Re for $\alpha^* = 0.1$.

Таблица 3

Значения коэффициента поперечной силы при $\alpha^* = 0.1$ и $Re = 0.1; 1$.

Table 3

Values of the shear force coefficient at $\alpha^* = 0.1$ and $Re = 0.1; 1$.

Re	Saffman	Mei	Асмолов	McLaughlin	Ansys Fluent
0.1	5.82	5.76	4.91	4.97	4.98
1.0	1.84	1.68	0.45	0.43	0.62

$V_y = V_z = 0$ на границах $ABFE$, $BCHF$, $ADIE$) обтеканиях. Обозначим через ℓ_{up} кривую пересечения плоскости Oxz с верхней полусферой, через ℓ_d — с нижней. Введем коэффициент давления $C_p = (p - p_\infty)/q$ и коэффициент трения $C_\tau = \mu(\partial V/\partial n)/q$, $(\partial V/\partial n)$ — градиент скорости потока на поверхности сферы в нормальном к ней направлении. Значения C_p и C_τ в зависимости от угла θ (рис. 1) при обтекании сферы равномерным потоком и малых числах Re получены Стоксом [14]:

$$C_p = 6\cos\theta/Re; C_\tau = 6\sin\theta/Re. \quad (5)$$

Взяв на поверхности сферы малую площадку $ds = a^2 \sin\theta d\theta d\varphi$, умножим на нее коэффициент давления, полученные таким образом элементарные силы спроектируем на ось Oz и просуммируем по поверхности верхней (up) полусферы (от $\varphi = -\pi/2$ до $\varphi = \pi/2$), при этом отнесем итоговый результат к площади S . Тогда получим безразмерную поперечную силу, вызванную действием сил давления (обозначено верхним индексом p), распределенную по верхней полусфере в зависимости от θ :

$$\partial C_z^p / \partial \theta = \partial F_z^p / q S \partial \theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} C_p \cos\varphi \sin^2\theta a^2 \partial \theta \partial \varphi / S \partial \theta \text{ или}$$

$$\partial C_z^p / \partial \theta = -12 \sin^2\theta \cos\theta / Re \pi. \quad (6)$$

Аналогичным образом получается безразмерная поперечная сила, вызванная действием сил трения (обозначено верхним индексом τ), распределенная по верхней полусфере в зависимости от угла θ :

$$\partial C_z^\tau / \partial \theta = 12 \sin^2\theta \cos\theta / Re \pi. \quad (7)$$

Те же силы для нижней (down) полусферы отличаются от формул (6) и (7) знаками. По (6), (7) видно, что величина сил давления и трения одинакова, эти составляющие равны по величине, но имеют противоположные направления. Ясно, что $\partial C_z / \partial \theta = \partial C_z^p / \partial \theta + \partial C_z^\tau / \partial \theta$, и поперечная сила, действующая на сферу, тождественно равна нулю.

Рассмотрим характеристики сферы при $Re = 0.1$. При равномерном обтекании зависимость C_p и C_τ от угла θ показана на рис. 5. Как и следовало ожидать, коэффициент давления имеет максимум при $\theta = 0$ и минимум при $\theta = \pi$, коэффициент трения достигает максимума при $\theta = \pi/2$. Данные Ansys Fluent хорошо согласуются с (5).

На рис. 6 показаны распределенные характеристики. Полученные в Ansys Fluent значения хорошо согласуются с формулами (6), (7), но отличаются от них на величины малых порядков: силы трения на малую величину больше на левой полусфере (от $\theta = 0$ до $\theta = \pi/2$), силы давления — на правой (от $\theta = \pi/2$ до $\theta = \pi$). В итоге значения распределенной поперечной силы по верхней полусфере $\partial C_z / \partial \theta$ имеют малые положительные значения, по нижней — малые отрицательные значения (в силу симметрии). Решение в Ansys Fluent показывает, что при равномерном обтекании действующие на полусферы поперечные силы равной величины, но противоположного направления стремятся "разорвать" целую

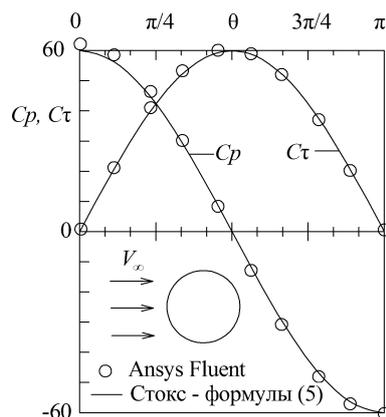


Рис. 5. Распределение коэффициентов давления и трения по сфере при равномерном обтекании ($Re = 0.1$)

Figure 5. Distribution of pressure and friction coefficients over a sphere with uniform flow around ($Re = 0.1$)

сферу на две половины (в отличие от решения Стокса — формулы (6), (7), которое указывает на то, что поперечная сила, действующая на полусферу, тождественно равна нулю).

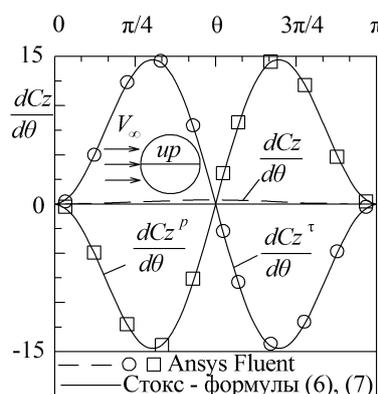


Рис. 6. Распределение сил по верхней полусфере при равномерном обтекании ($Re = 0.1$)

Figure 6. Distribution of forces along the upper hemisphere with uniform flow around ($Re = 0.1$)

На рис. 7 показаны распределенные по кривым ℓ_{up} и ℓ_d коэффициенты Cp и $Cτ$ при обтекании сферы линейным сдвиговым потоком ($Re = 0.1$ и $\alpha^* = 0.1$). По распределению коэффициента давления видно, что точки максимума и минимума смещаются на несколько градусов на верхнюю полусферу, и картина линий тока (рис. 8) оказывается асимметричной.

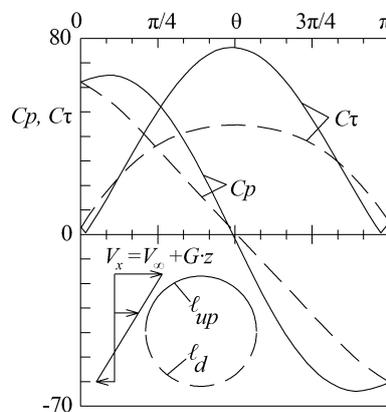


Рис. 7. Распределение коэффициентов давления и трения по образующим верхней ℓ_{up} и нижней ℓ_d полусфер при обтекании линейным сдвиговым потоком ($Re = 0.1$; $\alpha^* = 0.1$)

Figure 7. Distribution of pressure and friction coefficients along the generators of the upper ℓ_{up} and lower ℓ_d hemispheres during a linear shear flow ($Re = 0.1$; $\alpha^* = 0.1$)

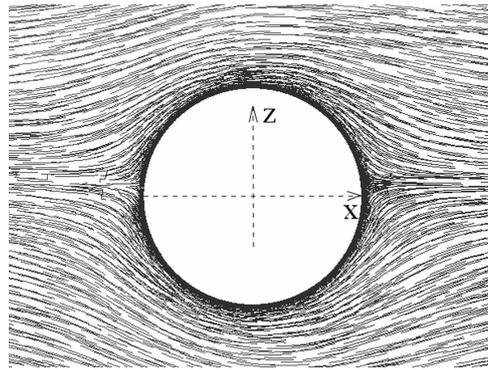


Рис. 8. Линии тока около сферы при обтекании линейным сдвиговым потоком ($Re = 0.1; \alpha^* = 0.1$)
 Figure 8. Current lines near a sphere when flowing around a linear shear flow ($Re = 0.1; \alpha^* = 0.1$)

Распределение безразмерных сил при обтекании линейным сдвиговым потоком ($Re = 0.1; \alpha^* = 0.1$) показано на рис. 9. Характерное отличие характеристик при равномерном и сдвиговом обтекании (рис. 6 и 9) заключается в том, что сформировавшийся на верхней полусфере максимум давления приводит к увеличению вклада сил давления и снижению вклада сил трения в поперечную силу, действующую на левую верхнюю полусферу (рис. 9, а). В результате на этом участке поперечная сила становится отрицательной. Кроме того, на правой нижней полусфере силы давления существенно меньше по величине сил трения (рис. 9, б), что приводит к положительным значениям поперечной силы на этом участке. Таким образом, распределение поперечной силы по сфере при линейном сдвиговом обтекании (рис. 9, в) является знакопеременным: от $\theta = 0$ до $\theta = 7\pi/18$ с отрицательными значениями, на остальной части — с большими по величине положительными значениями. Интеграл от распределенной силы $\partial Cz/\partial\theta$ по углу θ дает положительную величину Cz , которая хорошо совпадает с результатами других авторов (см. табл. 3).

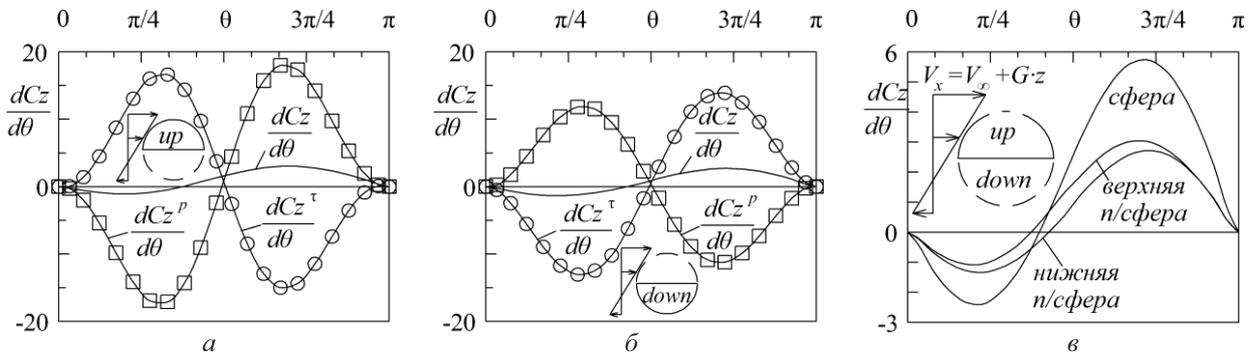


Рис. 9. Распределение сил по сфере и полусферам при обтекании линейным сдвиговым потоком:
 а — верхняя полусфера; б — нижняя полусфера; в — сфера и полусферы ($Re = 0.1; \alpha^* = 0.1$)
 Figure 9. Distribution of forces in the sphere and hemispheres when flowing around a linear shear flow:
 а — upper hemisphere; б — lower hemisphere; в — sphere and hemispheres ($Re = 0.1; \alpha^* = 0.1$)

Увеличим Re до 6. При равномерном обтекании, как и в случае $Re = 0.1$, силы трения преобладают на левой полусфере, силы давления — на правой (рис. 6 и 10). Отличие заключается в том, что величина распределенной силы по полусфере при $Re = 6$ имеет тот же порядок, что и ее составляющие (в отличие от случая $Re = 0.1$).

При линейном сдвиговом обтекании ($Re = 6, \alpha^* = 0.1$) распределение поперечной силы и ее составляющих по верхней полусфере показано на рис. 11, а, по нижней — на рис. 11, б. По графикам видно, что закономерность распределения поперечной силы по полусферам такая же, как и при равномерном обтекании (силы трения доминируют на левой полусфере, силы давления — на правой), кроме небольшой части на левой верхней полусфере, на которой формируется максимум давления. Именно этот фактор является решающим для смены знака поперечной силы, действующей на сферу (рис. 11, в). Так же, как и в случае сдвигового обтекания при $Re = 0.1$, распределение силы является знакопеременным, но интеграл — величина отрицательная. Таким образом, изменение знака силы Сэфмана обусловлено главным образом смещением точки максимума давления на верхнюю полусферу.

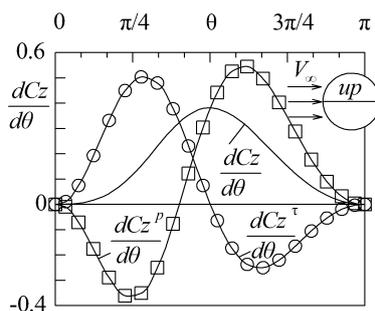


Рис. 10. Распределение сил по верхней полусфере при равномерном обтекании ($Re = 6$)
 Figure 10. Distribution of forces along the upper hemisphere with uniform flow around ($Re = 6$)

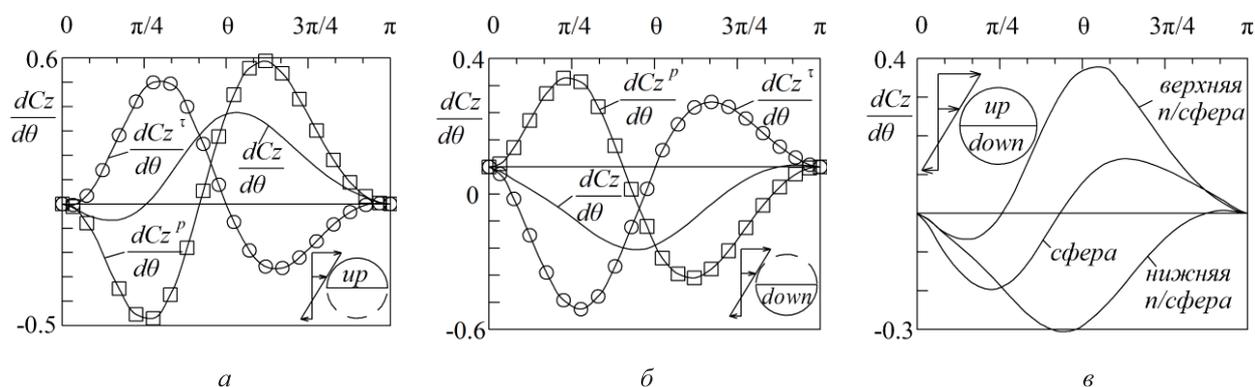


Рис. 11. Распределение сил по сфере и полусферам при обтекании линейным сдвиговым потоком: a — верхняя полусфера; b — нижняя полусфера; c — сфера и полусферы ($Re = 6$; $\alpha^* = 0.1$)
 Figure 11. Distribution of forces over a sphere and hemispheres during a linear shear flow: a — upper hemisphere; b — lower hemisphere; c — sphere and hemispheres ($Re = 6$; $\alpha^* = 0.1$)

Заключение

В пакете Ansys Fluent исследована сила Сэфмана, действующая на сферическую частицу в неограниченном линейном сдвиговом потоке, при числах Re от 0.1 до 10 и $\alpha^* = 0.1$. При малых параметрах задачи полученные характеристики хорошо совпадают с известными решениями, полученными с помощью асимптотических методов, развитых Стоксом (применительно к обтеканию сферы равномерным потоком), а также McLaughlin и Асмоловым (применительно к обтеканию сферы линейным сдвиговым потоком). Вычислительный эксперимент подтверждает, что при малых числах Рейнольдса сила Сэфмана направлена в сторону с большей относительной скоростью потока, но в диапазоне чисел Re от 4 до 5 сила Сэфмана меняет знак и становится отрицательной. Полученные выводы подтверждают предположение McLaughlin об отрицательной силе Сэфмана, вероятно, впервые.

Литература

- [1] Saffman P.G. The lift on a small sphere in a slow shear flow // J. Fluid Mech. 1965. Vol. 22. Part 2. P. 385–400. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112065000824>.
- [2] Saffman P.G. Corrigendum to "The lift on a small sphere in a slow shear flow" // J. Fluid Mech. 1968. Vol. 31. P. 624–624. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112068999990>.
- [3] Рыбдылова О.Д. Поперечная миграция и фокусировка инерционной примеси в сдвиговых потоках: дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2012. URL: <https://www.dissercat.com/content/poperechnaya-migratsiya-i-fokusirovka-inertsionnoi-primesi-v-sdvigovykh-potokakh>.
- [4] Effects of outflow from the surface of a sphere on drag, shear lift and scalar diffusion / R. Kurose [et al.] // Physics of fluids. 2003. Vol. 15. № 8. P. 2338–2351. DOI: 10.1063/1.1591770
- [5] McLaughlin J.B. Inertial migration of small sphere in linear shear flows // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 224. P. 261–274. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112091001751>
- [6] Асмолов Е.С. Поперечная миграция малых сферических частиц в сдвиговых и нестационарных потоках: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: ЦАГИ, 2015.

- [7] Cherukat P., McLaughlin J.B., Graham A.L. The inertial lift on a rigid sphere translating in a linear shear flow field // *Int. J. Multiphase Flow*. 1994. Vol. 20. № 2. P. 339–353. DOI: 10.1016/0301-9322(94)90086-8.
- [8] Cherukat P., McLaughlin J.B., Dandy D.S. A computational study of the inertial lift on a sphere in a linear shear flow field // *Int. J. Multiphase Flow*. 1999. Vol. 25. P. 15–33. DOI: 10.1016/S0301-9322(98)00034-2.
- [9] Dandy D.S., Dwyer H.A. A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer // *J. Fluid Mech.* 1990. Vol. 216. P. 381–410. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112090000477>.
- [10] Mei R. An approximate expression for the shear lift force on a spherical particle at finite Reynolds number // *Int. J. Multiphase Flow*. 1992. Vol. 18. № 1. P. 145–147.
- [11] Kurose R., Komori S. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 384. P. 183–206. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112099004164>.
- [12] ANSYS ICEM CFD Tutorial Manual [Электронный ресурс]. URL: <http://www.pdfdrive.com/ansys-icem-cfd-tutorial-manualpdf-d16523808.html>.
- [13] ANSYS FLUENT Users Guide [Электронный ресурс]. URL: <http://www.pdfdrive.com/ansys-fluent-users-guide-portal-de-documentacion-de-software-d13336249.html>.
- [14] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 677 с. URL: <http://www.bookshare.net/index.php?author=loycyanskiy-lg&book=1960&category=chem&id1=4>.

References

- [1] Saffman P.G. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.*, 1965, Volume 22, Issue 2, pp. 385–400. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112065000824> [in English].
- [2] Saffman P.G. Corrigendum to “The lift on a small sphere in a slow shear flow”. *J. Fluid Mech.*, 1968, Volume 31, Issue 3, p. 624. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112068999990> [in English].
- [3] Rybdylova O.D. *Poperechnaya migratsiya i fokusirovka inertsiionnoi primesi v sdvigovykh potokakh: dis. ... kand. fiz.-mat. nauk* [Transverse migration and focusing of inertial impurity in shear flows: Candidate’s of Physical and Mathematical Sciences thesis]. Moscow: Moskovskii gosudarstvennyi universitet im. M.V. Lomonosova, 2012. Available at: <https://www.dissercat.com/content/poperechnaya-migratsiya-i-fokusirovka-inertsiionnoi-primesi-v-sdvigovykh-potokakh> [in Russian].
- [4] Kurose R., Makino H., Komori S., Nakamura M., Akamatsu F., Katsuki M. Effects of outflow from the surface of a sphere on drag, shear lift and scalar diffusion. *Physics of fluids*, 2003, Volume 15, no.8, pp. 2338–2351. DOI: 10.1063/1.1591770 [in English].
- [5] McLaughlin J.B. Inertial migration of small sphere in linear shear flows. *J. Fluid Mech.*, 1991, Volume 224, pp. 261–274. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112091001751> [in English].
- [6] Asmolov E.S. *Poperechnaya migratsiya malyykh sfericheskikh chastits v sdvigovykh i nestatsionarnykh potokakh: dis. ... d-ra fiz.-mat. nauk* [Transverse migration of small spherical particles in shear and unsteady flows: Doctoral of Physical and Mathematical Sciences thesis]. Moscow: Tsentral’nyi aerogidrodinamicheskii institut im. prof. N.E. Zhukovskogo, 2015 [in Russian].
- [7] Cherukat P., McLaughlin J.B., Graham A.L. The inertial lift on a rigid sphere translating in a linear shear flow field. *International Journal of Multiphase Flow*, 1994, Volume 20, Issue 2, pp. 339–353. DOI: 10.1016/0301-9322(94)90086-8 [in English].
- [8] Cherukat P., McLaughlin J.B., Dandy D.S. A computational study of the inertial lift on a sphere in a linear shear flow field. *International Journal of Multiphase Flow*, 1999, Volume 25, pp. 15–33. DOI: 10.1016/S0301-9322(98)00034-2 [in English].
- [9] Dandy D.S., Dwyer H.A. A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1990, Volume 216, pp. 381–410. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112090000477> [in English].
- [10] Mei R. An approximate expression for the shear lift force on a spherical particle at finite Reynolds number. *International Journal of Multiphase Flow*, 1992, 18:1, pp. 145–147 [in English].
- [11] Kurose R., Komori S. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow. *J. Fluid Mech.*, 1999, Volume 384, pp. 183–206. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112099004164> [in English].
- [12] ANSYS ICEM CFD Tutorial Manual. Available at: <http://www.pdfdrive.com/ansys-icem-cfd-tutorial-manualpdf-d16523808.html> [in English].
- [13] ANSYS FLUENT Users Guide. Available at: <http://www.pdfdrive.com/ansys-fluent-users-guide-portal-de-documentacion-de-software-d13336249.html> [in English].
- [14] Loitsyansky L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. M.: Nauka, 1987, 677 p. Available at: <http://www.bookshare.net/index.php?author=loycyanskiy-lg&book=1960&category=chem&id1=4> [in Russian].